连续复利与普通复利辨析

高俊科

（河北广播电视大学，河北 石家庄， 050071）

摘要：经济数学、金融工程学、工程经济学等教材中讲授的连续复利已存在 300 多年，这种所谓的连续复利公式在构成和应用上都是错误的；资金价值是连续呈指数函数增长的，通常的利率本身就是资金连续"利生利"、即连续地复利的结果，在中小学学到的普通复利公式就是连续计算复利的公式；分析所谓连续复利的错误得到的另外收获是：许多具体事物中使用以无理数 e 为底的指数函数在于单位变化率意义的应用，据此思路直观地得到了欧拉恒等式 $e^{\pi i}+1=0$ 及各字母的意义。

关键词：连续复利 普通复利 无理数 单位变化率 欧拉公式

中图分类号： F830 **文献标识码**：**A**

1 什么是所谓的连续复利

所谓的连续复利的基本思路和叙述 [1-10] 是：设本金为 A_0，年利率为 r，则 t 年后的本利和 A 为

$$A = A_0(1+r)^t \tag{1}$$

如果每年结算 m 次，每次计算利率为 r/m，则有复利分期计算公式

$$A_m = A_0(1+r/m)^{mt} \tag{2}$$

令 $m \to +\infty$，则得所谓连续复利计算公式

$$A(t) = A_0 e^{rt} \tag{3}$$

相对于连续复利计算公式（3），称（1）式表达的复利为普通复利 [7]。

1988 年北京科学出版社出版的日本数学教育家远山启的中文翻译本《通俗数学》[5] 中对由（2）推导（3）说，"当还息的次数无限增多时，其结果就是要在瞬间还利息。即连续的还利息的复利法。由此，数学家雅科布·伯努利（1654—1705）把它称为"连续复利法""。就是说，这种所谓的连续复利计算存在有 300 多年了。

我们早期批驳连续复利的文章有 1988 年发表在《数学的实践与认识》上的文章《关于所谓增长率的连续计算问题》[11]，1998 年发表在《数理统计与管理》上的文章《关于复利率的连续计算方法—析国内外数学教材中普遍存在的一种方法错误》[12]。文章发表已多年，这种所谓连续复利计算仍广泛存在于经济数学 [1-4]、金融学 [6]、工程经济学 [7]、财务管理 [8]、衍生工具 [9] 等课程教材中，有的书中把这种连续复利法用在国民经济增长 [3]、树木生长 [9] 和化学反应 [13] 等问题的计算中去。这种所谓的连续复利能长期存在的根本原因还在于人们缺乏对其错误的全面认识，为此，我们这里要从各个方面论述所谓连续复利的错误。

2 连续复利错误面面观

2.1 所谓的连续复利公式推导在数学上不成立

连续复利公式的推导在数学上是不成立的。 对同一个数值r，利用任何数学知识都不能根据（1）推导出（3）。 假设从（1）到（3）式这种推导成立，这就是当$r = 100\%$时，根据$A = A_0(1+100\%)^t$推导出$A(t) = A_0 e^{t100\%} = A_0(1+171.828\%)^t$，也就是由$r = 100\%$推出了$r = 171.828\%$；又因为$A_0(1+100\%)^t = A_0 e^{t\ln 2}$，也就是从$A_0 e^{t\ln 2}$推导出$A_0 e^{rt}$，这就产生矛盾。所以，从正反两方面说，这种推导都不成立。数学作为一门科学，与自然现象不矛盾，与经济现象不矛盾。与数学矛盾的计算在经济实践中的应用也必定是不存在的。

