

# 基于 copula 函数的股指期货套期保值率研究

陈勇, 周舟

(湖南大学金融与统计学院, 湖南省、长沙市, 410082)

**摘要:** 套期保值的模型众多, 其适用性也较为广泛, 唯独 Copula 函数在刻画多元变量的联合分布方面表现的最为出色。对于多元金融时间序列之间复杂的动态相关性, 传统的统计模型常常表现的较为乏力, Copula 函数的登台恰逢其时, 此函数不仅能分解多元变量的联合分布, 将其化为各变量的累积边缘分布函数跟一个特定的 Copula 函数, 还能灵活精准的描述多元变量之间的相依结构。故 Copula 函数在金融研究领域的应用越来越广泛。笔者首先阐述了套期保值率有关的理论基础, 并由此引出动态 Copula 模型, 用它来估计沪深 300 股指期货的套期保值比率, 进而与传统套期保值模型相比较。实证估计结果显示, Copula 模型的套期保值效果最佳, 即更具规避价格风险功能, OLS 模型紧随其后。同时, Copula 模型族中, T-Copula 函数的套期保值效果最好, 正态 Copula 函数次之。

**关键词:** 沪深 300 股指期货; 套期保值率; Copula 函数

**中图分类号:** F830.9

**文献标识码:** A

## 0 套期保值理论

套期保值是指未来将要购买或者出售资产的投资者为了防范现货价格波动的风险而进行的反方向的金融期货交易。在套期保值过程中, 为了达到期货和现货的价格波动相互抵消的目的, 投资者需要确定买入或者卖出的期货合约的数量, 也就是计算最优的套期保值比率。本文以最小方差理论为基础, 分别应用最小二乘法和 Copula 函数方法计算了股指期货的最优套期保值比率, 并分析比较了两者的套期保值效果。

在套期保值的过程中, 投资者首先需要确定套期保值效果的衡量标准。已有文献主要采用了三种衡量标准: 第一种是风险最小化理论, 由于大部分投资者都是风险规避者, 因此套期保值后资产组合收益率方差最小化是计算套期保值的核心因素; 第二块是效用最大化理论, 此理论认为投资者应当同时把组合的收益率以及组合收益率的金融风险纳入考虑的范围, 继而从效用最大化的理论出发来求得准备的套期保值比率, 因此此法要求用效用函数的具体形式和收益率序列的具体分布; 第三块则是考虑单位风险溢价最大化, 即单位风险补偿, 要求研究者除了考虑效用, 还应当考虑单位风险的收益。然而由于目前研究领域已有方法的限制, 实际研究中效用函数形式无法精准确定, 使得上述后两类套期保值理论在实证研究中受到了相应的限制。基于最小方差理论的套期保值研究方法则不然, 其数据的方差序列容易精准得到, 且模型具体形式能多样化的变化得到, 从而受到广大学者的青睐。

其次, 投资者需要计算最优的套期保值比率。股指期货市场给那些愿意承担一定风险的投资者, 提供一定的风险溢价, 同时也提供一个风险对冲的手段, 然后这种对冲策略的有效性很大程度上依赖于组合套期保值比率的准确性。

## 1 最优套期保值比率模型

### 1.1 OLS 模型

设现货收益率  $R_{s,t}$  和期货收益率  $R_{f,t}$  具有线性回归关系。

$$R_{s,t} = c + hR_{f,t} + \varepsilon_t \quad (1)$$

其中  $c$  为常数项,  $\varepsilon_t$  为回归方程的残差。在残差项同方差性的假定下, 回归方程中的期货收益率  $R_{f,t}$  的系数  $h$  即为最优套期保值比率。由于 OLS 方法计算简单, 易于理解, 在实际中应用最为广泛。OLS 方法假设回归方程的残差是独立同方差的, 而且要求期货和现货的收益率都是正态分布, 而这些条件是很难满足的。由于期货和现货的收益率通常都具有尖峰厚尾的特征, 且两者回归之后的残差项往往不是同方差的, 后来的学者们提出了各种方法进行修正。

