

我国利率期限结构与宏观因子的关联¹

——基于无套利 DRA 模型的实证分析

王雪标 龚 莎

(东北财经大学数学与数量经济学院, 辽宁大连, 116023)

摘要: 无套利假设是金融资产定价的最基本假设之一, 本文用无套利动态 Nelson-Siegel 模型 (AFDNS) 拟合了我国银行间国债市场即期利率, 并利用卡尔曼滤波法提取出了决定利率期限结构变动的三个主要因素。实证分析认为, 水平因子代表长期利率, 斜率因子代表短长期利差, 曲率因子代表中期利率, 实证结果表明: 水平因子虽然波动率较小但表现出了很高的持久性。斜率因子持久性最低, 曲率因子波动最大。分析表明, 斜率因子不仅与广义货币供应量增长率高度负相关同时也与 CPI 高度正相关, 水平因子和曲率因子与宏观因子的相关性都不如斜率因子表现的明显。

关键词: 利率期限结构 无套利动态 Nelson-Siegel 模型 潜在因子 宏观因子

The Macroeconomic Factors and the Term Structure Latent Factors: a No-Arbitrage DRA Model Approach

Abstract: No-arbitrage analysis is a basic method in the financial study and also one of the most basic assumptions. This paper provides a no-arbitrage dynamic Nelson-Siegel model (AFDNS) to fit the spot rate in our inter-bank bond market and to obtain three main factors by using the Kalman filter. The empirical results show that: the level factor shows high persistence and less variance, the slope factor has lower persistence and the curvature factor has the biggest variance. We find that the correlation between slope factor and three macro factors are more significant than the level factor and the curvature factor. The slope factor is highly negatively correlated with the broad money supply growth rate and also highly positively correlated with the CPI.

Keywords: Term structure; Arbitrage-free dynamic Nelson-Siegel model; Latent factor; Macroeconomic factors

引 言

利率期限结构表示即期利率与剩余到期期限之间的关系。在不同因素影响下, 利率期限结构的位置和形状会随时间而改变, 大量的经济信息可通过期限结构的变化而反映出来。在有效市场中, 利率期限结构是金融工具定价的前提, 也是判断未来经济走势的重要工具。近年来, 利率期限结构模型的研究取得了重大进展, 大致可分为下面几种类型:

静态期限结构模型是使用不同类型的函数近似地描述整条利率期限结构曲线。其中有多项式函数法、三次样条函数法、指数函数法, 其中应用较广的是 Nelson-Siegel (1987) 模型。大量的研究

¹ 本文感谢国家自然科学基金面上项目(71273044, 71173029)、教育部人文社会科学研究项目(09YJA790028)的资助。

已表明,该模型可以较为平滑的拟合出证券市场上不同到期期限的利率。朱世武和陈健恒(2003)利用样条函数和 Nelson-Siegel 曲线进行对比分析,认为 Nelson-Siegel 曲线能较好地拟合我国债券利率期限结构。

利率期限结构的动态模型包括,均衡模型,如 Vasicek (1997), Hull & White (1990), CIR (1985) 等,这类模型的利率总是在某一个水平附近波动,我们称之为均值回复。无套利模型: Ho-Lee 模型和 HJM 模型属于此类。该模型采用的是相对定价原理,以当前的利率期限结构作为输入变量,并相应为利率衍生品定价。

动态模型的扩展包括跳-扩散模型 (Jump-diffusion model),该模型认为金融市场中利率、股价等变量会出现不连续性。机制转换模型 (Regime switching model) 借助于 Markov 机制转移概率,在利率期限结构模型中假设内生性结构变化,捕捉经济或金融的状态变化。刘金全和郑挺国 (2006) 做过相关研究。

无套利仿射期限结构模型 (Arbitrage-free Affine Term Structure Models) 在仿射模型基础上引入无套利这一约束条件。利用不可观测的潜在因子描述收益率曲线的动态行为,而且能对利率期限结构的众多典型事实进行合理解释,但模型依赖于潜在因子。无法对期限结构给出经济学解释,也无法回答利率与宏观经济变量之间的关系。

VAR模型方法直接在利率期限结构与经济增长、通货膨胀等宏观变量之间建模,分析利率期限结构对宏观经济变量的影响,例如:刘金全等(2007)借助于脉冲响应函数与方差分解来研究收益率曲线与宏观变量之间的关系,但该方法不能考察整个利率期限结构的动态演化。

近年来,现代利率期限结构理论的一个重大进展是在无套利仿射期限结构模型基础上,对期限结构因子与宏观经济变量进行建模,对微观金融结构与宏观经济结构之间的交互作用机制进行分析。这种利率期限结构的宏观-金融模型已经成为宏观经济学和金融领域实证研究的有效分析工具。它的理论基础是宏观经济学中泰勒规则 (Taylor, 1993)。泰勒规则已经说明,宏观经济变量可以嵌入到利率期限结构模型中。Die,Rudebusch&Aruoba (2004) (简称DRA) 的研究将利率期限结构的 Nelson- Siegel曲线以及宏观经济变量结合在一起。吴吉林等(2010)借鉴了DRA的方法对我国收益率曲线与宏观经济变量的关系做了相关研究。但是文章并没有完全考虑无套利条件。无套利条件是金融市场研究的重要假设之一,如果不考虑这一限制,可能会带来分析上的效能损失。所以,本文在无套利条件下,利用Kalman滤波提取潜在因子,并且用脉冲反应分析方法研究宏观变量与状态变量之间的关联。

本文结构安排如下:第2节介绍状态空间模型以及卡尔曼滤波估计理论和方法及初值的设定。第3节给出AFDNS模型的参数估计结果,潜在因子与宏观因子之间的动态相关性。第4节给出研究结论。

1 利率期限结构的潜在因子模型及其扩展

1.1 AFDNS模型参数估计方法

潜在因子模型是将一系列的不同到期期限的收益率表示成不可观测潜在因子的函数形式 $y(\tau)$, 其中 τ 表示到期期限。在这类众多的模型中,比较受欢迎的是各国中央银行常用来拟合债券收益率的模型,即静态Nelson-Siegel曲线:

$$y(\tau) = \beta_1 + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + \beta_3 \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) \quad (2.1)$$