2.2 所谓的连续复利公式的推导在经济应用中不存在

例如，2017 年秋中国银行储蓄，一年期的年利率是 0.0175，半年期的（名义）年利率是 0.0155。将A_0元存入银行t年，按一年期的储蓄方式，按（1）式计算得$A_0(1+0.0175)^t$；按半年期的储蓄方式，得$A_0(1+0.0155/2)^{2t} = A_0(1+0.01556)^t$。这就保证一年内存两个半年得到的有效年利率$(1+0.0155/2)^2 - 1 = 0.01556$小于一年期的年利率 0.0175。半年期的储蓄方式为储户提供了到半年可取款的权利，所以按半年期储蓄的有效年利率就要小于一年期储蓄的年利率。因为储户是按复利、即“利生利”算账，银行制订利率标准也必须按复利考虑，在年利率是 0.0175 的条件下，如果半年期的储蓄允许按从（1）式到（2）式计息，就有$(1+0.0175/2)^2 - 1 = 0.017577$，存两个半年比存一个整年收益还多，就没有人采用一年期的储蓄方式了，所以从（1）式导出（2）式的应用是不存在的。

按半年期的储蓄方式计算$A_0(1+0.0155/2)^{2t} = A_0(1+0.01556)^t$，采用的不是（2）式，而是公式

$$A_m = A_0(1+r_m/m)^{mt} \tag{4}$$

（4）式中的名义年利率r_m不等于（1）式和（2）式中的一年期的年利率r，名义年利率r_m随一年中的计息次数m增加而减小。在实际生活中，机构和个人都是采用利生利、即复利思维。银行给出半年期的名义年利率 0.0155，实质是用单利法告诉储户半年期的利率是$0.0155/2 = 0.00775$，这是为折算简便形成的一种约定。如果不采用这种办法，而是银行给出半年期存款的有效年利率 0.01556，让储户按复利法去折算出半年期的期利率 0.00775，这在实际生活中是很难实施的。这就是分期计算公式（4）的意义。这又说明，最基本的银行储蓄中用不到根据（1）到（2）式这种推导。

在其它资金借贷涉及利息计算的工作中，借用期长短，利率的多少，计息方法都是双方事先同意的。也用不到由（1）到（2）式这种推导，（2）式表达的数值随m增大而增大，由（1）推到（2）式的计算实际上为资金借出方提高了收入，借用资金的一方是不会同意的。最早最基础的连续复利概念就是从这种基本的借贷形成的，而这种从（1）式到（2）的计算在基本的生活实际中是不存在的。

在银行储蓄中，在基本的借贷关系中，由（1）式得（2）式这种计算都是不存在的，由（2）式推导连续复利公式（3）的含义也就是无意义的了。

2.3 从函数性质上看所谓的连续复利的错误

在经济活动中，资金随时间t连续增值，“资金连续不断产生利息”[7]，也可以说利息“立即产生立即结算”[1]，所以表达这一规律的函数必定是单调增加的连续函数，仅从这一方面理解，在给定本金A_0和年利率r后，任何一个满足$A(0)=A_0$、$A(1)=A_0(1+r)$的单调连续增加的函数都可作为描述“立即产生立即结算”的资金随时在增加的规律，这还保证了年利率还是r。存在的问题是，资金利息是以什么标准“立即产生立即结算”的?

任何一个形如$A(t)=A_0a^{bt}$的指数函数都可作为描述连续计算复利的函数，这保证了任意 1 单位资金在任意时刻t增值速度，即资金总量的变化率$dA(t)/dt$除以总量$A(t)$都是$(dA(t)/dt)/A(t)=(A_0a^{bt}b\ln a)/(A_0a^{bt})=b\ln a$，存在问题是年利率是否还是给定的$r$？

只有在（1）式$A(t)=A_0(1+r)^t$中令时间变量t取连续实数，恒有$(dA(t)/dt)/A(t)=\ln(1+r)$，即只有（1）式才能成为既满足年利率是r，又保证了任意 1 单位资金在任意时刻t增值速度一致，还能表达利息“立即产生立即结算”的思路。这也就从函数性质上说明了利用（3）计算连续复利是错误的。

