参数不确定性对均值-方差前沿组合的影响及解决办法研究

郭培俊

（西南财经大学中国金融研究中心，成都，610074）

摘要：参数存在时变问题，利用历史数据估计得到的参数并不能直接运用到传统的均值方差模型中。其次，在以上的讨论的基础上，总结了以贝叶斯算法为核心的资产组合模型体系。通过利用蒙特卡洛模拟和压力测试的方式，从损失、偏误和有效性三个方面讨论参数的估计精度问题，发现贝叶斯算法为核心的模型皆能提高对收益率的估计精度。因此，贝叶斯算法下的资产组合模型能够在一定程度下避免参数不确定对资产组合的效率损失问题，能够成为在实际投资中资产配置的有力工具。

关键词：资产配置；参数不确定性；贝叶斯算法；蒙特卡洛模拟；压力测试

引言

在理论上，Markowitz（1952）提出的均值方差模型是关于资产配置“完美”的理论，原理是在一定风险控制下寻求收益率最大化的组合，或者是在一定收益率的要求下寻求风险最小化的组合。通过均值方差模型得到的资产组合是效率最高的，是“完美”的，即在同样的风险下模型得到的组合的收益率已经是最高的了，不存在另外的组合在承担同样风险的情况下所获得的收益更高。但是这样的组合是“事后最优的”，即当风险资产的收益率已经实现了的时候去寻求的“事后”最优结果，因此在实际投资应用中，一般是通过历史数据估计未来的期望收益率和风险，但是在瞬间万变的金融市场中，历史收益率并不等于未来收益，甚至是完全背离的，尤其是在国内还不成熟的证券市场中，更是如此。祸不单行的是，传统的均值方差模型对输入的参数极其敏感，所估计的参数发生微小变化将导致权重发生剧烈的变化，同时还存在非直觉性以及误差放大等缺陷（Michaud（1989），Canner、Mankiw and Weil（1997）），在没有卖空限制条件下模型得到的权重发生权重过度集中的情形，这本身就违背了使用资产组合理论进行资产配置的初衷——通过构建投资组合以分散非系统风险。所以，在实际投资应用中，甚少投资者使用均值方差模型。

究其原因，是因为Markowitz 的均值方差模型是单纯地从历史数据中获取收益率和协方差矩阵，通过历史数据估计未来收益率存在巨大的误差，即输入模型的参数具有一定的不确定性。那么参数不确定性是如何影响投资组合的，并且如何去解决其对均值方差模型的影响，将具有非常巨大的研究意义。

一、参数不确定性对前沿组合的影响

组合理论是投资者决定资产权重的有效分析方法，但在实际运用中远不如其在学术上来得广泛，所用甚少。在经典的均值方差模型中，需要输入持有资产组合τ期间的期望收益率$\mu_{T+\tau}$和协方差矩阵$\Sigma_{T+\tau}$两个参数，而在实际应用中一般是利用历史数据进行预测得到估计的收益率$\hat{\mu}$和协方差矩阵$\hat{\Sigma}$。但是一瞬万变的金融市场，能否使用过去历史数据估计的收益率$\hat{\mu}$和协方差矩阵$\hat{\Sigma}$来替代未来持有资产组合τ期间的期望收益率$\mu_{T+\tau}$和协方差矩阵$\Sigma_{T+\tau}$是个尚需商榷的问题。

学术上，Michaud and Richard O.(1989)[16]发现均值方差模型存在参数估计的误差极大化和不稳定最优解的问题，同时发现等权重的投资组合绩效优于未受限制条件下的均值方差模型最优权重下的投资组合的绩效。Jorion（1992）[17]指出均值方差模型分析方法完全忽略

参数的估计误差问题，所得的最优权重并不是有效的。Black Fischer and Robert Litterman（1991）[18]的研究亦表明均值方差模型下的资产组合往往与直觉经验不相吻合，他们对全球债券投资组合研究中发现期望收益率小幅变动会造成投资组合的投资比例大幅变动，比如对德国债券的期望收益率小幅修正 0.1%，修正后投资德国债券的比例由原来的 0.0%飙升至 55.0%，Kallberg and Ziemba（1984）[19]甚至是给出了投资组合中的期望收益估计误差的重要性是协方差矩阵的十倍。另外 Black Fischer and Robert Litterman 还发现在无卖空限制条件下，均值方差模型经常导致在一些资产上有很大的口头头寸，而实际上大量投资者具有卖空约束。如果对卖空进行限制，模型经常导致在某些资产上权重为 0，而在另一些资产上权重过大，即资产配置过于集中的现象（highly concentrated)。

综合上述均值方差模型中存在参数敏感、过度集中和非直觉性问题，而根本原因还是在于参数的不确定性问题，即参数的估计误差，而造成估计误差的原因主要所选的样本长度以及参数本身的时变问题，而参数本身的时变问题是影响到选取不同样本长度得到不同结果的根本原因，因此下面将重点考虑参数的时变问题。

（一）参数的时变问题

参数的时变问题可以归结为对参数的预测准确性问题，即考究期望收益率 $\mu_{T+\tau}$ 、协方差矩阵 $\Sigma_{T+\tau}$ 与估计的收益率 $\hat{\mu}$ 、协方差矩阵 $\hat{\Sigma}$ 的预测准确性问题，下面将采用两种方法来研究期望收益率 $\mu_{T+\tau}$ 、协方差矩阵 $\Sigma_{T+\tau}$ 的时变问题。

1. 一般滚动估计

一般滚动估计在实际运用中较为常见，一般是利用过去的某个长度的样本计算所需要的参数，可以预见利用过去历史数据来预测未来是有效的根本前提是数据的变化剧烈程度不至于太高，因此本文采用变异系数来研究收益率与协方差的时变问题。

假设有时间序列 r_t ，变异系数的计算公式为： $CV = \frac{std(r_t)}{|mean(r_t)|}$ ，同时本文还考虑预测值与实际值之间的均方误差倍数，计算公式为： $MSEM = \frac{\sum_{i=1}^{N}(\hat{r}_t - r_t)^2}{N} / |mean(r_t)|$ ，其中 $\hat{r}_t$ 为预测值， r_t 为实际值。变异系数是衡量数据的变异程度，如果变异程度越高，可预测的可能性就越低；均方误差倍数是用来衡量预测值与实际值之间的差异程度，数值越高，意味着预测值越不可靠。

2. 马尔可夫域变估计

由于 Kallberg and Ziemba（1984）指出投资组合中的期望收益估计误差的重要性是协方差矩阵的十倍，考虑到收益率的估计误差的重要性，下面将使用马尔可夫域变估计进一步分析收益率的时变问题。

马尔可夫域变理论建立于上世纪中期，主要是由 Goldfeld and Quaudt(1973)，Hamilton（1990）发展了这一理论，但是由于其计算过去极为复杂，直到上世界 80 年代末计算机技术的迅速发展，该理论才被广泛应用。马尔可夫域变模型主要提供了一种处理存在体制变化情况的时间序列的方法，比在模型中设置门限值更为灵活。但是这种方法一般需要知道具体的域变时间点才可进行，并且对于在多种体制下的域变相互转化问题是无能为力的，但是马

尔可夫域变模型可以轻松解决。

二、贝叶斯算法

在实际的计算过程中参数期望收益率 $\mu_{T+\tau}$ 和协方差矩阵 $\Sigma_{T+\tau}$ 往往由于估计误差的存在导致均值方差模型得到的前沿组合并不是有效的，甚至是与有效前沿组合离题万里，那么假若能够解决估计误差对均值方差模型最优解的影响，将大大促进在实际投资活动中对均值方差模型的应用，亦为基金经理提供以一种科学量化的投资组合权重的确定方法。