## 1.2 GARCH 模型

GARCH 模型也是一种重要的波动性估计方法, 最早由 Bollerslev(1986)提出。该模型能够良好的刻画金融序列常见的方差时变性和肥尾分布。GARCH (p,q) 模型的具体表达式为:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \varepsilon_{t-j}^2 \quad (2)$$

$$\alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0, i = 1, 2, \dots, q; j = 1, 2, \dots, p \quad (3)$$

其中,  $\sigma_t^2$  为条件异方差,  $\alpha_0$  是常数项;  $q$  是随机误差项的滞后阶数;  $\alpha_i$  为条件异方差项系数,  $\varepsilon_t$  为随机误差项;  $p$  是方差的滞后阶数;  $\beta_j$  为条件异方差项系数;  $\varepsilon_{t-j}^2$  为  $t-j$  期方差。那么容易得到 GARCH (1,1) 模型:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (4)$$

由 GARCH (1,1) 模型可知, 其假定方差是由被解释变量的过去值决定的。GARCH (1,1) 模型是否具有良好的套期保值效果, 需要检验其参数是否满足  $\alpha + \beta < 1$ 。本文即将用到的 GARCH 模型并非直接求得其套期保值率, 而是为进一步估计 Copula 模型的参数做铺垫, 利用 GARCH 模型求得股指期货与现货收益率序列的两残差项序列。

## 1.3 最优套期保值模型评价指标

笔者分别采用基差风险最小理论和组合收益率风险最小理论来比较模型套期保值的优越性。所谓基差是指一种特定商品的现货价格与同种商品的期货合约价格之间同一时间的价格差<sup>1</sup>。通常投资者把基差当做资产组合的收益。由于现货价格和期货价格的影响因素各不相同, 故基差的变化亦具有多变性, 从而引起套期保值效果的不稳定性, 产生基差风险。

基差风险常常以基差的方差来表示, 假设  $t$  时刻商品现货价格和期货价格分别为  $S_t$ 、 $F_t$ , 在一个进行套期保值的投资组合中, 假设商品现货的头寸为 1, 期货为  $h$ , 那么下式 (2-5) 可表示为  $t$  时刻的基差:

$$G_t = S_t - hF_t \quad (5)$$

基于此, 可以求得基差的方差 (基差风险)

$$\text{Var}(G_t) = \text{Var}(S_t) + h^2 \text{Var}(F_t) - 2\rho h \sqrt{\text{Var}(S_t) \text{Var}(F_t)} \quad (6)$$

上式中,  $\text{Var}(S_t)$  为组合现货价格的方差,  $\text{Var}(F_t)$  为组合期货价格的方差,  $\rho$  表示期

<sup>1</sup> ]戴晓凤, 梁巨方- 基于时变 Copula 函数的下偏矩最优套期保值效率测度方法研究 [J]. 中国管理科学, 2010,(6): 26-32.

现货价格序列间的相关系数。

套期保值组合的金融风险通常表示为组合收益率的方差。故可用组合套期保值后收益率方差减少的程度作为评价模型套期保值绩效的准则<sup>2</sup>。模型套期保值绩效的评价指标可表示为：

$$H_E = \frac{VAR(I) - VAR(H)}{VAR(I)} \quad (7)$$

其中， $VAR(I)$  表示投资组合套保前收益率的方差， $VAR(H)$  表示模型套期保值后投资组合的收益率方差。

## 2 Copula 函数理论与建模

### 2.1 Copula 简介

Copula 理论的是由 Sklar 在 1959 年提出的，Sklar 指出，可以将任意一个  $n$  维联合累积分布函数分解为  $n$  个边缘累积分布函数和一个 Copula 函数。边缘分布函数描述的是各个变量的分布，Copula 函数描述的是变量之间的相关性。也就是说，Copula 函数实际上是一类将变量的联合累积分布函数同变量的边缘累积分布函数连接起来的函数，因此也有人称其为“连接函数”。Copula 函数是把两个随机变量  $x$  和  $y$  的联合分布  $F(x, y)$  与它们的边缘分布  $F_1(x)$  和  $F_2(y)$  相连接的函数  $C$ ：

$$F(x, y) = C(F_1(x), F_2(y)) \quad (8)$$

$F_1(x)$  和  $F_2(y)$  分别代表边际分布函数，而即  $C(u, v)$  为 Copula 函数，表示二者的相关关系。其中  $u, v$  定义域均为  $[0, 1]$ 。