2.4 从利率本质上看连续复利的错误

资金随时间t增加而增值，利息就是资金经过时间t增加的值，而增值具有时间价值，所谓利息就是资金连续“利生利”、连续增值的结果，利率就是 1 单位资金连续“利生利”、连续增值经在一个计息期增加值。所以，时间变量t只取整数时，复利公式$A(t)=A_0(1+r)^t$计算的是资金连续增值在整数点的结果，t取连续实数时，$A(t)=A_0(1+r)^t$就是连续增值到任意时刻t的结果，也就是连续计算复利的公式。理解到这一点，就从另一角度看清了所谓连续复利公式（3）的错误。对此，我们将单独作为一节随后详细论述。

3 利率和普通复利公式本身就是资金连续地复利的结果

3.1 树木高度的年增长率本身就是树木连续增长的结果 2010 年由机械工业出版社翻译出版《衍生工具》[9]推出连续复利公式 A(t)= A。e^(rt)后说“乍一看，连续利率似乎与现实不符，但恰恰相反。假设我们要对树的增长建模，树木并不是以离散的方式增长，其增长是连续的，如果假定树木的当前高度是 50 英尺，每年增长率为 5%，树木 6 个月后的高度将是$50e^{0.05(0.05)}=51.266$英尺”。

如果我们第一年的树高是 50 英尺，一年后测得树高增加 5%，一年末的树高是多少？如果我们第一年在树旁立下一根 50 英尺高的木头，一年末给这根木头接高 5%，一年末这根木头高度是多少？这两个问题的答案是一样的，一年都增高 5%，答案都是 52.5 英尺。就是说，在树木一年增高 5%的计算中，不涉及树木“以离散的方式增长”还是“其增长是连续的”问题。如果根据这种连续复利思维应用公式（3）计算得 1 年末的高度是$50e^{0.05\times1}=52.5636$英尺，这无疑是一种方法错误。

树木当然是连续增长的，年增长率 5%是一年中每时每刻都在增长的结果。

3.2 利率本身就是资金价值连续增值的结果

许多书[1,3,4,9,11]中都明确了这一点，复利问题的计算等同于物体的冷却、镭的衰变、细胞的繁殖、树木的生长、国民经济增长等问题的计算。细胞群中细胞的数量连续增多，随时产生的新细胞与原有的细胞一样，都还要分裂出新的细胞。资金随时都在增值，新增值的资金与原有的资金一样，在继续经营中发挥同等作用，都还要继续增值，这等同于细胞的分裂和树木的增长。

资金在每时每刻都在增值，而且新产生的价值与原有价值能同等地再产生新的价值，这就是资金本身"利生利"的增值规律。另一方面，双方在认定利率标准时，也都是在按资金连续地"利生利"、即连续地复利的思维考虑问题。当双方同意以年利率 5% 的计息时，这本身就是对半年期利率 2.5% 的否定，因为如有半年期利率 2.5% 的盈利，出借资金的一方考虑"利生利"就不会同意以年利率 5% 方式出借资金。同样，当能按月息 0.045% 和年息 5% 都能使用到资金时，考虑"利生利"，$(1+0.45\%)^{12}-1=5.536\%$，借入资金方就不会采用月息 0.045% 的利率方式。在利率标准的构成过程中，人们都要按资金"利生利"的思维考虑，从月利率到年利率是这样，考虑更短时间的利率也是这样，直到人们感觉不再必要止。人们按连续地"利生利"、即连续地复利的思维考虑问题，这与资金本身连续地"利生利"的增值规律是一致的，所以，除去政府为调控经济而使用的利率杠杆因素外，人们通常使用的利率本身就是资金连续"利生利"的增值规律的反应，就是资金连续地复利的结果。