在本章作者提出贝叶斯算法下的资产组合模型方法来解决估计误差问题，允许投资者可以对待估计参数表达观点，通过贝叶斯算法将投资者的观点和从市场上获得的估计相结合，降低了单纯通过市场数据估计参数的估计误差影响，同时考虑到投资者的主动投资能力的影响，因此通过贝叶斯算法来改进资产组合模型在实际投资活动中的应用价值非常巨大，具有极大的研究价值。另外本节在研究贝叶斯算法的资产组合模型所采用的分析框架是均值-CVaR 框架，主要是考虑到在实际应用中，投资者往往更关心风险值，比如对于阳光私募业内清盘线的普遍标准为 0.7 元，即最多允许资管产品净值下跌 30%。

贝叶斯算法起源于英国学者 T.贝叶斯 1763 年发布的文章中《论有关机遇问题的求解》中提出的一种归纳推理理论，之后被其他统计学家发展为一种系统的统计推断方法，被称为贝叶斯方法。贝叶斯方法与传统的统计方法——极大似然方法的根本区别是：前者是研究当我们根据所观测的市场信息 i_T 考虑何种参数 θ 的概率最大的问题，即 $f(\theta\,|\,i_T)$ 的最大化问题，记为 $f_{po}(\theta;i_T,e_C)$，e_C 表示投资者对参数的已获信息；后者则是考虑在何种参数 θ 下，我们所观测到的市场信息 i_T 最大的问题，即 $f(i_T\,|\,\theta)$ 的最大化问题，而 $f(i_T\,|\,\theta)$ 则是我们经常遇见的数据似然函数。

因此，贝叶斯分析是寻求关于参数的已获市场信息与数据相结合来做出推断。参数的已获信息 e_C 一般通过对参数预先指定一个先验分布表示，记为 $f_{pr}(\theta)$。那么关于参数 θ 的贝叶斯后验分布 $f_{po}(\theta;i_T,e_C)$ 的计算方法为：

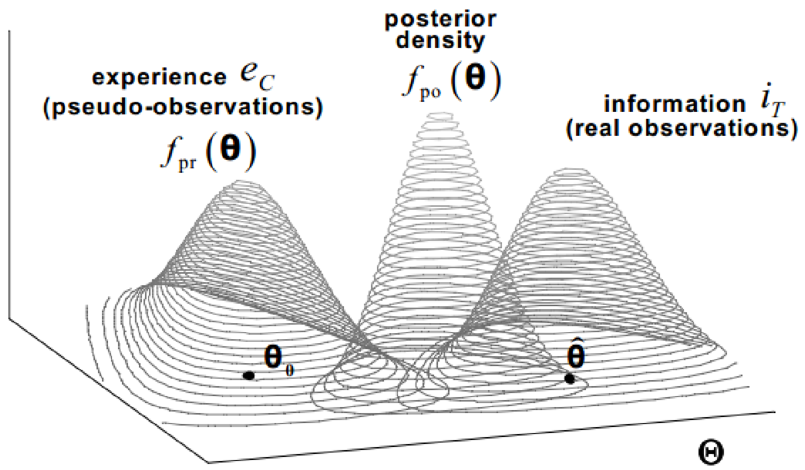
$$f_{po}(\theta;i_T,e_C)\equiv f(\theta\,|\,i_T)=\frac{f_{I_T,\theta}(i_T,\theta)}{\int_{\Theta}f_{I_T,\theta}(i_T,\theta)d\theta}=\frac{f_{I_T|\theta}(i_T\,|\,\theta)f_{pr}(\theta)}{\int_{\Theta}f_{I_T,\theta}(i_T,\theta)d\theta}$$

从上式可以看到贝叶斯后验分布 $f_{po}(\theta;i_T,e_C)$ 是对数据似然函数 $f(i_T\,|\,\theta)$ 和对参数的已获信息 e_C 的先验分布 $f_{pr}(\theta)$ 的结合，从而解决了在对参数估计过程中过分依赖市场观测数据的问题，而且在贝叶斯算法下的资产组合模型中还可以对先验分布 $f_{pr}(\theta)$ 的置信度进行设置，表示投资者对已获信息的肯定程度，记为符号 C。可以预见，当投资者非常肯定自己已获信息，比如置信度非常大 $C\to\infty$，后验分布 $f_{po}(\theta;i_T,e_C)$ 将会非常接近先验分布 $f_{pr}(\theta)$，反之当投资者完全不信任自己已获信息，即 $C\to 0$，后验分布 $f_{po}(\theta;i_T,e_C)$ 将会

等同于从市场观测数据的估计值 $f(\hat{\theta})$。

$$f_{po}(\theta)\begin{cases} \sim f_{pr}(\theta) & (C \to \infty) \\ \sim f(\hat{\theta}) & (C \to 0) \end{cases}$$

但是由于在不同模型框架下，投资者对参数已获信息的先验分布 $f_{pr}(\theta)$ 并不能吸收所有种类的观点，比如线性的观点、非线性的观点、绝对观点和相对观点等，因此在不同的初始假设下，存在绝对观点的均值方差和相对观点的均值方差两种模型框架，以下将详细地进行描述介绍。



三、模型的性能测试

对于模型的性能测试，本文主要从对参数与风险前沿分别进行压力测试以及以传统方法为基准对最优组合的估计误差进行比较分析三个方面入手。对参数与风险前沿进行压力测试主要是考虑当市场各个资产真实的联合分布在不同情况下对待估计参数和风险前沿的影响，由于在实际情况下，我们基本上是无法获得各个资产真实的联合分布，因此在实际投资应用中一般是通过压力测试考察模型在各种情况下的性能，选取稳健性最高的方法与模型。而且本文还从实际投资运用中对资产组合的要求背景下，提出以传统方法为基准对最优组合的估计误差进行比较分析的方法，原因是在实际投资中一般是选取夏普比率最高的资产组合的权重作为实际投资的权重。

由于我们并不知道市场各资产的真实联合分布，本文对于模型的性能测试主要是利用模拟一个真实的市场并通过蒙特卡洛模拟的方法进行。首先，对于各个资产的收益率与风险的关系假设是，收益率的大小与风险的大小是呈现正相关关系，即风险资产的期望收益率越大其波动率越大，这也符合投资者为了获取较高的收益率必须承担更高的风险的规律。

假设投资者目标投资范围为 N=10 只股票，由于协方差矩阵与相关系数矩阵是一一对应的，即存在 $\Sigma=\mathrm{diag}(\boldsymbol{\sigma})\times C\times \mathrm{diag}(\boldsymbol{\sigma})$ 的关系，其中

$$C=\begin{pmatrix}1 & \theta & \cdots & \theta \\ \theta & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \theta \\ \theta & \cdots & \theta & 1\end{pmatrix}$$

θ 为不同股票之间的相关系数，$\boldsymbol{\sigma}$ 为股票的波动率，对于 A 股来说由于存在涨跌幅限制，平均的日波动率大概为 1%至 5%，所以 $\underline{\sigma}\equiv 0.01,\underline{\sigma}+\Delta,\cdots\bar{\sigma}-\Delta,\bar{\sigma}\equiv 0.05$，最后对于 N 只股票的收益率设置为 $\mu\equiv\lambda\times\Sigma\times\frac{\mathbf{1}}{N}$，其中 λ 为表示收益率的大小与风险的大小的正相关关系程度，不妨设为 $\lambda=2.5$。

对于投资者的观点，我们假设投资者获得正确的经验意见，但是置信度只有 50%，分别进行对参数和风险前沿进行压力测试、以及考虑最优组合的夏普损失率问题。

（一）参数压力测试

对于市场真实的联合分布尚存在不确定的主要是不同股票之间的相关系数 θ，所以对于待估计参数的压力测试主要是考虑不同股票之间的相关系数 θ 在不同情况下待估计参数的估计误差情况。