其中 $y(\tau)$ 是到期期限为 τ 的零息票债券收益率， β_1 、 β_2 、 β_3 和 λ 是相应的参数。

上述静态表示方式被广泛地应用到拟合各个时点上的收益率曲线，但模型本身无法推断出参数的动态变化。为了改进静态模型的不足，Diebold and Li (2002) 等提出了动态 Nelson-Siegel 模型 (DNS)，该模型就是从最初的 Nelson-Siegel 静态拟合方程出发，用随时间变化的因子替代了最初的参数 β_1 、 β_2 、 β_3 ，并假设其服从一阶的向量自回归过程 VAR(1)，状态方程可表示成：

$$\begin{pmatrix} L_t \\ S_t \\ C_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_L \\ u_S \\ u_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_{t-1} \\ S_{t-1} \\ C_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_t(L) \\ \eta_t(S) \\ \eta_t(C) \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

而观测方程具有如下形式：

$$y_t(\tau) = L_t + S_t \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + C_t \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) \quad (2.3)$$

其中 L_t 、 S_t 、 C_t 是动态因子，一般称为“水平因子”“斜率因子”“曲率因子”。系数 $(1, \frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau}, \frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau})$ 被称为因子载荷。

然而，该模型并没有消除不同时点或不同期限上的无风险套利机会，而无套利分析法是金融研究中的基本方法，正确定价是金融决策的前提和依据。因此 Christensen, Diebold & Rudebusch (2007) (简称 CDR) 推导出了仿射无套利动态的 Nelson-Siegel 模型 (AFDNS) 模型来拟合收益率曲线。

AFDNS 模型是经典的仿射无套利模型的一个子类，从而其推导过程也来自于经典的连续时间无套利仿射期限结构模型。在此框架下，考虑一个三因子模型，根据 Dai & Singleton (2000) 提出的经典的仿射无套利的均衡模型标准，设三维状态变量 $X_t = (X_t^1, X_t^2, X_t^3)$ 服从马尔科夫过程，且有

(1) 在风险中性测度 Q 下有：

$$dX_t = K^Q (\Theta^Q - X_t) dt + \Sigma dW_t^Q \quad (2.4)$$

(2) 在现实测度 P 下有：

$$dX_t = K^P (\Theta^P - X_t) dt + \Sigma dW_t^P \quad (2.5)$$

(3) 瞬时无风险利率取决于三个潜在因子：

$$r_t = X_t^1 + X_t^2 + X_t^3 \quad (2.6)$$

其中， K^P 和 K^Q 均为 (3×3) 阶均值回复矩阵，其大小表示均值回复速度； Θ^P 和 Θ^Q 均为 (3×1) 阶矩阵； Σ 为 3×3 波动率矩阵。

若在风险中性测度 Q 下，三因子状态变量表示成以下随机微分方程形式：

$$\begin{pmatrix} dX_t^1 \\ dX_t^2 \\ dX_t^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -\lambda \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1^Q \\ \theta_2^Q \\ \theta_3^Q \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_t^1 \\ X_t^2 \\ X_t^3 \end{pmatrix} dt + \Sigma \begin{pmatrix} dW_t^{1,Q} \\ dW_t^{2,Q} \\ dW_t^{3,Q} \end{pmatrix}, \lambda > 0 \quad (2.7)$$

于是 t 时刻到期期限为 T 的零息票债券的价格 $P(t, T)$ 可表示成如下：

$$P(t, T) = E_t^Q [\exp(-\int_t^T r_u du)] = \exp(B^1(t, T)X_t^1 + B^2(t, T)X_t^2 + B^3(t, T)X_t^3 + C(t, T))$$

其中 $B^1(t, T)$ ， $B^2(t, T)$ ， $B^3(t, T)$ 和 $C(t, T)$ 是如下常微分方程的唯一解：

$$\begin{pmatrix} \frac{dB^1(t,T)}{dt} \\ \frac{dB^2(t,T)}{dt} \\ \frac{dB^3(t,T)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & -\lambda & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B^1(t,T) \\ B^2(t,T) \\ B^3(t,T) \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

且

$$\frac{dC(t,T)}{dt} = -B(t,T)' K^Q \theta^Q - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 (\Sigma' B(t,T) B(t,T)' \Sigma)_{j,j} \quad (2.9)$$

再加上边界条件 $B^1(T,T) = B^2(T,T) = B^3(T,T) = C(T,T) = 0$ ，可得到常微分方程的唯一解是：

$$B^1(t,T) = -(T-t)$$

$$B^2(t,T) = -\frac{1-e^{-\lambda(T-t)}}{\lambda},$$

$$B^3(t,T) = (T-t)e^{-\lambda(T-t)} - \frac{1-e^{-\lambda(T-t)}}{\lambda},$$

$$C(t,T) = (K^Q \theta^Q)_2 \int_t^T B^2(s,T) ds + (K^Q \theta^Q)_3 \int_t^T B^3(s,T) ds + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \int_t^T (\Sigma' B(s,T) B(s,T)' \Sigma)_{j,j} ds$$

于是零息票债券的收益率方程为：

$$y(t,T) = X_t^1 + \frac{1-e^{-\lambda(T-t)}}{\lambda(T-t)} X_t^2 + \left(\frac{1-e^{-\lambda(T-t)}}{\lambda(T-t)} - e^{-\lambda(T-t)} \right) X_t^3 - \frac{C(t,T)}{T-t} \quad (2.10)$$

通过比较 (2.10) 式与 DNS 模型 (2.3)，发现 (2.10) 式中增加一个常数项：

$$-\frac{C(t,T)}{T-t} = -\frac{1}{2} \frac{1}{T-t} \sum_{j=1}^3 \int_t^T (\Sigma' B(s,T) B(s,T)' \Sigma)_{j,j} ds \quad (2.11)$$