双方同意一年期的年利率定为本身 r 双方同意的利率本身 r 就是 1 单位资金连续增值、连续地复利的结果，用所谓普通复利公式（1）计算就是资金连续"利生利"、资金连续地复利的结果。人们通常使用的利率 r 已经是连续地复利的结果，再用所谓连续复利公式（3）计算，将利率 r 扩大为 e^r-1 当然就是错误的了。

4 连续复利的错误解释举例

连续复利的构成是错误的，这也就导致了对连续复利公式的各种解释的错误。

例 2006 年立信会计出版社出版的《高等应用数学》（上册）[2]解释公式（3）的含义说，计算次数 $m\to+\infty$，"这意味着资金运用率最大限度的提高"。

在实际经济活动中，资金运用率的提高是在具体的资金调度、运转和使用中实现的，与教材中讲的利息计算次数无关；在具体的利息计算中，应用连续复利公式（3）计算，这为资金借出方实现了"资金运用率最大限度的提高"，给资金借入方带来的是资金运用最大程度付出，资金借入方是不会同意的，所以这种对连续复利的解释是不存在的。

例 2010 年中国人民大学出版社出版的《微积分教程》[3]中有例题："设今年我国国民生产总值为 A_0，又设年平均增长率为 10%，求 10 年后的国民生产总值 A 。

解 由于国民生产总值不是到年底才增长，而是每日每时增长的，因此有 $A=A_0e^{rt}$，

本例中，$r=0.1$，$t=10$，

所以 $A = A_0 e^{0.1\times 10} = A_0 e = 2.7183 A_0$

即 10 年后的国民生产总值为今年的 2.7183 倍，若按公式 $A = A_0(1+r)^t$，

计算，则 $A = 2.593A_0$，这个结果不如上面的结果精确。”

同上节树木增长的例子，本例题的精确值只有按公式 $A = A_0(1+r)^t$ 计算的答案 $A = 2.593A_0$，本例也说明在教材中这种错误的广泛性。

各种微积分基本教材中引入定积分概念最直观的例子就是求曲边梯形面积，就是通过“分割、近似代替、求和、取极限”得到曲边梯形面积的精确值。但这不是说，在任意情况下求极限都得具体事物的精确值，这里把“连续复利法”中计算次数 $m \to +\infty$ 取极限的结果认定为精确值是又一种数学错误。

例 2009 年机械工业出版社出版的《高等数学》[4] 中在介绍了连续复利法后接着叙述，其它许多问题如细菌（生命细胞）的繁殖，放射性元素的衰变都涉及到 $n \to \infty$ 时 $p = p_0\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$ 的极限问题，得到 $p = \lim\limits_{n\to\infty} p_0\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt} = p_0 e^{rt}$

然后评述说，“这就是工程应用中为什么指数（或对数）函数取 e 为底的缘故”。

连续复利法本身是错误的，这种解释自然是不成立的。为进一步揭示连续复利的错误，对工程应用中为什么指数（或对数）函数取 e 为底？本文将给出独有的新解释，这一解释作为研究连续复利错误的收获将在下一节详细论述。

5 研究连续复利错误的另外收获

5.1 解释为什么工程中指数（或对数）函数取 e 为底

在对自然和社会许多量的研究中为什么常常采用指数（或对数）函数取 e 为底？这是数学史上没有解答清楚的问题，上一节中列举的用错误的连续复利解答也说明这一点。为说明用连续复利解释“工程应用中为什么指数（或对数）函数取 e 为底”是错误的，就必须给出新的解释。物体的冷却、镭的衰变、细胞的繁殖、树木的生长等随时间连续变化的自然现象都有一个自然特性，就是 1 个单位的量在任意时刻的增长速度是是一个常数，国民经济增长、利息的计算也属于这一类问题。