对于待估计参数的估计误差主要通过三方面来判断的，分别为损失函数、偏误函数以及有效性函数，以下是各自的定义：

损失函数：$Loss(\hat{G},G)=\|\hat{G}[I_T]-G[f_X]\|^2$

偏误函数：$Bias(\hat{G},G)=\|E\{\hat{G}[I_T]\}-G[f_X]\|^2$

有效性函数：$Inef(\hat{G})=E\{\|\hat{G}[I_T]-E\{\hat{G}[I_T]\}\|^2\}$

从上面的定义不难得到损失函数、偏误函数与有效性函数的关系：

$$Loss(\hat{G},G)\approx Bias(\hat{G},G)+Inef(\hat{G})$$

由于鲁棒绝对观点模型是对简单绝对观点模型在求解风险前沿时的一种改进，因此在估计参数时的方法都是一致的，因此对于参数的压力测试主要是对简单绝对观点模型、Black-Litterman 模型和全观点模型进行的。

我们需要估计 N=10 只股票的期望收益率 μ 和协方差矩阵 Σ，其中对于协方差矩阵 Σ 最为重要的是对角线上的方差——衡量这 10 只股票的波动率大小。真实的市场环境是在协方差矩阵 $\Sigma=\mathrm{diag}(\boldsymbol{\sigma})\times C\times\mathrm{diag}(\boldsymbol{\sigma})$ 与收益率 $\mu\equiv\lambda\times\Sigma\times\frac{\mathbf{1}}{N}$（$\lambda=2.5$）的假设下进行的，然后通过伪随机函数生存长度 T=30 的时间序列数据，然后通过不同的估计方法得到相应的参数，模拟的次数皆为 10000 次，取其平均值。

表格 1 有关期望收益率的损失函数统计

	θ=0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.6	θ=0.8
均值方差估计	0.0055	0.0054	0.0055	0.0055	0.0055
经典贝叶斯估计	0.0027	0.0027	0.0028	0.0027	0.0028
BL 估计	0.0027	0.0027	0.0028	0.0028	0.0028

全观点估计	0.0028	0.0027	0.0027	0.0028	0.0027

表格 2 有关期望收益率的偏误函数统计

	θ=0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.6	θ=0.8
均值方差估计	7.0015e-005	4.0966e-005	5.3346e-005	2.3242e-005	4.2550e-005
经典贝叶斯估计	3.5363e-005	2.0738e-005	2.5055e-005	1.2481e-005	1.9884e-005
BL 估计	3.5219e-005	2.1582e-004	4.2339e-004	5.7318e-004	7.9470e-004
全观点估计	8.8390e-005	1.0215e-004	4.3850e-005	1.6077e-004	4.3643e-005

表格 2 有关期望收益率的有效性函数统计

	θ=0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.6	θ=0.8
均值方差估计	0.0055	0.0054	0.0055	0.0055	0.0055
经典贝叶斯估计	0.0027	0.0027	0.0028	0.0027	0.0028
BL 估计	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027
全观点估计	0.0028	0.0027	0.0027	0.0028	0.0027

从以上的表格可以看到，对参数估计的压力测试中经典贝叶斯估计、BL 估计和全观点估计在整体损失函数和有效性函数中情况都较为理想，在 50%的置信度下，数值大约为均值方差估计的一半;但是三种参数的估计办法中由于经验意见的加入对偏误函数的影响就变得不稳定了,因为本质上贝叶斯算法下的参数估计就是将来自市场信息的估计与来自经验意见的进行加权，因此三种参数额估计都将不同程度地影响偏误函数。

表格 3 有关波动率的损失函数统计

	θ=0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.6	θ=0.8
均值方差估计	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039
经典贝叶斯估计	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039
BL 估计	0.0080	0.0080	0.0080	0.0080	0.0080
全观点估计	0.0042	0.0042	0.0042	0.0042	0.0042

表格 4 有关波动率的偏误函数统计

	θ=0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.6	θ=0.8
均值方差估计	2.6220e-004	2.6314e-004	2.3718e-004	2.4383e-004	2.7193e-004
经典贝叶斯估计	1.3378e-004	1.3660e-004	1.0824e-004	1.1617e-004	1.3960e-004
BL 估计	0.0064	0.0064	0.0064	0.0064	0.0064
全观点估计	8.7539e-004	6.5871e-004	7.6620e-004	7.7026e-004	7.1200e-004

表格 5 有关波动率的有效性函数统计

	θ=0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.6	θ=0.8
均值方差估计	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039
经典贝叶斯估计	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039
BL 估计	0.0048	0.0048	0.0048	0.0048	0.0048
全观点估计	0.0041	0.0041	0.0041	0.0041	0.0041

表格 3、4 和 5 同样可以看到关于波动力的压力测试统计情况，三种参数估计方式都加大了损失函数、偏误函数和有效性函数三方面，可见三种参数估计方式对于估计波动率并不能起到提高精度的作用，反而是降低了估计精度，BL 估计的情况最为严重，远超精度贝叶

斯估计和全观点估计两个参数估计方式。而贝叶斯估计和全观点估计也只是小幅地降低了估计精度，从另一方面我们又知道协方差矩阵对于风险前沿的影响要远小于期望收益率对其的影响。

综合上述，不难发现经典贝叶斯估计、BL 估计和全观点估计均比传统的均值方差参数估计办法皆提高了对股票的期望收益率的精度，但是并没有明显提高（甚至是降低了）对股票的波动率的精度，而 BL 估计方法的情况最为严重。

（二）风险前沿的压力测试

对于风险前沿的压力测试采用第三章的方法，即通过夏普损失比率函数方法来评价两种方法得到的风险前沿的效率。夏普损失比率函数：$loss = -\sum_{i=1}^{N}\min(0,\frac{\hat{S}_p^i - S_p^i}{S_p^i})/N$，其中 S_p^i 和 $\hat{S}_p^i$ 皆为前沿组合中的第 i 个组合的夏普比率。

真实的市场环境与参数的压力测试一样，都是在协方差矩阵 $\Sigma=\mathrm{diag}(\sigma)\times C\times \mathrm{diag}(\sigma)$ 与收益率 $\mu \equiv \lambda \times \Sigma \times \frac{\mathbf{1}}{N}$（$\lambda = 2.5$）的假设下进行的，然后同样也是通过伪随机函数生存长度 T=30 的时间序列数据，然后通过不同的估计方法得到相应的风险前沿，模拟的次数皆为 10000 次，然后取其平均值。表格 6 与表格 7 分别是对风险前沿在不同的相关系数的真实环境下的压力测试统计与图示（其中图示为 10000 次中随机抽取的一次图示）。