关于此调整项展开后的具体形式同样取决于波动矩阵 Σ 的参数设置形式。

在现实测度 \mathbf{P} 下，两者之间存在以下关系：

$$dW_t^Q = dW_t^P + \Gamma_t dt$$

其中 Γ_t 是风险溢价，服从如下仿射形式 (Duffee, 2002)

$$\Gamma_t = \begin{pmatrix} \gamma_1^0 \\ \gamma_2^0 \\ \gamma_3^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_{11}^1 & \gamma_{12}^1 & \gamma_{13}^1 \\ \gamma_{21}^1 & \gamma_{22}^1 & \gamma_{23}^1 \\ \gamma_{31}^1 & \gamma_{32}^1 & \gamma_{33}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_t^1 \\ X_t^2 \\ X_t^3 \end{pmatrix}$$

现实测度 \mathbf{P} 下的 AFDNS 模型的状态空间形式，主要有以下两种参数设定方式：

(1) 独立因子 AFDNS 模型参数设置方式：三个因子都被假设在现实测度 \mathbf{P} 下相互独立：

$$\begin{pmatrix} dX_t^1 \\ dX_t^2 \\ dX_t^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11}^P & 0 & 0 \\ 0 & k_{22}^P & 0 \\ 0 & 0 & k_{33}^P \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} \theta_1^P \\ \theta_2^P \\ \theta_3^P \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_t^1 \\ X_t^2 \\ X_t^3 \end{pmatrix} \right] dt + \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dW_t^{1,P} \\ dW_t^{2,P} \\ dW_t^{3,P} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

(2) 相关因子 AFDNS 模型参数设置方式：三个因子被认为存在充分的相关性，但这时容易导致模型的过度拟合：

$$\begin{pmatrix} dX_t^1 \\ dX_t^2 \\ dX_t^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11}^P & k_{12}^P & k_{13}^P \\ k_{21}^P & k_{22}^P & k_{23}^P \\ k_{31}^P & k_{32}^P & k_{33}^P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1^P \\ \theta_2^P \\ \theta_3^P \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_t^1 \\ X_t^2 \\ X_t^3 \end{pmatrix} dt + \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dW_t^{1,P} \\ dW_t^{2,P} \\ dW_t^{3,P} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

对于上述两种AFDNS模型参数设置，其观测方程均是如下形式：

$$\begin{pmatrix} y_t(\tau_1) \\ y_t(\tau_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ y_t(\tau_N) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} - e^{-\lambda\tau_1} \\ 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2} - e^{-\lambda\tau_2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} - e^{-\lambda\tau_N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_t^1 \\ X_t^2 \\ X_t^3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{C(\tau_1)}{\tau_1} \\ \frac{C(\tau_2)}{\tau_2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{C(\tau_N)}{\tau_N} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_t(\tau_1) \\ \varepsilon_t(\tau_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_t(\tau_N) \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

其中 $y_t(\tau_i)$ 表示 t 时刻到期期限为 τ_i 的零息票债券利率，状态变量 X_t^1 、 X_t^2 、 X_t^3 分别表示利率期限结构的水平因子、斜率因子和曲率因子。

为了推出状态方程，考虑状态变量的条件均值向量和条件协方差矩阵：

$$E^P[X_T | F_t] = (I - \exp(-K^P \Delta t))\mu^P + \exp(-K^P \Delta t)X_t$$

$$V^P[X_T | F_t] = \int_0^{\Delta t} e^{-K^P s \Sigma \Sigma' /} e^{-(K^P)' s} ds,$$

其中 F_t 是信息集合。

通过离散化现实测度 P 下的连续动态模型，得到如下形式状态方程：

$$X_i = (I - \exp(-K^P \Delta t_i))\theta^P + \exp(-K^P \Delta t_i)X_{i-1} + \eta_t \quad (2.15)$$

其中 $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ 是观测值之间的时间差，由于本文选取月度数据，因此取 $\Delta t_i = 1/12$ 。而扰动项 η_t 的条件协方差矩阵为：

$$Q = \int_0^{\Delta t_i} e^{-K^P s \Sigma \Sigma' /} e^{-(K^P)' s} ds, \quad (2.16)$$

为了保持系统在 P 测度下的稳定性，需要限制 K^P 的实值特征值为正数。这样，AFDNS 状态空间模型的矩阵表达形式：

$$\text{观测方程: } y_t = A + Bx_t + \varepsilon_t \quad (2.17)$$

$$\text{状态方程: } x_t = C + Dx_{t-1} + \eta_t \quad (2.18)$$

$$\text{其中, } A = -\left[\frac{C(\tau_1)}{\tau_1}, \frac{C(\tau_2)}{\tau_2}, \dots, \frac{C(\tau_N)}{\tau_N}\right]$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} - e^{-\lambda\tau_1} \\ 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2} - e^{-\lambda\tau_2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} - e^{-\lambda\tau_N} \end{pmatrix}$$

其中, $C = (I - \exp(-K^P \Delta t))\theta^P$, $D = \exp(-K^P \Delta t)$

整个状态空间模型的误差结构为:

$$\begin{pmatrix} \eta_t \\ \varepsilon_t \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & H \end{pmatrix} \right],$$

这里H被假设为对角矩阵, 而Q则被假设成非对角矩阵。

于是, 将 AFDNS 模型潜在因子与宏观因子结合并写成状态空间模型形式, 就可以得到无套利 DRA 模型。潜在因子与待考察的宏观因子 (设为 f_{1t}, f_{2t}, f_{3t}) 服从一阶向量自回归 VAR(1)过程:

$$\begin{pmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ x_{3t} \\ f_{1t} \\ f_{2t} \\ f_{3t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & \Phi_{14} & \Phi_{15} & \Phi_{16} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} & \Phi_{25} & \Phi_{26} \\ \Phi_{31} & \Phi_{32} & \Phi_{33} & \Phi_{34} & \Phi_{35} & \Phi_{36} \\ \Phi_{41} & \Phi_{42} & \Phi_{43} & \Phi_{44} & \Phi_{45} & \Phi_{46} \\ \Phi_{51} & \Phi_{52} & \Phi_{53} & \Phi_{54} & \Phi_{55} & \Phi_{56} \\ \Phi_{61} & \Phi_{62} & \Phi_{63} & \Phi_{64} & \Phi_{65} & \Phi_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1t-1} \\ x_{2t-1} \\ x_{3t-1} \\ f_{1t-1} \\ f_{2t-1} \\ f_{3t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_t(x_{1t}) \\ \eta_t(x_{2t}) \\ \eta_t(x_{3t}) \\ \eta_t(f_{1t}) \\ \eta_t(f_{2t}) \\ \eta_t(f_{3t}) \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