多元 Copula 函数有以下几点性质：

- (1) 对任意的变量  $u_i \in [0, 1], i = 1, 2, \dots, n$ ,  $C(u_1, u_2, \dots, u_n)$  都是非减的；
- (2) 对任意的  $u, v \in [0, 1]$ , 均有  $C(u, 0) = C(0, v) = 0$ ,  $C(u, 1) = u$ ,  $C(1, v) = v$ ;
- (3) 对任意的  $u_1, u_2, v_1, v_2 \in [0, 1]$ , 若有  $u_1 < u_2, v_1 < v_2$ , 则
 
$$C(u_2, v_2) - C(u_2, v_1) - C(u_1, v_2) + C(u_1, v_1) \geq 0$$
- (4) 对任意的  $u, v \in [0, 1]$ , 均有  $\max(u + v - 1, 0) \leq C(u, v) \leq \min(u, v)$ ;
- (5) 对任意的  $u_1, u_2, v_1, v_2 \in [0, 1]$ , 均有
 
$$|C(u_2, v_2) - C(u_1, v_1)| \leq |u_2 - u_1| + |v_2 - v_1|$$
- (6) 若  $u, v$  独立, 则  $C(u, v) = uv$ 。

根据 Sklar 定理和边缘分布函数性质，可得  $C(u, v) = F(F_1^{-1}(u), F_2^{-1}(v))$ 。运用 Copula 技术，首先要确定收益率序列的边缘分布模型，根据模型得到序列的标准化残差形式，再对两个残差序列进行适当转换后，即可代入 Copula 模型的应用中。

### 2.2 Copula 函数建模

由于 Copula 模型不限制边缘分布的选择，我们以 GARCH(1, 1) 为例，说明金融时间序列边缘分布模型的拟合，并得到标准差序列和标准残差序列。令  $\{x_t\}, \{y_t\}$  ( $t = 1, \dots, T$ ) 分别为两个金融变量的收益序列。我们考虑最简单的情形，令  $t$  时刻收益率分解为条件均

<sup>2</sup> Myers R J, Thompson S R. Generalized optimal hedge ratio estimation[J]. American Journal of Agricultural Economics, 1989, 858-868.

值和新信息。因而我们运用 GARCH 模型对两个价格序列进行建模:

$$\begin{cases} x_t = \mu_x + \varepsilon_t \\ h_{x_t} = \omega_x + \alpha_x \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_x h_{x_{t-1}} \\ \varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, h_{x_t}) \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} y_t = \mu_y + \eta_t \\ h_{y_t} = \omega_y + \alpha_y \eta_{t-1}^2 + \beta_y h_{y_{t-1}} \\ \eta_t | I_{t-1} \sim N(0, h_{y_t}) \end{cases} \quad (10)$$

其中,  $x_t$ ,  $y_t$  分别为期货与现货的价格收益率序列。

$$\begin{aligned} x_t | I_{t-1} &\sim N(\mu_x, h_{x_t}) \\ y_t | I_{t-1} &\sim N(\mu_y, h_{y_t}) \end{aligned} \quad (11)$$

在实际应用中, 可以根据实际情况选用 GARCH 族模型拟合边际分布。本文即将用到的是 GARCH (1, 1) 模型。模型中条件方差分别被设定为:

$$\begin{aligned} h_{x_t} &= \omega_x + \alpha_x \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_x h_{x_{t-1}} + \gamma_x \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1}^- \\ h_{y_t} &= \omega_y + \alpha_y \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_y h_{y_{t-1}} + \gamma_y \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1}^- \end{aligned} \quad (12)$$