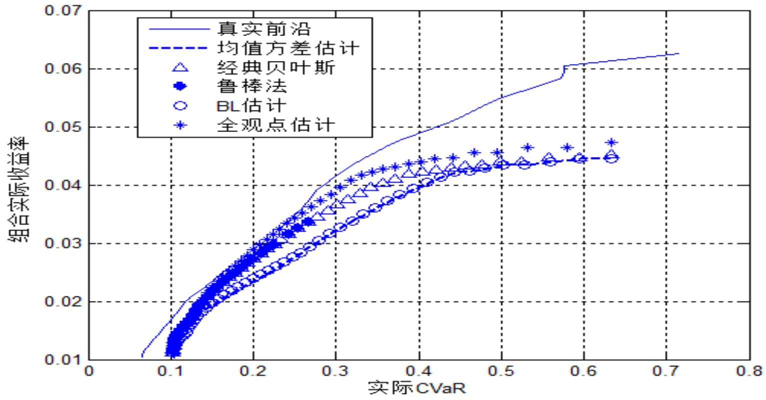
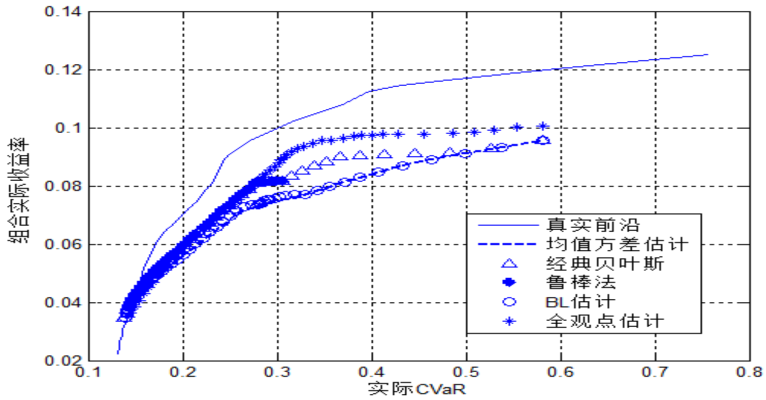
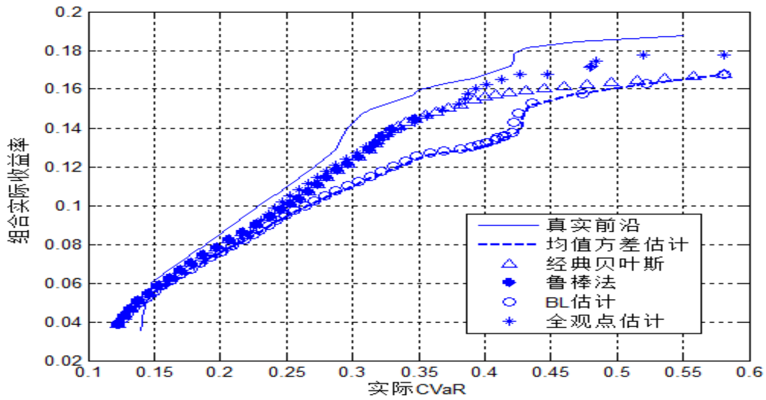
从表格 7 可以看到均值方差估计、经典贝叶斯估计、鲁棒法估计、BL 估计与全观点估计的夏普损失比率在不同相关系数的真实环境下的平均值分别为-11.72%、-7.52%、-6.62%、-11.4%和-6.63%，可以看到鲁棒法与全观点估计估计得到的风险前沿的夏普比率与真实的情况相比损失最小的。但是对于股票之间的相关系数较高的情况下，全观点估计得到的风险前沿表现更为出色，基本与真实的情况相符，比如当相关系数达到 θ=0.8 的时候，夏普损失比率-1.66%，而实际市场情况中，股票收益率的相关性往往较高，特别在 A 股这个系统风险达到 60%以上的市场中更是如此。另外值得注意的是，风靡市场一时的 BL 估计只是从传统的均值方差估计的夏普损失比率-11.72%提高到-11.40%。

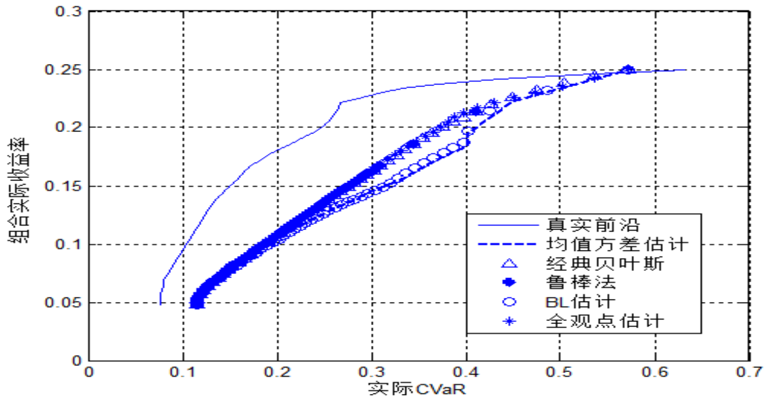
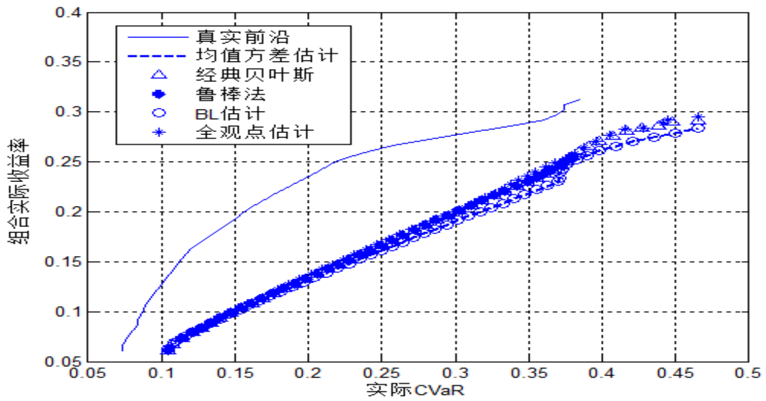
表格 6 风险前沿的压力测试统计

	θ=0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.6	θ=0.8	平均值
均值方差估计	-25.89%	-10.90%	-11.28%	-6.64%	-3.88%	-11.72%
经典贝叶斯估计	-19.48%	-6.31%	-6.20%	-3.38%	-2.22%	-7.52%
鲁棒法	-14.68%	-3.89%	-6.17%	-5.36%	-3.02%	-6.62%
BL 估计	-25.22%	-10.55%	-10.90%	-6.48%	-3.84%	-11.40%
全观点估计	-15.70%	-7.28%	-5.37%	-3.12%	-1.66%	-6.63%

从表格 7 加清楚看到与真实风险前沿最接近的从外到内依次为全观点估计、经典贝叶斯估计、鲁棒法估计、BL 估计和均值方差估计。另外从图示可以看到，对于鲁棒法估计得到的风险前沿是经典贝叶斯估计的一部分，这主要是由于“害怕”估计误差的存在而导致风险前沿往全局风险最小组合“萎缩”（shrink），因此鲁棒法估计得到的风险前沿与全观点估计得到的也非常接近，但是若投资者想构建高风险高收益组合，那么鲁棒法估计并不能提高解决的途径。所以可以看到全观点估计非常适合实际的金融投资活动需求。

表格 7 风险前沿的压力测试图示

<table>
<tr><th>参数</th><th>图示</th></tr>
<tr><td>θ =0</td><td>
</td></tr>
<tr><td>θ =0.2</td><td>
</td></tr>
<tr><td>θ =0.4</td><td>
</td></tr>
</table>

θ =0. 6	
θ =0. 8	

（三）最优组合的夏普损失率

由于在实际投资活动中，投资者并不需要使用风险前沿上所有的投资组合，而是从这些投资组合中按照某个准则挑选最优的投资组合，并以这个投资组合的权重最为实际投资的权重。而在挑选最优的投资组合的准则一般采用是夏普比率、特雷诺比率和詹森比率，其中夏普比率最为常用，同样我们在存在估计误差的情况下通过特定的估计方法得到的风险前沿，然后从前沿组合中挑选出夏普比率最大的投资组合，然后考虑这个投资组合的实际夏普比率与不存在估计误差下的真实最优夏普比率的“差别”，而这个差别就定义为最优组合的损失率，如下：

最优组合的夏普损失率：$(\max\{\hat{S}_p^i\}_{i=1}^M - \max\{S_p^i\}_{i=1}^M)\times 100\% / \max\{S_p^i\}_{i=1}^M$