其中, $\eta_t \sim N(0, R)$, R 为非对角矩阵。

1.2 参数值的设定

关于 AFDNS 模型中观测方程的参数 λ 有很多种取法, 使用卡尔曼滤波方法能直接给出 λ 的估计值。不过, 开始也需要一个固定的 λ 值作为初值。选取使曲率载荷因子达到最大值的 λ 。将 τ 取均值 54, 则可求得 λ 值为 0.0332。

CDR (2007) 建议采用独立因子模型, 其中均值回复矩阵 K^P 以及波动率矩阵 Σ^P 中对角线上的元素全设为 1, 观测方程随机扰动矩阵 H 和长期均衡利率水平 θ^P 分别取 DL 两步法中第一步中残差的方差值和第二步 VAR 中得到的均值。利用 Matlab 和 Eviews 软件共同完成。

2 实证研究

2.1 数据描述

由于我国银行间债券市场已经成为债券融资的主要渠道, 银行间市场也是中央银行公开市场操作, 实行货币政策调控的主要场所。本文选用了银行间国债即期利率曲线数据进行实证研究, 数据来源于 Wind 数据库。数据以月为单位, 选取的区间从 2005 年 1 月至 2013 年 3 月, 另外选取的期限分别为 3、6、9、12、24、36、48、60、72、84、96、108、120、180、240 个月共 15 个期限数据。

本文中的样本数据是通过从国债价格中剥离出离散的国债收益率。

2.2 利率期限结构潜在因子模型的估计

(1) 运用卡尔曼滤波估计状态空间模型的参数，参数估计结果见表 1。

表 1 收益率曲线主要参数估计结果

参数	估计值	标准差	P 值
λ	0.015837	0.000972	0.0000***
k_{11}^p	0.387439	0.023491	0.0000***
k_{22}^p	1.005048	0.416088	0.0157***
k_{33}^p	1.443580	0.517964	0.0053***
θ_1^p	5.489718	0.297056	0.1968
θ_2^p	-2.640138	0.450770	0.5417
θ_3^p	-0.940332	0.450190	0.5642
q_{11}	0.177397	0.066351	0.0075***
q_{22}	0.144630	0.038603	0.0002***
q_{33}	1.916699	0.368210	0.0000***
q_{12}	-0.093179	0.048698	0.0557**
q_{13}	-0.524368	0.163564	0.0013***
q_{23}	0.145879	0.135386	0.2813

注：*** 表示在 1%水平上显著；** 表示在 5%水平上显著；* 表示在 10%水平上显著。

(2) 拟合收益率曲线效果和均方根误差

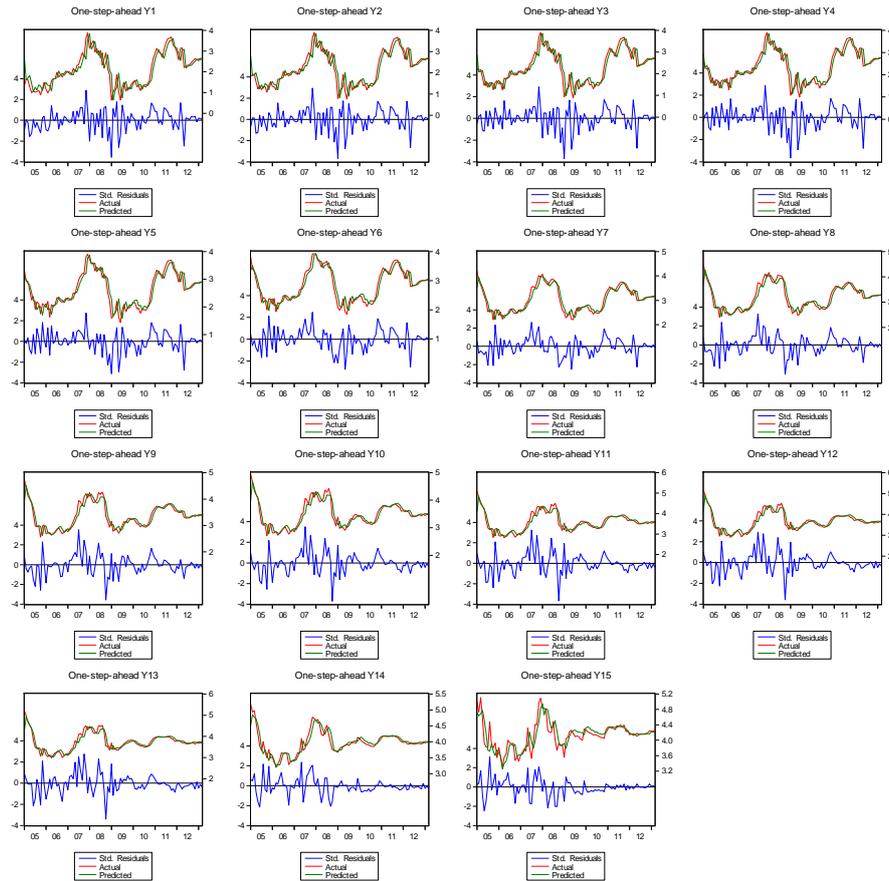


图 1 实际利率与模型拟合利率效果图

表 2 收益率曲线拟合残差统计描述

Maturity	Mean	RMSE
3m	-0.01039	0.143877
6m	-0.00901	0.113812
9m	-0.00771	0.094624
12m	-0.00651	0.081535
24m	-0.00261	0.049975
36m	9.31E-05	0.034938
48m	0.001845	0.029773
60m	0.002853	0.03014
72m	0.003281	0.032892
84m	0.003264	0.035341
96m	0.002906	0.035613
108m	0.00229	0.033889
120m	0.001591	0.031056
180m	-0.00372	0.02446
240m	-0.00901	0.046032