且残差均服从  $t$  分布。

通过 GARCH 模型可以得到两个序列的标准差序列用于套期保值比率的计算。通过 GARCH 模型预测期货与现货收益率方差, 一方面能很好的解决套期保值比率的动态预测问题, 另一方面 GARCH 模型能将波动率的聚集效应和时变方差效应考虑在预测过程中提高预测准确性。此外, 在应用 Copula 模型时, 需要对两个残差序列分别进行概率积分转换, 得到标准化残差序列  $(u, v)$ 。而后笔者采用最大似然方法来估计 Copula 函数的  $\rho_t$ :

$$l(\rho_t; \hat{u}; \hat{v}) = \sum_{i=1}^n \ln c(\hat{u}_i; \hat{v}_i; \rho_t) \quad (13)$$

其中  $\rho_t$  是一个动态未知参数, 表示两密度函数之间的连接系数。次法亦叫 IFM(Inference functions for margins) 方法, 是由 Joe 及 Xu (1996) 年最早提出的边缘函数推断法衍生而来。估计结果称作 IFME。通常, IFME 服从一致的渐进正太分布。特别是 Joe (1997) 指出 IFME 通常接近于确切的极大似然估计<sup>3</sup>。

### 2.2.1 Copula 函数

(1) 正太 Copula 函数:

$$C(u, v) = \int_{-\infty}^{\phi^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{\phi^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{x^2 - 2\sigma xy + y^2}{2(1-\sigma^2)}\right\} = \Phi_{\sigma}(\phi^{-1}(u), \phi^{-1}(v)) \quad (14)$$

其中  $\rho$  为相关系数, 正态 Copula 函数的两个边际分布都为正态分布,  $\phi^{-1}(u)$  积分上限为标准正态分布函数的逆。实际上, 正态 Copula 函数可以较好地拟合金融时间序列, 然而正态 Copula 函数具有对称性, 无法捕捉非对称相关关系。

(2) T-Copula 函数:

<sup>3</sup> ]Patton A.J. Copula-based models for financial time series[M].New York:Springer,2008.

$$C_{R,v}^t = t_{R,v}(t_v^{-1}(u), t_v^{-1}(v))$$

$$C_{v,R}^t(u,v) = \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi(1-R_{12}^2)^{1/2}} \left\{ 1 + \frac{s^2 - 2R_{12}st + t^2}{v(1-R_{12}^2)} \right\}^{-(v+2)/2} ds dt \quad (15)$$

其中  $R_{12}$  为相关系数,  $t_v^{-1}(u)$  为自由度为  $v$  的标准  $t$  分布函数的逆,  $C$  上标中的  $v$  为 T-Copula 函数的自由度, 根据 Copula 函数的自由度与单变量的自由度可以不同这一优良的统计特性, 即使 T-Copula 函数也具有对称性 (不过相比正态 Copula 函数, T-Copula 函数具有更厚的尾部), T-Copula 函数亦能够更好的描述变量间的尾部相关特征。

根据 Patton 的假设, 参数  $\rho$  的变动服从一个类似于 ARMA(1,10) 的动态过程:

$$\rho_t = \Lambda \left( \omega + \beta\rho_{t-1} + \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} t^{-1}(u_{t-j}) t^{-1}(v_{t-j}) \right) \quad (16)$$

其中,  $\Lambda = \frac{1 - \varepsilon^{-x}}{1 + \varepsilon^{-x}}$  是修正的 Logistic 转换,  $t^{-1}$  表示  $t$  分布函数的逆函数, 由于自由度变化的因素很难具体确定, 因此一般假设 T-Copula 函数的自由度是不发生变化的。

### 3 实证分析与结果

本文所使用的期货数据是通过中国金融期货交易所官网提供的每日交易历史数据整理而得。现货数据相对较为容易获得, 华泰证券股票软件直接导出即可。数据期间为 2013 年 1 月 4 日到 2014 年 12 月 31 日, 数据共为 483 个。沪深 300 股指期货分为四类合约, 分别为当月、下月、随后两个季月。按照以往的惯例, 当月合约具备两大特性: 首先, 在市场上交易最为活跃; 再者, 其交易量最大。鉴于此, 当月期货合约被选为本文的研究数据来进行实证分析, 分别为沪深 300 指数现货价格序列, 以及当月连续的沪深 300 股指期货价格序列, 并且以股票指数日收盘价作为股指的现货价格, 当月连续的股指期货日收盘价作为股指的期货价格。图 3.1 与表 3.1 显示了在所选时间段股指现货对数收益率与期货对数收益率的时间序列特征。