同样，模拟的方式同上，模拟的次数亦为 10000 次，取其平均值，得到表格 8。

表格 8 最优组合夏普损失率统计

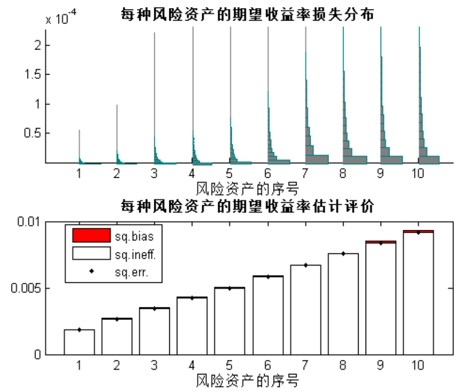
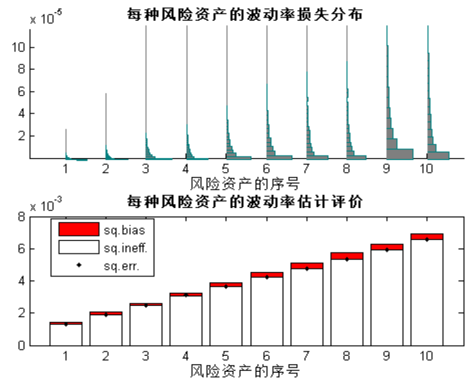
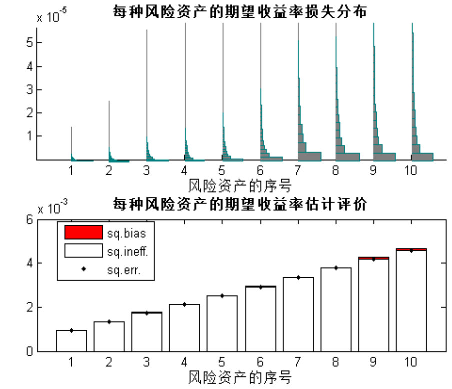
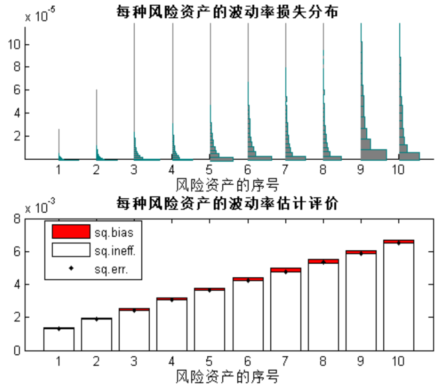
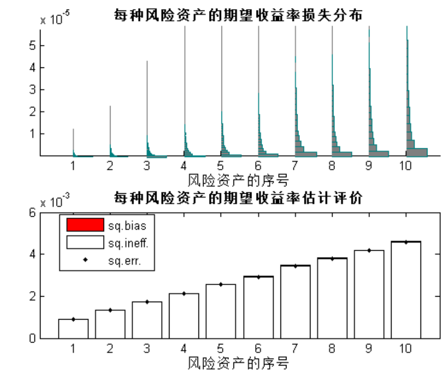
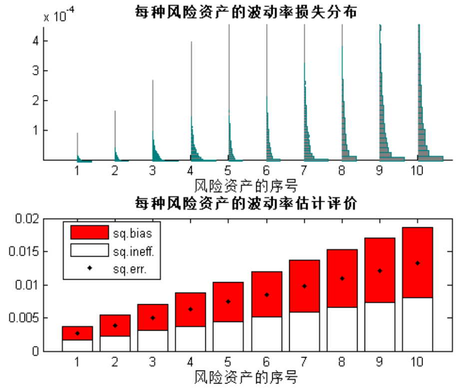
	θ =0	θ =0. 2	θ =0. 4	θ =0. 6	θ =0. 8	平均值
均值方差估计	- 34. 43%	-19. 24%	-12. 68%	-8. 27%	-5. 17%	-15. 96%
经典贝叶斯估计	-25. 93%	-12. 98%	-8. 05%	-5. 23%	-3. 17%	-11. 07%
鲁棒法	-25. 55%	-13. 11%	-8. 07%	-5. 19%	-2. 93%	-10. 97%
BL 估计	-26. 91%	-14. 18%	-9. 38%	-6. 56%	-3. 61%	-12. 13%
全观点估计	-23. 85%	-12. 37%	-8. 05%	-5. 68%	-3. 47%	-10. 68%

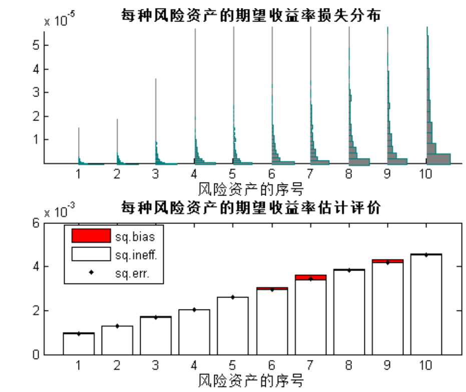
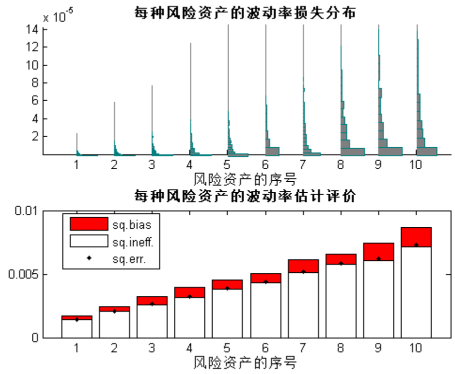
从表格 8 可以看到当市场相关系数较低的时候鲁棒法和全观点估计得到的最优组合的夏普损失率较低，而整体的夏普损失率是随着相关系数的升高而升高的，当市场相关系数较高的时候，比如达到 0.8 时，鲁棒法得到最优组合的夏普损失率最低，平均只有-2.93%。整体上看，经典贝叶斯估计、鲁棒法、BL 估计和全观点估计都比传统的均值方差估计要好得

多。同样可以看到，BL 估计得到的最优组合的夏普损失率也并不是最优的，因此 Black-Litterman 模型的实际应用价值并不是特别高，这也是在实际投资活动中也甚少见到其身影的缘故。综合市场在不同的相关系数的每种情况下，均值方差估计、经典贝叶斯估计、鲁棒法估计、BL 估计和全观点估计的最优组合平均夏普损失率分别为-15.96%、-11.07%、-10.97%、-12.13%和-10.68%，可见在同样的经验意见以及置信度的情况下，鲁棒法估计和全观点估计性能相当优越。