图 1 给出了 15 个到期期限所有实际收益率、拟合收益率以及拟合残差对比图，表 2 给出了均方

根误差 (RMSE)。由此可看出：AFDNS 模型能够较真实地反应我国债券市场上利率的变动过程。

2.3 利率期限结构的基本特征

基于 AFDNS 模型估计方法，得到了 2005 年 1 月至 2013 年 3 月共 99 个交易日 15 个不同期限的即期利率曲线，绘出了我国银行间国债利率期限结构变动的三维图（图 2）。

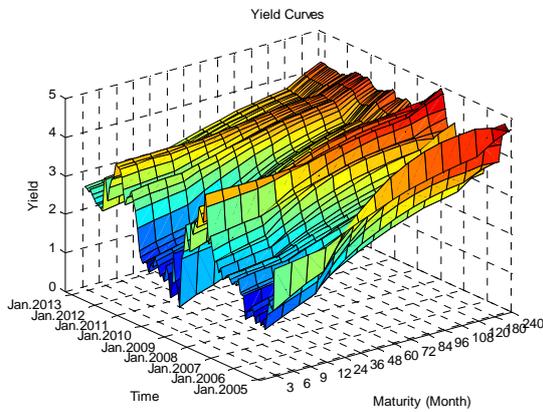


图 2 我国国债即期利率结构变动

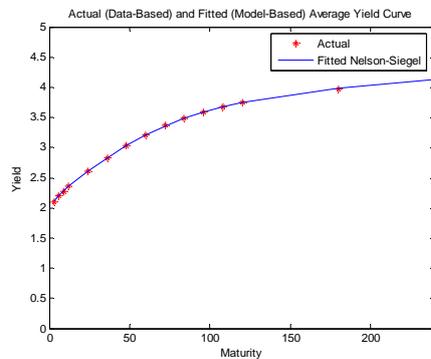


图 3 我国国债收益率曲线主要形态

从整体上来看，我国银行间国债即期利率曲线主要呈现出“上升”、“拱形”、“水平”三种形态，国债即期利率期限结构的波动幅度较大，并且这种波动在 2008 左右呈现出一种不连续状态，相邻几个月份的即期利率曲线形状和形态差异较大。在 2008 年出现一个局部顶峰，这可能与当时的金融危机有关，随着经济的复苏，投资环境的好转，08 年后利率又慢慢下降，回到以往水平。2010 年后期限结构的变动趋于平稳，跳跃或不连续的波动情形也大大减少。

2.4 提取潜在因子

利用卡尔曼滤波可得到下面潜在因子序列（图 4）、因子载荷序列（图 5）、潜在因子与宏观代理变量的对比图（图 6 至图 8）。

表 3 潜在因子统计量描述

因子	均值	标准差	$\hat{\rho}(1)$	$\hat{\rho}(12)$	$\hat{\rho}(30)$	ADF
水平因子 (X1)	4.682	0.628	0.658	0.865	0.655	-4.695 (0.0002)
斜率因子 (X2)	-2.461	0.831	0.185	0.027	0.097	-2.723 (0.0738)
曲率因子 (X3)	-0.161	2.236	0.085	-0.229	0.049	-5.214 (0.0000)

在表 3 对潜在因子的自相关分析中，我们选取的是 1、12、30 个月的滞后阶数。从结果来看，水平因子表现出了很高的持久性，并且波动较小。曲率因子的持久性高于斜率因子，标准差也更大，更容易波动。三因子均没有单位根。

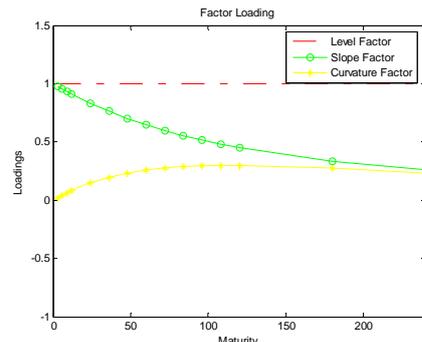
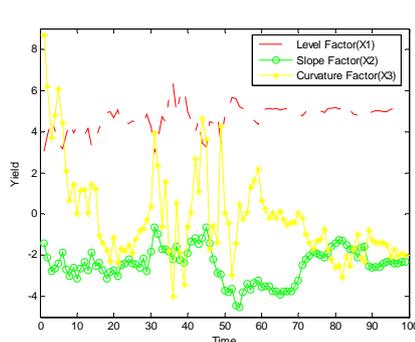


图 4 潜在因子序列

图 5 AFDNS 模型潜在因子载荷

定义 y^{240m} 为水平实证代理变量，代表长期利率， $y^{3m} - y^{240m}$ 为斜率实证代理变量，代表短长期期利差。 $2 * y^{240m} - y^{240m} - y^{3m}$ 为曲率实证代理变量，代表中期利率。图 6 至图 8 给出了各潜在因子与其实证代理变量图，通过对比可以发现图中相对应的曲线形状上升下降的走势非常的一致，这也解释了各潜在因子被称作为水平因子、斜率因子、曲率因子的原因，同时也说明长期利率、短长期利差和曲率因素是决定我国国债即期利率变动的的基本因素，且这三个因素几乎可以解释我国国债利率期限结构的全部变化。