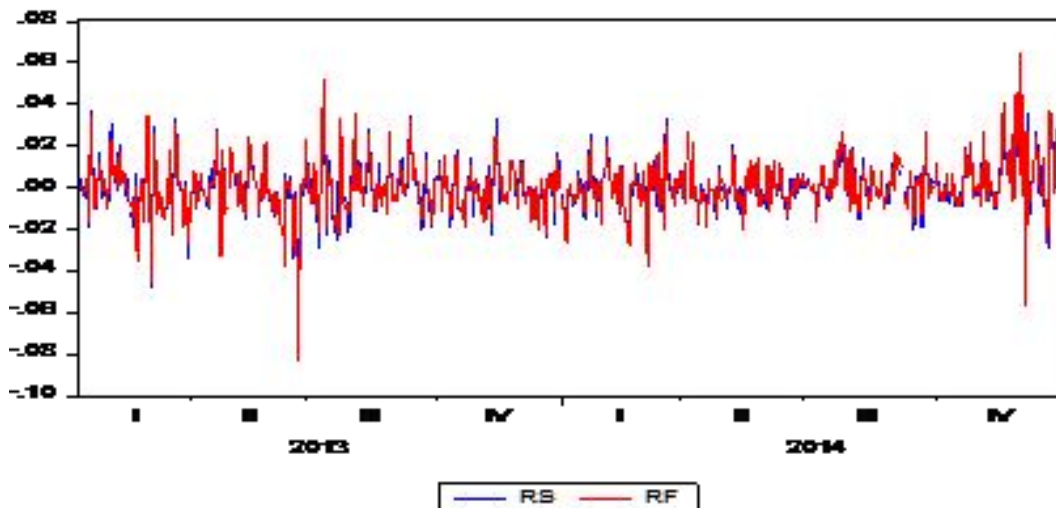


图 1 沪深 300 股指期货和现货收益率走势

Fig.1 CSI 300 stock index futures and spot yield trend

从图 1 两序列的走势可看出, 现货收益率序列与期货收益率序列具显著的同步性和相依性, 同时两序列并不完全一致, 而是有一定的偏差, 尤其是在波峰与波谷这样的大波动情况下, 两者具有显著的差异。由此可见, 期现货收益率序列的相依关系时动态变化的, 而不

是纯粹的常相关。

表 1 现货与期货收益率特征  
Tab.1 Spot and futures yield characteristics

	RS	RF
均值	0.000698	0.000725
最大值	0.045112	0.064493
最小值	-0.06515	-0.082139
标准差	0.013115	0.013786
偏度	-0.067533	-0.020248
峰度	5.491178	7.739781
J-B 统计量	125.0029	451.2155
Pr.	0.000000	0.000000
样本量	482	482

由沪深 300 指数与期货收益率的分布结果可以看出，二者具有明显的“尖峰厚尾”特征。现货与期货收益率分布的偏度分别为-0.067533 和-0.020248，均小于正态分布偏度值 0。它们的峰度分别为 5.491178 和 7.739781，均大于正态分布的峰度值 3。Jarque - Bera 检验结果表明，期货与现货收益率均不服从标准正态分布。检验的 P 值均小于 0.001。鉴于此，应当拒绝股指期货与现货收益率服从正态分布的假设。顺理成章的，我们需要用其它的分布函数来描述股指期货与现货收益率分布。