函数 $A(t)$ 的变化率 $dA(t)/dt$ 除以函数 $A(t)$ 就是 1 单位量的变化率。单位数量 1 的变化率为常数是自然和社会中很常见的一类量，由此称

$$(\ d\,A(t)/dt)/A(t) = R \qquad (5)$$

（R 为常数）为单位变化率。给出初值 $A(0) = A_0$，由

$$A(0) = A_0, \qquad (\ d\,A(t)/dt)/A(t) = R \qquad (6)$$

得

$$A(t) = A_0 e^{Rt} \qquad (7)$$

描述具体事物的变化规律采用指数函数取 e 为底，就是采用公式 $A(t) = A_0 e^{Rt}$，这个函数式有四个字母，e 是常数，A_0 是初值，时间 t 是自变量，所以，人们在研究这些自然现象和经济现象使用公式 $A(t) = A_0 e^{Rt}$，就是在研究、确定单位变化率 R 的值，单位变化率这一参数刻画了事物变化的性态，确定 R 的值就是研究工作的全部。由此可知单位变化率的重

要意义。以e为底的（7）式的意义是凸显了单位变化率R这一参数；由（6）推（7）的过程也说明，单位变化率R这一参数也只有在以e为底时才能凸显出来。R与e一起以独有的数学特性表达了自然科学和社会科学中许多量的变化的规律，这当是为什么工程中指数函数取e为底的原因。

对数函数与指数函数互为反函数，（7）式的对数形式是

$$A(0)=A_0 \qquad R=\ln((A(t)/A_0))/t \tag{8}$$

$$R=\ln((A(t)/A_0))/t=\ln((A_0+A(t)-A_0)/A_0))/t=\ln((1+(A(t)-A_0)/A_0))/t$$

认识自然世界某一种生物的特性就是要确定（8）式中的R（也就是确定$A(t)=A_0e^{rt}$或$r=\ln((A(t)/A_0))/t$中的r），这就必须要用到自然对数，这当是具体工作中对数函数取e为底的缘故。

用$r=(A(1)-A(0))/A(0)$表示增长率或利率，在表达随时间连续呈指数函数增长的事物时，根据

$$A(0)=A_0, \qquad (A(1)-A(0))/A(0)=r \tag{9}$$

可得

$$A(t)=A_0(1+r)^t \tag{10}$$

由（10）也可得（9），（10）与（9）等价，对随时间呈指数函数$A(t)=A_0(1+r)^t$连续变化的量，有$(\,dA(t)/dt)/A(t)=\ln(1+r)=R$也有恒等式$A(t)=A_0(1+r)^t=A_0e^{t\ln(1+r)}$，因此，在表达随时间连续呈指数函数增长的同一事物中，（6）、（7）、（9）、（10）等价。根据（9）得到（10）的道理等同根据（6）得（7）的道理。为什么使用e为底的指数函数（7）等同于为什么要使用（10）式。用$A_1(t)=A_0(2+s)^t$、$A_2(t)=A_0(1+v^2)^t$都可表达所有呈指数函数的事物的变化规律，如果令$r=s-1$、$r=v^2$，则$A_1(t)$、$A_2(t)$就是（10）式，但这两个式子中，s与v没有增长率r那样简单清晰的数学含义，所以在应用就不会构成$A_1(t)$、$A_2(t)$这样的式子。同理，$A_3(t)=A_03^{St}$，$A_4(t)=A_0e^{3Vt}$也都可用来表达所有呈指数函数变化的事物，但这里S与V没有单位变化率R那样简单清晰的数学含义，在具体应用中也就不会用到$A_3(t)$、$A_4(t)$这样的式子。单位变化率的含义在其它领域早已被用到，利息理论中的利息效力[10]、生物学中的瞬时增长率[14]都是用单位变化率的表达式（5）定义的，但相关领域都没有进一步给出这些概念清晰解释。应用单位变化率的概念就可进一步解释这些概念，利息效力就是1单位货币在任意时刻t的增值速度，借出方和借入方同意年利率r，就是双方同意利息效力为$R=\ln(1+r)$；瞬时增长率就是1单位生物在任意时刻t的繁殖速度。这从应用方面也说明了单位变化率概念（5）的重要意义。这也再次说明，单位变化率概念的应用就是指数函数取e为底的原因。