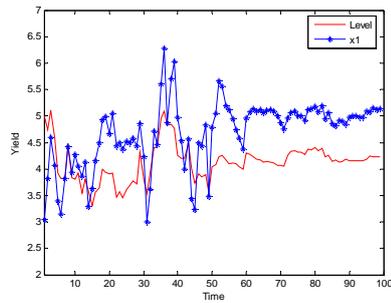


图 6 水平因子与代理变量对比图

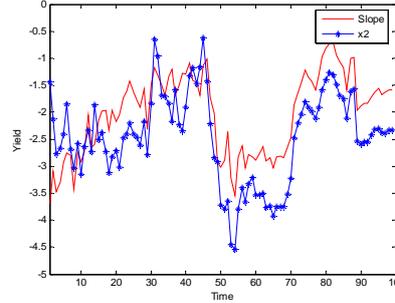


图 7 斜率因子与代理变量对比图

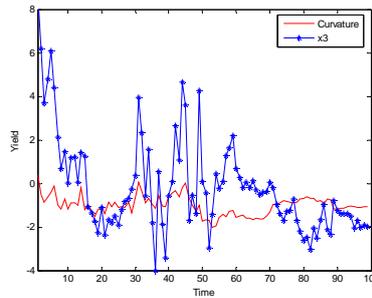


图 8 曲率因子与代理证变量对比图

2.5 利率期限结构潜在因子与宏观因子动态相关性分析

在宏观经济因素中，我们挑选了一些代表性的指标：(1)实体经济增长方面 (IP) (2)货币政策方面 (M2) (3)通货膨胀方面 (CPI)。

表 4 利率期限结构潜在因子与宏观因子之间的相关系数

	工业生产增加值同比增长率 (IP)	广义货币供应量同比增长率 (M2)	全国居民消费价格总指数 (CPI)
水平因子	-0.29	0.12	0.14
斜率因子	0.13	-0.66	0.68
曲率因子	0.25	0.10	-0.13

表 4 中的相关系数表明：斜率因子与货币供应量 m2 的相关系数达到-0.66 并且与物价指数达到 0.68。水平因子和曲率因子与宏观因子的相关性都不如斜率因子表现的明显。

2.6 无套利 VAR 模型实证分析

对三个宏观因子进行单位根检验，结果说明在 10% 的临界值水平下也拒绝了有单位根的原假设。因此，原始序列平稳。从而我们可以对这六个平稳序列建立 VAR 模型。对 (19) 式进行估计，我们

得到表 5 的估计结果。

由 (2.19) 式, 可以发现 Φ 对角线上元素都显著的, 说明六个因子的自回归效应都较持久。而非对角线上的元素有部分不显著, 说明部分潜在因子与宏观因子之间存在交互影响。对于参数估计的显著部分, 我们注意到在 10% 临界水平下, 滞后一期的广义货币供给量增长率对斜率因子具有负向作用, 这与我们之前的相关关系分析表现出了一致性。

表 5 VAR 模型参数估计结果

	C	X1 (水平)	X2 (斜率)	X3 (曲率)	IP	M2	CPI
X1(-1)	-0.5177 [-0.1497]	0.6454*** [3.5760]	0.0869 [0.5661]	0.8194 [1.4018]	-2.5588*** [-2.6676]	-0.1189 [-0.2709]	0.5888*** [2.2915]
X2(-1)	-5.4278* [-1.8442]	0.0721 [0.5966]	0.7161*** [6.9556]	0.0173 [0.0441]	-1.5426*** [-2.3989]	-0.2682 [-0.9111]	0.3269* [1.8981]
X3(-1)	5.0530 [0.4510]	0.0053 [0.1338]	-0.0072 [-0.2149]	0.8177*** [6.3458]	-0.4820*** [-2.2796]	0.0123 [0.1275]	0.0635 [1.1227]
IP(-1)	-52.107*** [-2.8348]	-0.0220 [-1.458]	0.0307*** [2.3913]	0.0448 [0.9159]	0.5853*** [7.2854]	-0.0489 [-1.3295]	0.1028*** [4.7779]
M2(-1)	15.327* [1.8213]	0.0262* [1.7401]	-0.0218* [-1.7007]	-0.0282 [-0.576]	0.1526* [1.9019]	0.8942*** [24.3362]	0.0223 [1.0392]
CPI(-1)	11.740*** [2.3844]	0.0214 [0.5846]	0.0414 [1.3241]	-0.0883 [-0.741]	0.6131*** [3.1378]	-0.1244 [-1.3911]	0.8493*** [16.226]

注: ***表示在 1% 水平上显著; **表示在 5% 水平上显著; *表示在 10% 水平上显著。[] 内为 t 值。

2.7 宏观因子与收益率曲线的脉冲响应函数分析

图 9 至图 12 分别是潜在因子脉冲-潜在因子响应, 宏观因子脉冲-潜在因子响应, 潜在因子脉冲-宏观因子响应, 宏观因子脉冲-宏观因子响应。

图 9 表明: 水平因子、斜率因子与曲率因子对自我冲击的响应都较持久, 水平因子虽说对斜率因子冲击响应为正, 但响应效果却很小, 而水平因子与斜率因子对曲率因子冲击效果更是不显著。水平因子对其它潜在因子的冲击影响很快衰减到零。斜率因子对曲率因子的冲击影响则较为持久、且缓慢衰减。

图 10 表明: 水平因子对物价指数的冲击响应较小, 且很快衰减为零, 同时我们注意到, 水平因子对工业生产增加值的冲击响应为负, 且是先减小后上升。通常情况, 正的经济增长将会提高预期通货膨胀率, 致使水平因子上升。货币供应量的冲击导致斜率因子有一个负向的下降过程, 但随后又有一个上升过程。同样的情况也表现在了斜率因子对工业生产增加值冲击的响应图上, 工业生产增加值的正向冲击意味着经济的增长, 一般会伴随物价上升, 从而斜率因子对此的响应也是正向上升的。这些均与我们之前的相关性分析一致。曲率因子对于宏观因子冲击的响应都较小。