### 3.1 OLS 估计

#### 3.1.1 单位根检验

由上述的分析已经能够初步的判断，我们得到的沪深 300 现货以及期货日对数收益率略显平稳。但是，也不能排除其中存在不稳定因素，因此在进行回归之前，为避免产生伪回归现象，首先应对两序列分别进行单位根检验。使用 ADF 统计量以及 Phillip-Perron 统计量对现货期货分别进行平稳性检验，判断检验所需的滞后阶数时，一并参考 AIC 跟 BIC 准则，分析结果如下所示：

表 2 ADF 以及 Phillip-Perro 统计量结论  
Tab2 ADF and Phillip-Perro statistic conclusions

序列	PP test	ADF test	结论
RS	-21.01925	-21.22219	平稳
RF	-21.03251	-21.22130	平稳
1%critical value	-3.443719	-3.443719	

本文采用 Johnson、Stein 和 Ederington 提出的最小二乘法来进行最小方差套期保值比率计算，建立了如下回归方差：

$$R_{S,t} = \alpha + \beta R_{f,t} + \mu_t \quad (14)$$

表 3 OLS 分析结果  
Tab.3 OLS analysis results

Variable	Coefficient	Std.Error	t-statistic	Prob.
C	466E-05	0.000198	0.235455	0.8140
RF	0.897953	0.014344	62.60039	0.0000

由分析结果可知，系数 0.897953 的 P 值约等于 0，且系数接近于 1，与我们的预想一致；R-squared 值亦比较高，拟合度良好。由于 D-W 值约为 2.6，故可以初步的判断残差序列是

存在相关性的，而且是负相关。因此并不能拒绝残差不存在自相关的假定。对残差进行 Breusch-Godfrey LM 检验，由下图的检验结果发现，残差存在自相关（ $P=0.0000$ ）。

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test			
F-statistic	35.37959	Prob. F(2,478)	0.0000
Obs*R-squared	62.15098	Prob. Chi-Square(2)	0.0000

图 2 残差序列 LM 检验结果

Fig2 Residuals LM test results

根据上述所做检验，可以准确的判断期现货对数收益率序列是平稳并且不存在自回归，因而，在接下来的分析中可以省掉向量自回归（VAR）和误差修正（ECM）模型。

### 3.2 多元 GARCH 模型的估计

本节先使用单变量 GARCH 模型分别对期现货对数收益率序列进行拟合，而后再进一步采用多元 GARCH 模型进行估计。从统计分析图（节省篇幅已省略）可以看出，两列时间序列的偏度（Skewness）均为负数（ $<0$ ），即两序列的对称性与正态分布存在一定的偏差；两时间序列的峰度（Kurtosis）显著大于零，即两序列的分布皆呈尖峰状态；综合上述的分析，可以明确的判断，两时间序列明显不服从正态分布。从而，在估计中分别采用残差服从  $t$  分布和广义误差分布（GED）的一元 GARCH 模型来拟合单变量时间序列，并将模型估计的 AIC、SC 及极大似然值（log likelihood）进行比较，为便于比较，仍加入正态分布的一元 GARCH 模型作为比较变量。

表 4 各统计量比较

Tab.4 Each statistic comparison

	现货 (N)	现货 (T)	现货 (GED)	期货 (N)	期货 (T)	期货 (GED)
AIC	-5.857094	-5.934981	-5.959381	-5.745596	-5.915761	-5.920689
SC	-5.831091	-5.900309	-5.92709	-5.719592	-5.881089	-5.886017
likelihood	1414.560	1434.330	1440.211	1387.689	1429.698	1430.886

通过上面图表可以看出，不管对于现货还是期货收益率序列，我们假定残差服从 GED 分布的 GARCH 模型的拟合优度要高于假定其服从正态分布  $t$  时所估计的结果，当然  $t$  分布又优于正态分布。固然我们将采用 GARCH (0, 2) -GED 模型来估计现货和期货两序列的对数收益率。方差的自回归部分系数表示为 GARCH (-1)、GARCH (-2)，估计结果显示，两系数的  $p$  值均为 0，另外，期现货收益率序列均有 D-W 值约为 2（分别为 1.913856、1.933638），因此以上分析结果是具有非伪性。