（6）准确的表达了事物随时间连续增加的特性，但实际工作中用（6）式确定单位变化率R还是不可能的，求单位变化率R还是通过已知两点$(0,A(0))$、$(t,A(t))$应用（8）式求得，当$t=1$时，就是通过先求增长率r再确定单位变化率$R=\ln(1+r)$的值。

5.2 求解应用题得到复数中的欧拉恒等式

欧拉 1748 年发现了等式$e^{i\pi}+1=0$，数学中著名“五朵金花”0、1、i、π、e绝妙地共处于这个等式中了。[15,16]。美国数学家本杰明•皮尔斯说这个等式“绝对是正确的，也是绝对诡异的，我们无法理解它，也无从知晓它的含义。”[15]，德国数学家克莱因称之为数学中“最优美的公式之一”[16]，以色列学者伊莱•马奥尔的评价是“很多人认为它具有不亚于神的力量”[16]。我们通过一个应用题来看一看等式$e^{i\pi}+1=0$的构成及其中各数字的意义。

例　设$z(t)$为复平面上的动点，$z(0)=1$为初始点，$z(t)$的运动方向总是与$z(t)$逆时针成$\pi/2$角，线速度等于$z(t)$的模，求$t=\pi$时点的位置$z(\pi)$。

解 根据复数乘法，$z'(t)$逆时针垂直于$z(t)$，则有方程$z'(t)=kiz(t)$，k为一正实数；因为$|z'(t)|=|z(t)|$，$|z'(t)|=|kiz(t)|=k|z(t)|$，从而$k=1$，$z'(t)=iz(t)$。解方程

$$z'(t)=iz(t),\quad z(0)=1 \tag{11}$$

得形同于（7）式的函数

$$z(t)=e^{it} \tag{12}$$

由（12）式可得（11）式，（11）与（12）等价（这就必然地把e、i连在一起了，i为单位向量变化速度）。它们表明，向量的运动方向始终与向量垂直，所以其轨迹是一个圆。$z(0)=1$，所以$z(t)=e^{it}$为经过$z(0)=1$的单位圆，于是恒有$|z(t)|=1$。$z(t)=e^{it}$的线速度是$|z'(t)|=|z(t)|=1$，$z(t)$的运行半径是 1，所以角速度也是 1。当$t\ge 0$时$z(t)=e^{it}$的路径长度与时间t的数量总是相等。经过时间π，$z(t)=e^{it}$的路径也就是π，π是单位圆周长的一半，从$z(0)=1$逆时针转半个圆周到达的位置是$z(\pi)=-1$。得到$z(\pi)=e^{i\pi}=-1$，也就是得到了$e^{i\pi}+1=0$。于是，数学的“五朵金花”0、1、i、π、e就这样共处于同一式中了。其中π是时间，1 移到等号另一边表达的是点的位置。

由上面叙述可知，$z(t)$的模为 1，随时间t增大，$z(t)=e^{it}$的线速度和角速度都是$|z'(t)|=|z(t)|=1$，在任意时刻t，数值t也是复数或向量$z(t)=e^{it}$幅角的值：对任意数值t，t也是模恒为 1 的复数或向量$\cos t+i\sin t$幅角的值，所以，就有欧拉公式

$$e^{it}=\cos t+i\sin t$$

6 补充说明与结论

6.1 补充说明

连续复利在资金流现值计算、二叉树期权定价模型、b-s 期权定价模型等公式中都有应用。实际上，任何人在创立或讲述这些公式和模型时都没有分析论证连续复利这一概念及含义的可用性，连续复利的构成和基本应用都是错误的，在这些公式中的应用也不可能是正确的。在这些所有的公式和模型中，在给出利率r后，只有用$A(t)=(1+r)^t=e^{t\ln(1+r)}$代替$A(t)=e^{rt}$的才是正确的[17,18]。