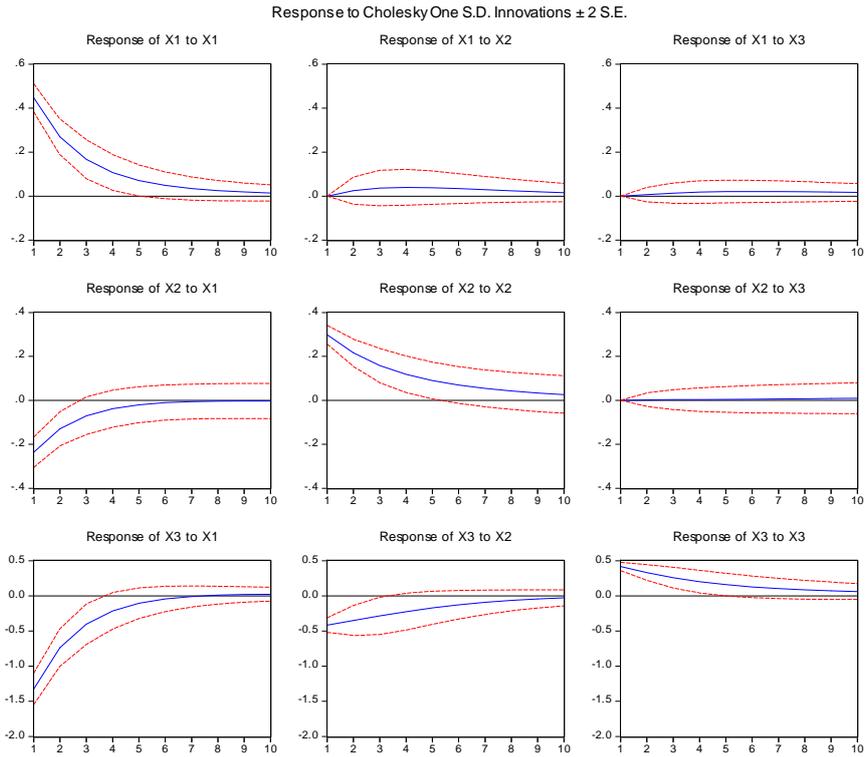


图9 潜在因子脉冲-潜在因子响应

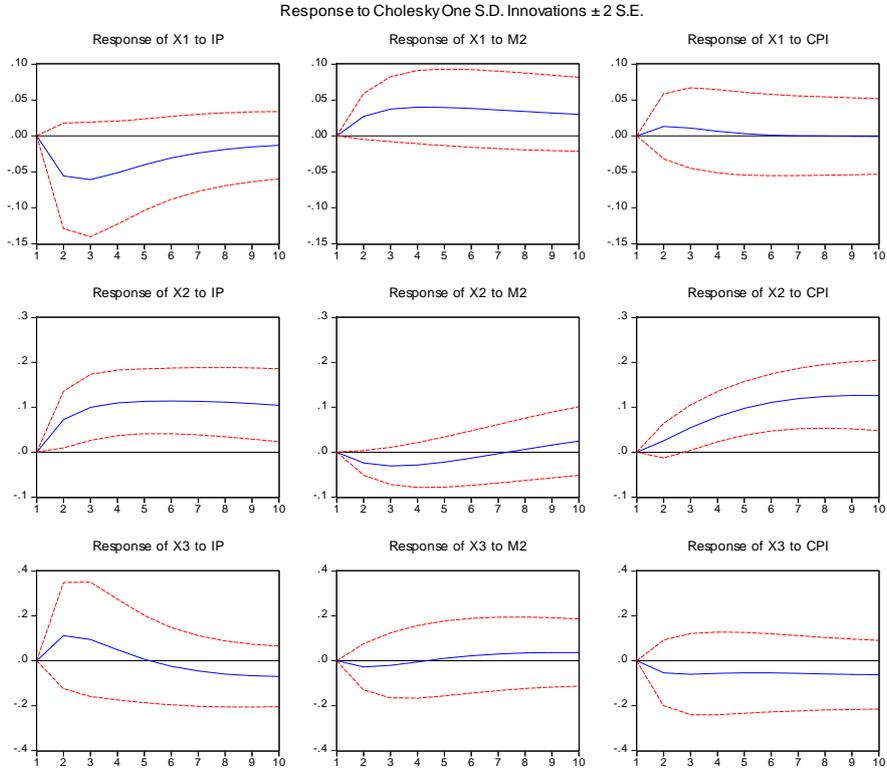


图10 宏观因子脉冲-潜在因子响应

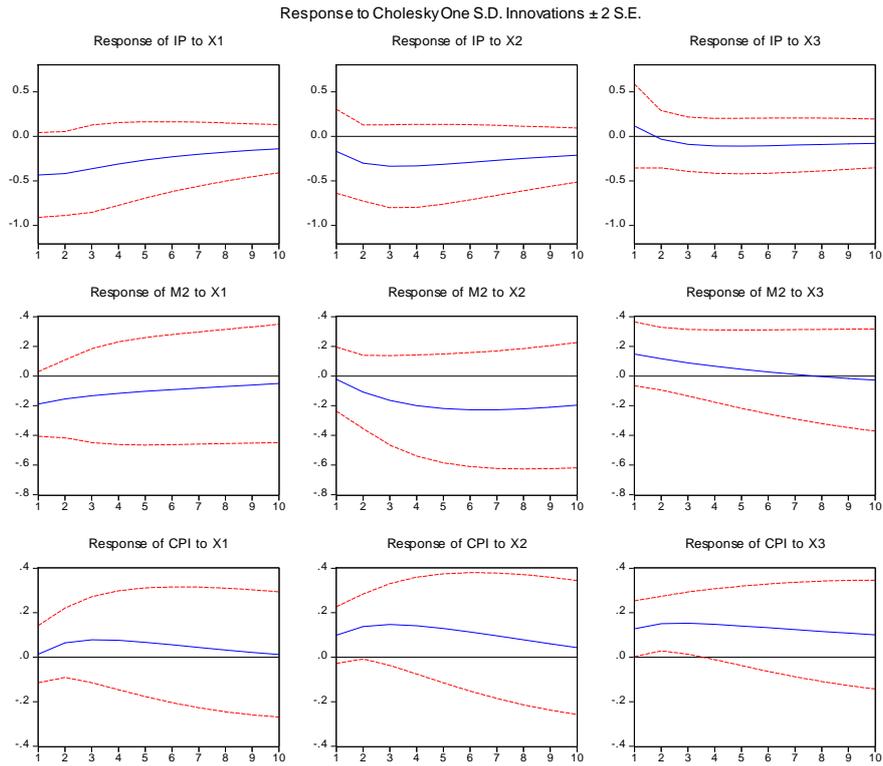


图 11 潜在因子脉冲-宏观因子响应

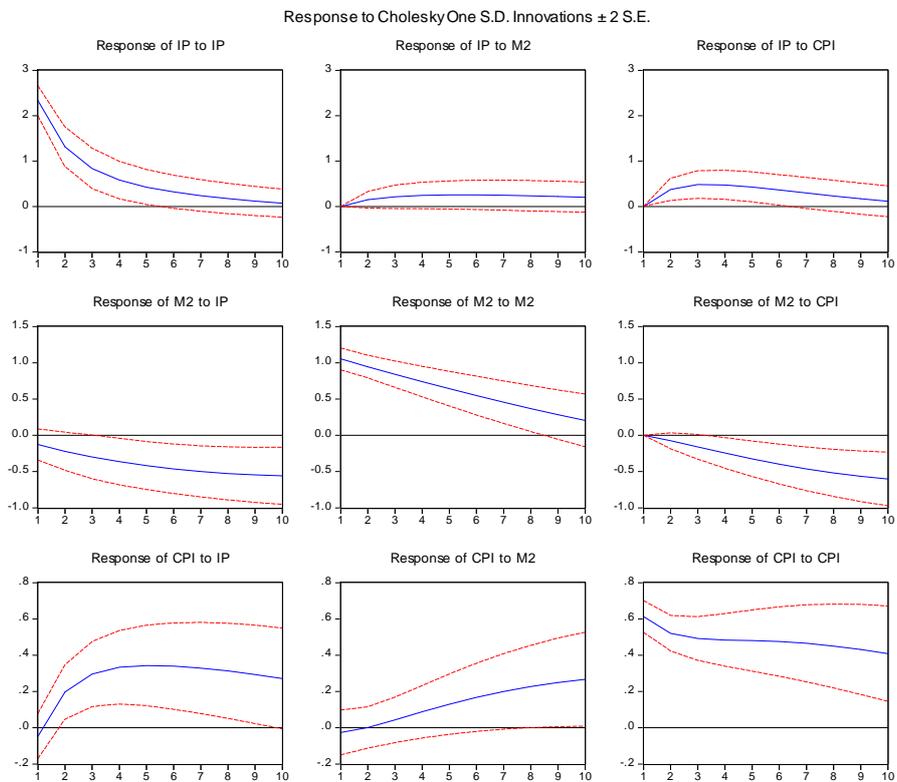


图 12 宏观因子脉冲-宏观因子响应

图 11 表明：这里探讨了两者的双向关系。工业生产增加值与货币供应量增长率在水平因子的冲击下响应都为负，物价指数则是响应为正。斜率因子的正向冲击意味着短长期利差变大，从而

表现出广义货币供应量增加值响应为负且在慢慢减小，与此同时带来的影响是经济增长的下降，所以，工业生产增加值在受冲击后先有一个下降的过程，后来又有一个略微上升的趋势。物价指数对斜率因子的冲击响应为正，与我们之前的相关性分析一致。

图 12 表明：宏观因子的自我冲击影响都较持久。工业生产增加值增长率的冲击会引起广义货币供应量增加值的负向响应和物价指数的正向增加。广义货币供应量增长率的冲击对工业生产增加值增长率的冲击效果虽然不够明显，但仍能看到工业生产增加值做出了正向上升的响应。而在物价指数的冲击下，工业生产增加值仍保持着增加，但幅度并不大并且在未来出现了一定程度的下降，而货币供应量增长率则是负向的下降。

2.8 宏观因子与收益率曲线的方差分解

表 6 给出分别代表短中长期的到期收益率曲线 $y(3m)$ 、 $y(60m)$ 、 $y(120m)$ 的方差分解结果。

表 6 方差分解

h	3m	12m	36m	60m	120m
y(3m)					
水平因子	32.59711	17.22595	12.27432	11.82231	11.77856
斜率因子	36.4672	29.98715	21.84829	21.07329	21.00436
曲率因子	29.63701	18.36787	13.51201	13.05114	13.00693
ip	0.138946	10.53204	12.64669	13.27728	13.34591
M2	0.023484	3.213568	13.7968	13.90655	13.91885