### 3.3 Copula 模型的实证研究

本节将研究基于静态以及动态 Copula 模型来估计期现货的最优套期保值比率。本文已对各收益率序列进行单变量 GARCH 估计，那么笔者将直接从 eviews 获取模型的标准化残差，通过 GED 分布的累计分布函数将两残差序列映射到 Copula 函数的定义域  $N[0,1]$  区间上，从而得到  $\mu_t = F_t(r_{s,t} | I_{t-1})$  和  $\nu_t = G_t(r_{f,t} | I_{t-1})$  两列边缘分布数据，进而得到  $U$ ， $V$  序列，对其进行 Kolmogorov-Smirnov 检验，K-S 检验基于累积分布函数，用于检验一个经验分布是否符合某种理论分布或比较两个经验分布是否有显著性差异。最后，分别利用正态 Copula、T-Copula 函数 MATLAB 代码进行实证分析，模型估计的结果总结如下表：

表 5 Copula 模型的参数估计  
Tab.5 Copula model parameter estimation

	likelihood	AIC	Copula 参数
Copula	129.65	-129.65	0.9089
T-Copula	135.87	-135.87	0.9128(1.7249)

根据分析结果, 我们可以采用基于 Copula 的中位相关系数  $\rho^* = 4C(50\%, 50\%) - 1$  的方法来计算套期保值比率。王玉刚 (2009)<sup>4</sup>认为此法有如下优点: 首先, 介于该系数是基于 Copula 函数估计得到的, 其中蕴含了数据之间的非线性相关关系以及序列的尾部相关信息, 从而避免样本极值不能体现在结果当中的情况; 其次, 该中位相关系数综合反映了样本数据高于和低于中位数水平时的相关关系。

### 3.4 模型实证效果的比较

本文采用  $\frac{Var(G_t)}{Var(S_t) + Var(F_t)}$  来比较保值后方差减小的幅度, 上式的值越小, 则意味着套期保值效果越好。并且我们可以发现上式的分母  $Var(S_t) + Var(F_t)$ , 即套期保值前组合的总风险是不变的, 故套期保值模型的优越性可简单地由  $Var(G_t)$  来衡量。

表 6 各个模型所得到的基差的方差  
Tab.6 Each model variance of the resulting group difference

	OLS	Normal-Copula	T-Copula
Value	0.001724	0.001722	0.001701

表 7 各模型套期保值绩效比较  
Tab.7 Hedging Performance Comparison of the models

	OLS	Normal-Copula	T-Copula
套保前收益率方差	0.002134434	0.002134434	0.002134434
套保后收益率方差	3.15891E-05	2.73517E-05	1.71088E-05
套期保值绩效	0.985200245	0.987185502	0.991984386
套保效果排序	3	2	1

首先, 各模型的套期保值比率都十分接近于 1 并小于, 正好验证了上面章节得出的结论 (沪深 300 股指期现货价格序列基本重合, 且期货价格序列波动大于现货价格波动)。其次, 在 Copula 函数中, T-Copula 函数能够更好刻画上下尾相关变化, 其具有较好的拟合效果, 由此说明沪深 300 股指期现货市场具有较强的下尾相依性。最后, T-Copula 以及正太 Copula 函数的拟合效果在三类模型当中表现的相对最好, 这说明 Copula 函数相对而言能更好地刻画序列间的相关关系。

## 4 结论

本文对沪深 300 股指期现货的实证统计分析, 发现我国沪深 300 股指期货和现货收益率在研究阶段的走势大致一致。并且由 Copula 模型估计的结果来看, 两个序列的相关性具有

<sup>4</sup> 王玉刚, 迟国泰, 杨万武. 基于 Copula 的最小方差套期保值比率 [J]. 系统工程理论与实践, 2009, (8): 1-10.