6.2 结论

人们通常使用的利率r已经是连续“利生利”、即连续地复利的结果，利率r是资金价值增值规律与人们思维的统一，所以当t只取整数时，$A(t)=A_0(1+r)^t=A_0e^{t\ln(1+r)}$就是离散复利公式；当$t$取连续实数时，$A(t)=A_0(1+r)^t=A_0e^{t\ln(1+r)}$就是连续计算复利的公式。当

给出利率r后，用通常教材中讲的所谓连续复利计算公式$A(t)=e^{rt}$计算，从方法和实践上都是错误的。

参考文献

[1] 中国人民大学数学教研室编.经济数学基础（一）微积分[M].北京：中国人民大学出版社，1982.5.
[2] 吴志清,黄玉洁. 高等应用数学 （上册）[M].上海: 立信会计出版社,2006.8
[3] 张家琦、万重英、陈洪育.微积分教程（第二版）[M].北京：中国人民大学出版社，2011.3.
[4] 吴建成.高等数学[M]. 北京：机械工业出版社，2009.9.
[5]（日）远山启著，吕砚山等译.通俗数学（下册）[M].北京：北京科学技术出版社，1988.9.
[6]（美）兹维·博迪，罗伯特·C·莫顿，戴维·L·克利顿著,曹辉、曹音译.金融学（第 2 版）[M]. 北京：中国人民大学出版社，2013.6.
[7] 郭献芳.工程经济学[M].北京：机械工业出版社，2012.1.
[8] （美）詹姆斯·C·范霍恩、小 8 约翰·M·瓦霍维奇著, 刘曙光等译. 财务管理基础（第 13 版）[M]. 北京：清华大学出版社，2009.7.
[9]（美）罗伯特 E. 惠利著，胡金焱、王起、李颖译.衍生工具[M]北京：机械工业出版社，2010.1.
[10]（美）S G Kellison 著.尚汉冀译.利息理论[M].上海：上海科学技术出版社，1996.3
[11]高俊科. 关于所谓增长率的连续计算问题[J]. 数学的实践与认识，1988（3）.
[12]高俊科. 关于复利率的连续计算方法—析国内外数学教材中普遍存在的一种方法错误[J].数理统计与管理，1998(2).
[13]吴迪光、张彬.微积分学（上册）.杭州：浙江大学出版社.1995,4..
[14]左仰贤.动物生物学教程[M].北京：高等教育出版社，2001.8
[15]（以）Eli.maor 著.周昌智、毛兆荣译.e 的故事：一个常数的传奇[M].北京：人民邮电出版社，2010.7.
[16]陈仁政.不可思议的e [M].北京：科学出版社，2005.4..
[17]高俊科 b-s 期权定价模型中应用连续复利存在的问题[J] 金融经济（学术版） 2014（1）.
[18]高俊科 二叉树期权模型和资金流现值计算公式中应用连续复利存在的问题[J] 金融经济 (学术版) , 2014（10）.

Discrimination on continuous compound interest and ordinary compound interest

Gao Junke

(Hebei Radio and TV University, Shijiazhuang/hebei 050071)

Abstract： Continuous compounding interest teaching of economic mathematics, financial engineering, engineering economics textbooks have been in existence for more than 300 years, this so-called continuous compounding interest in the composition and the application is wrong; the value of capital is continuous growth in exponential function ,Interest rete itself is a continuous " Interest generates interest"；The common compound interest formula learned in primary and secondary schools is the formula of continuous calculation of interest; In the analysis of this error, some other results are obtained ; the uses of irrational number e in many concrete things as base of exponential function is applying the meaning of unit change rate ;The Euler equation $e^{\pi i}+1=0$ and the meaning of the letters was Intuitively get.

Keywords: Continuous compounding; Common interest; Irrational; Unit change rate; Euler formula