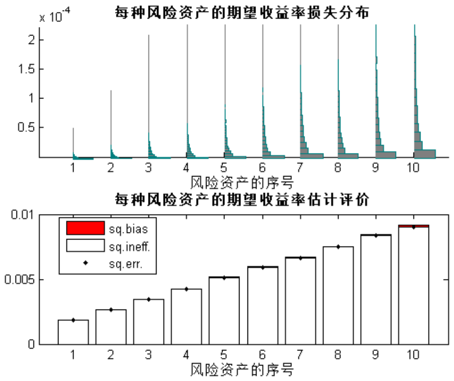
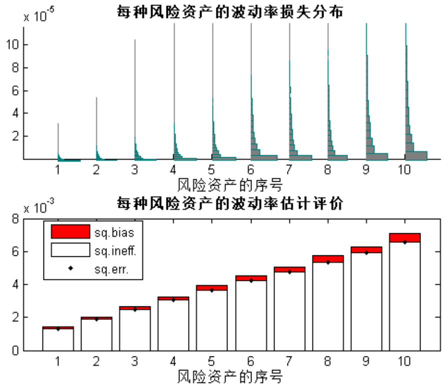
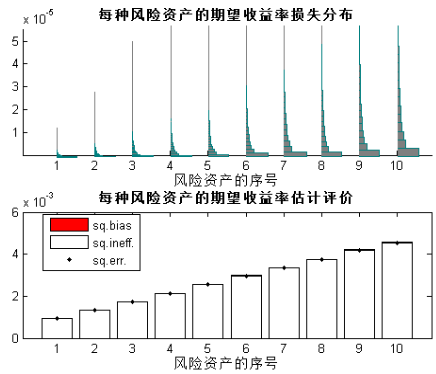
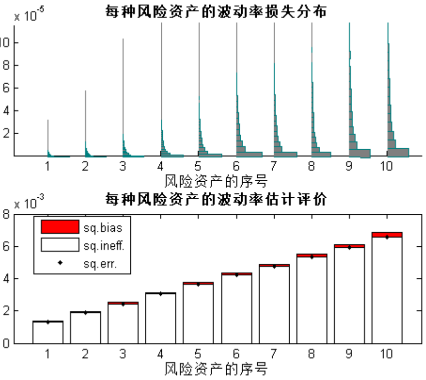
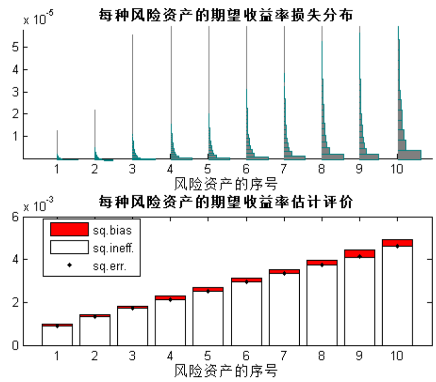
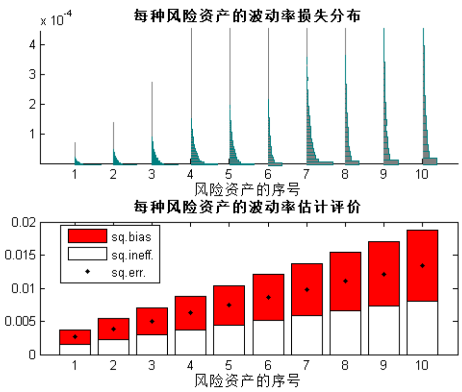
附录：

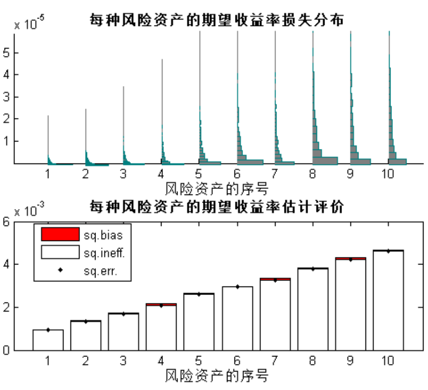
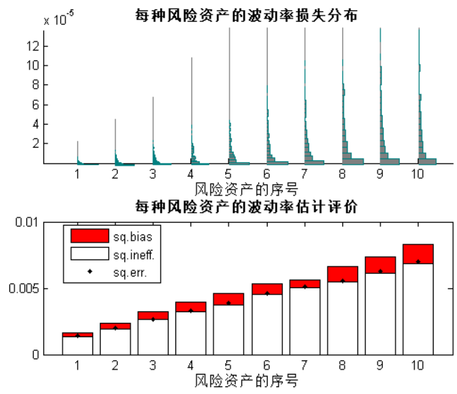
表格 9 相关系数 θ =0 的参数估计评价

方法	收益率的情况	波动率的情况
均值方差估计		
经典贝叶斯估计		
BL 估计		

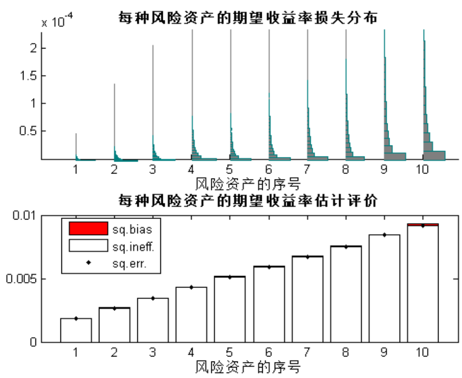
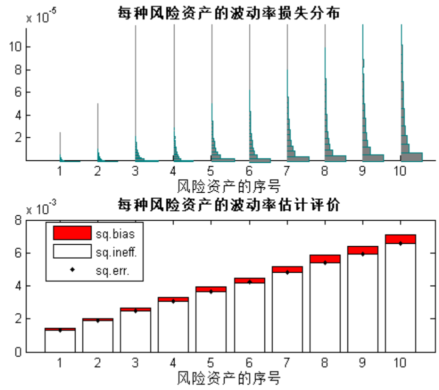
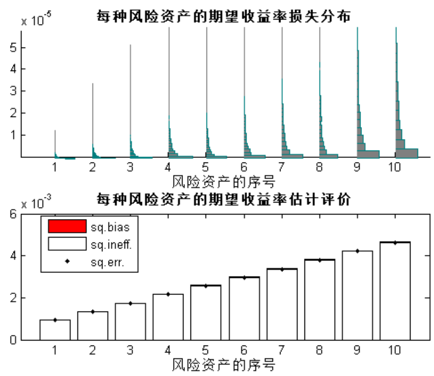
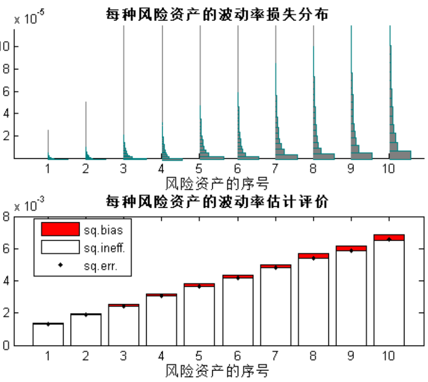
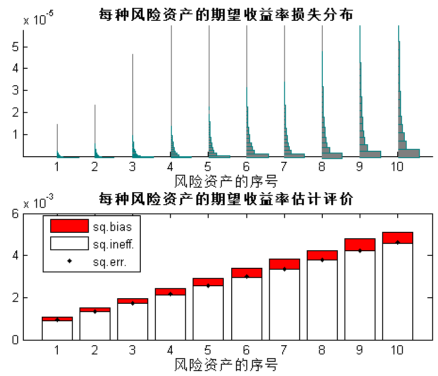
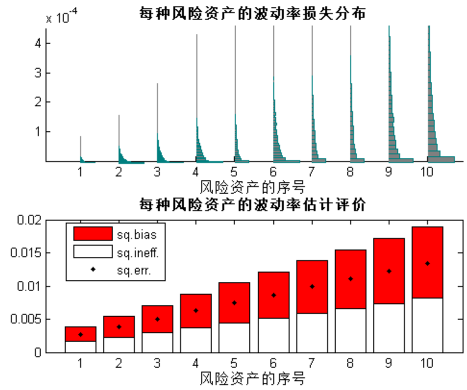
全观点估计		

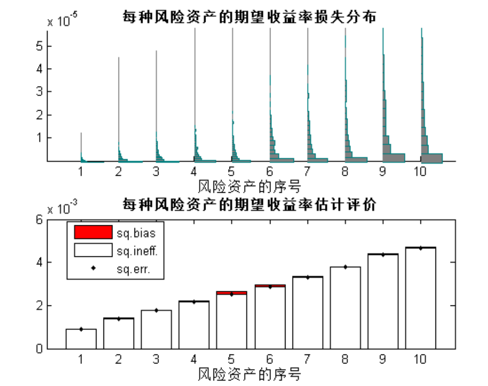
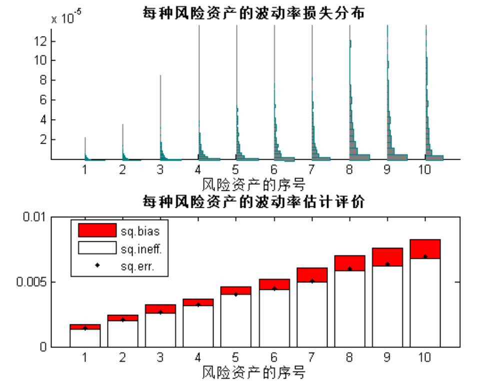
表格 10 相关系数θ=0.2 的参数估计评价