很强的持续性。因此,我们可以推定沪深 300 股指期货现货市场在所选取的研究阶段整体上是高度相关的,那么基于目前市场状况对沪深 300 股指期货做套期保值操作,其可能的基差风险应大大的低于其价格风险。

笔者对沪深 300 股指期货现货收益率序列做描述性统计分析和检验时,发现两序列是不服从正态分布的,而是具有尖峰厚尾的特征兼有尾部不对称现象。这意味着若采用传统正态分布来描述本文的两时间序列,将出现伪估计,致使估计结果没有现实意义。结合传统 OLS、动态 GARCH、静态相关及动态相关 Copula 模型,动态 T-Copula 的套期保值效率都要略高于其他套期保值模型。就此说明目前我国沪深 300 股指期货市场,采用描述尾部相关的 T-Copula 模型具有一定的优越性。本文使用 OLS 模型、正态 Copula 模型和 T-Copula 模型分别进行套期保值估计,再运用基差风险最小化原理比较分析各模型套期保值后基差方差的缩小率,结果显示 T-Copula 模型的基差风险最小化程度最高。

在现实交易中,是很难绝对的判断到底哪种模型是最优的。究其原因,即使是同一种模型,可能在不同的市场其使用性都会发生较大的变化;或者是在同一市场的不同时刻也会表现的不一样。因此,通常我们对不同模型的套期保值优劣性进行比较时,都是基于模型之间的套期保值效率高这一原则上的。

## 参考文献

- [ 1 ] Myers R J, Thompson S R. Generalized optimal hedge ratio estimation[J].American Journal of Agricultural Economics, 1989, 858-868.
- [ 2 ] Lien D. The effect of the cointegration relationship on futures hedging: a note[J].Journal of Futures Markets 1996, 16(7), 773-780.
- [ 3 ] Patton A.J. Copula-based models for financial time series[M].New York:Springer,2008.
- [ 4 ] Patton A J, Estimation of Copula models for time series of possibly different.University of California at San Diego[J], Working Paper, 2001.
- [ 5 ] Baillie, R.T., Myers, R.J. Bivariate GARCH estimation of the optimal commodity futures hedge[J]. Journal of applied econometrics, 1991,6109-6124.
- [ 6 ] Park, T.H. and L.N. Switzer, Time-Varying Distributions and the Optimal Hedge Ratios for Stock Index Futures[J]. Applied Financial Economics5, 131-137,(1995).
- [ 7 ] R.J. Myers, 1991, "Estimating time-varying optimal hedge ratios on futures markets", Journal of Futures Markets, Vol. 11,pp.39-53.
- [ 8 ] Patton A J. Modeling time-varying exchange rate dependence using the conditional copula[J]. Working Paper of Department of Economics, University of California, San Diego, 2001.
- [ 9 ] 戴晓凤, 梁巨方- 基于时变 Copula 函数的下偏矩最优套期保值效率测度方法研究 [ J ] .中国管理科学, 2010,(6): 26-32.
- [ 10 ] 李利智. 基于时变 Copula 的动态套期保值比率实证研究[J].科学与财富. 2011(10).
- [ 11 ] 王玉刚, 迟国泰, 杨万武.基于 Copula 的最小方差套期保值比率 [ J ] .系统工程理论与实践,2009,(8):1-10.

## Hedge Ratio of Index Futures Based On Copula Models

CHEN Yong,ZHOU Zhou

(Hunan University Financial Institute of Statistics, hunan Province, 410082)

**Abstract:** There are a lot of hedge model, its applicability is also more widespread, the most outstanding exception Copula function in multivariate joint distribution portray aspects of performance. For complex dynamic correlation between the traditional multivariate statistical models of financial time series often show relatively weak, there Copula function of the right time, this function can not only decompose multivariate joint distribution, and be translated into each variable the cumulative distribution function of the edge Copula with a specific function, but also flexible and precise description of multivariate dependence structure between. So Copula function in the field of financial research more widely.The author first describes the theoretical basis for the relevant hedging rate, and thus leads to a dynamic Copula model and use it to estimate the CSI 300 stock index futures hedge ratio, and then compared with the traditional hedging model. Empirical estimation results show that the effect of hedging the best Copula model, which is more price risk aversion function,

OLS model is followed.at the same time,in Copula model family, T-Copula function hedging best, N-Copula function slightly less.

**Keywords:**CSI 300 Index futures; hedging rate; Copula function