方法	收益率的情况	波动率的情况
均值方差估计		
经典贝叶斯估计		
BL 估计		

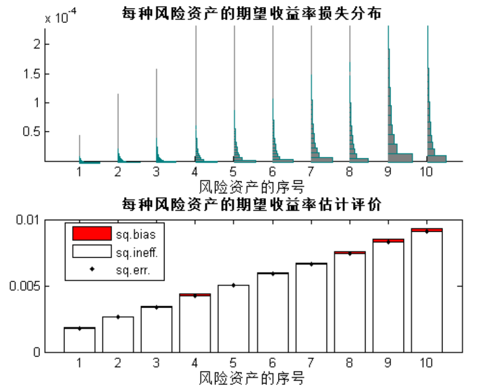
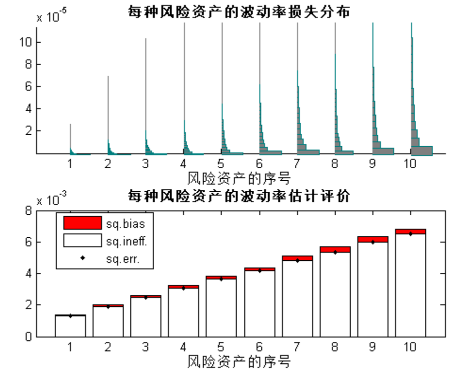
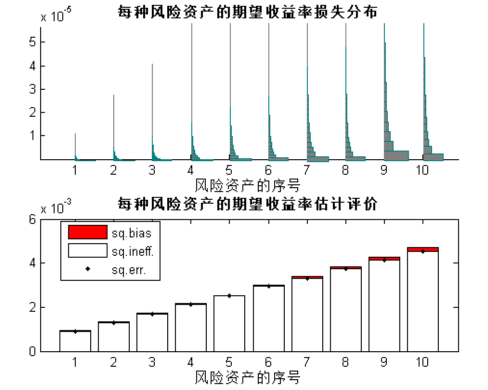
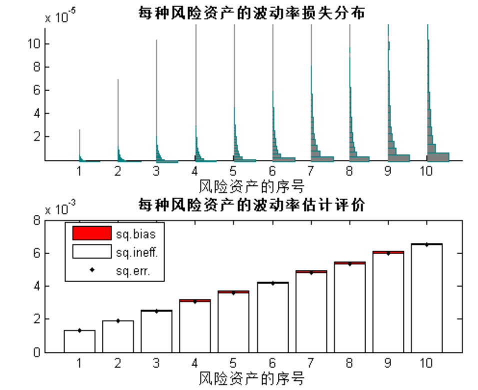
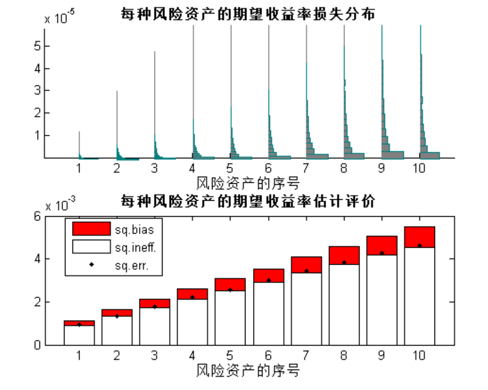
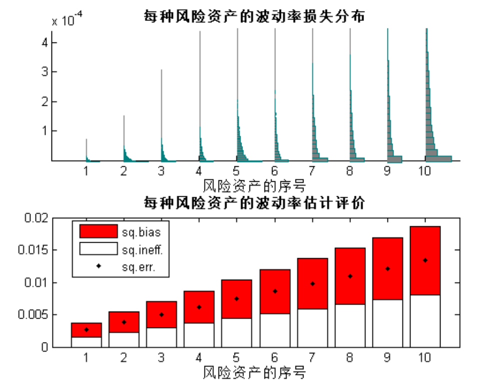
全观点估计		

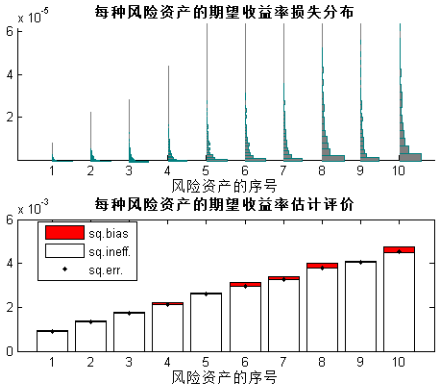
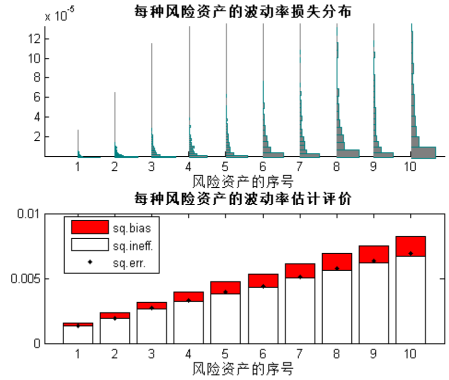
表格 11 相关系数θ=0.4 的参数估计评价

方法	收益率的情况	波动率的情况
均值方差估计		
经典贝叶斯估计		
BL估计		

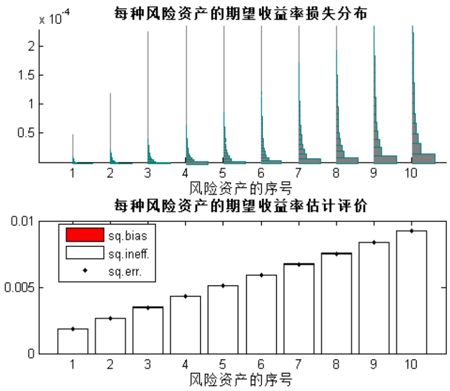
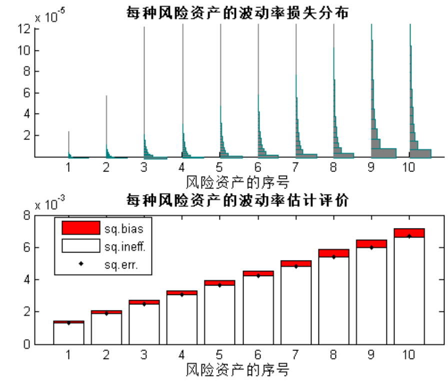
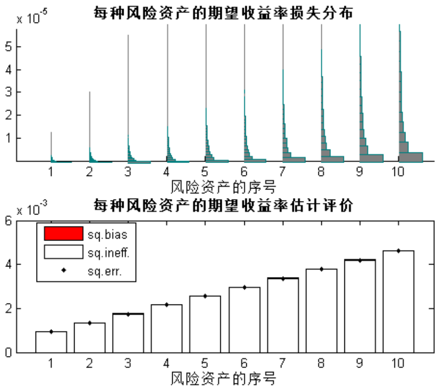
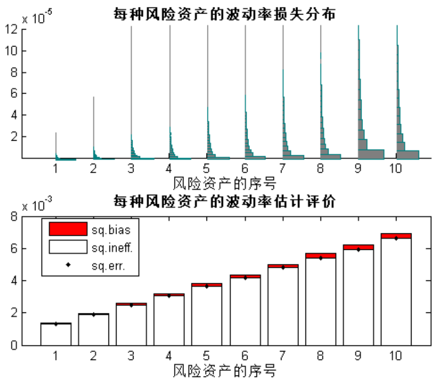
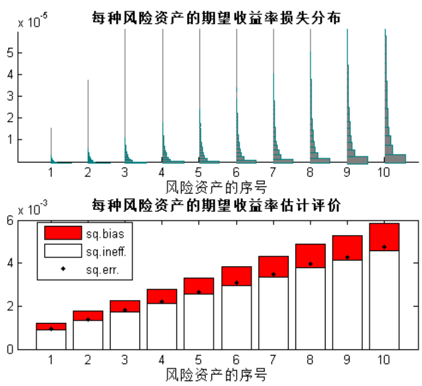
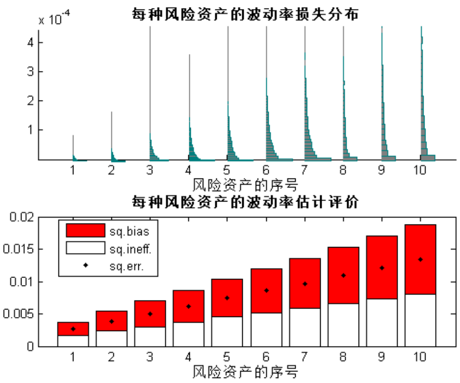
全观点估计		

表格 12 相关系数θ=0.6 参数估计评价

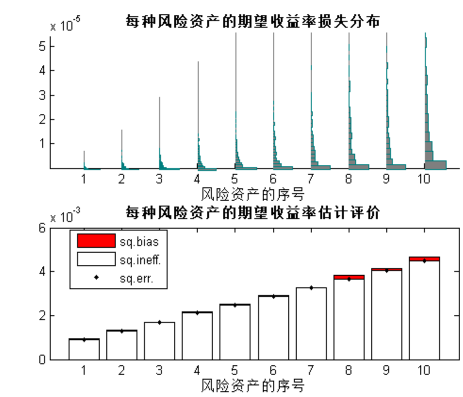
方法	收益率的情况	波动率的情况
均值方差估计		
经典贝叶斯估计		
BL估计		

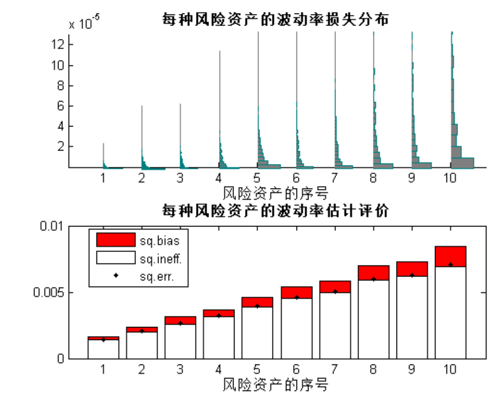
全观点估计		

表格 13 相关系数θ=0.8 参数估计评价

方法	收益率的情况	波动率的情况
均值方差估计		
经典贝叶斯估计		
BL 估计		

全观点估计





四、总结

本文主要研究了参数不确定性对均值方差前沿组合的影响。参数存在时变问题，利用历史数据估计得到的参数并不能直接运用到传统的均值方差模型中，发现期望收益率的不确定性程度越高，对组合的效率影响越大，而协方差矩阵的不确定性对模型的影响则不存在这样的问题；若从夏普损失比率的角度来看，协方差矩阵的不确定对模型的影响要不收益率的要低。因此在实际应用中利用历史数据估计波动率是相对可靠的。

通过建立夏普损失比率指标和借助蒙特卡洛模拟考察参数的不确定是如何影响均值方差前沿组合，在参数不确定性的不同程度下对前沿组合进行比较，发现参数的不确定性程度越高对投资组合的有效性影响越大，特别地在参数的同等扰动下，期望收益率的不确定性对组合效率的影响要远高于波动率的情况。

通过利用蒙特卡洛模拟和压力测试的方式，从损失、偏误和有效性三个方面讨论参数的估计精度问题，发现贝叶斯算法为核心的模型皆能提高对收益率的估计精度，但未能提高对波动率的估计精度；然后从夏普损失率函数角度讨论了四种模型的效率问题，发现在同样的经验意见以及置信度的情况下，鲁棒法估计性能相当优越，非常适合实际投资需求。为了比较贝叶斯算法下的资产组合模型，本文通过大量的模拟实证研究分别进行了对参数和风险前沿的压力测试，并且还对最优组合的夏普损失率进行比较。

因此，贝叶斯算法下的资产组合模型能够在一定程度下避免参数不确定对资产组合的效率损失问题，能够成为在实际投资中资产配置的有力工具。

参考文献：

[1]Arnott,Robert D.，1985，The Pension Sponsor’s View of Asset Allocation，Financial Analysts Journal，Vol，41(5)，pp:17-23

[2]Frost, Peter, and James E. Savarino, 1988, For better performance: Constrain portfolio weights, Journal of Portfolio Management 15, 29-34.

[3]Arontt R. D.Wagner W.H.The measurement and control of trading costs[J].Financial Analysts Journal,1990,46:73-80

[4]S.C.Chiam、K.C.Tan、A.Al Mamum.“Evolutionary multi-objective portfolio optimization in practical context”.International Journal of Automation and Computing,05(1),January 2008,67-80

[5]Jorion，Philippe(1992)，“Portfolio Optimization in Practice”,Financial Analysts Journal,January/February,Vol.48,Iss.1,pp:68-74

[6] J. Kim and R. Nelson. State Space Model with Regime Switching:Classical and Gibbs-Sampling Approaches with Applications. TheMIT Press, 1999.

[7]Carol Alexander.Market Risk Analysis: Practical Financial Econo-metrics. Wiley, 2008.
[8]Renata Mansini,Wlodzimierz Ogryczak,M.Grazia Speranz, 2007, Conditional value at risk and related linear programming models for portfolio optimization. Ann Oper Res, 152:227–25.
[9]Halldorsson, B. V., and R. H. Tutuncu, 2003, An interior-point method for a class of saddle-point problems, Journal of Optimization Theory and Applications 116, 559-590.
[10]Satchell, S., and A. Scowcroft, 2000, A demysti fication of the Black-Litterman model: Managing quantitative and traditional construction, Journal of Asset Management 1, 138—150.
[11]Sharpe,Wiham F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. Journal of Finance, Vol. 19,No.3 (September 1964),pp. 425-442.
[12] Pezier, J., 2007, Global portfolio optimization revisited: A least discrimination alternantive to Black-Litterman, ICMA Centre Discussion Papers in Finance.
[13]张鹏.可计算的投资组合模型与优化方法研究[D].武汉:华中科技大学控制科学与工程系，2006。
[14]林清泉、荣琪，时变贝塔资本资产定价模型实证研究[J]，经济理论与经济管理，2008，第 12 期。
[15]马喜德、郑振龙，贝塔系数的均值回归过程[J]，工业技术经济，2006，第 1 期。
[16]靳云汇、李学，中国股市 beta 系数的实证研究[J]，数量经济技术经济研究，2000，第 1 期。

The impact of parameter uncertainty on the mean-variance forefront combination and solution

Guo Peijun
（Chinese Financial Research Centre of Southwestern University of Finance and Economics,Chengdu,610074）

Abstract: Parameters exists time-varying problems，The parameters estimated from historical data cannot be directly applied to traditional mean-variance model.Secondly, on the basis of the above discussion, this article summarizes the Bayesian algorithm as the core portfolio model system.Then, through the use of Monte Carlo simulations and stress test, it discussed parameter estimation accuracy from loss, bias and effectiveness three aspects, finding that the models which base on Bayesian algorithm can improve expected yield estimation accuracy.Therefore, the portfolio model under Bayesian algorithm can avoid the efficiency loss of portfolio created by parameters estimated error and can become a powerful tool for asset allocation.
Key words:Asset allocation; Parameter uncertainty; the Bayesian algorithm; Monte Carlo simulation;Stress tests

收稿日期：2014-2-19
作者简介：郭培俊，西南财经大学中国金融研究中心金融学硕士生，研究方向：金融工程