cpi	0.693633	20.46141	25.7209	26.66171	26.73617
y(60m)					
水平因子	1.91776	6.585152	5.092854	4.949665	4.940127
斜率因子	92.09407	52.60235	38.30663	36.99622	36.90716
曲率因子	1.613259	2.166594	2.318528	2.253694	2.24932

续表 6 方差分解

h	3m	12m	36m	60m	120m
y(60m)					
ip	0.466017	4.180845	6.344964	7.192141	7.252808
M2	0.16583	6.565669	17.61437	17.51462	17.49942
cpi	3.414225	27.76052	30.14444	30.90578	30.96194
y(120m)					
水平因子	1.971128	7.236144	5.950071	5.795434	5.777759
斜率因子	58.82766	47.59343	37.89613	36.73127	36.61043
曲率因子	38.2369	17.43842	13.93771	13.54214	13.50264
ip	0.000319	0.227492	2.507394	3.302612	3.407557
M2	0.261424	13.23912	22.2298	22.2689	22.23356
cpi	0.447147	14.03882	17.25961	18.13844	18.2461

在表 6 中，从左至右 3m、12m、36m、60m、120m 表示向前 h 步预测，单位为月 (m)。表格中的数据表示各因子对 3 个代表性的到期收益率曲线预测的贡献率，单位为百分数 (%)。可以看

出，对于各不同到期的收益率曲线，宏观因子对于预测期为 3m 的方差贡献度都很小，基本可以忽略，然而却随着预测时间的增加，贡献度呈现增加趋势。说明宏观因子对于预测期短的收益率曲线方差贡献率不强，却随测期限增加贡献率逐步增加。另外，我们还可以发现，对于 $y(3m)$ 的收益率曲线，斜率因子和物价指数对方差的贡献率一直占主导作用，水平因子和曲率因子随着预测时间 h 的增加贡献率在下降。对于 $y(60m)$ 的收益率曲线，同样是斜率因子和物价指数对方差贡献率一直占主导地位，其次是货币供应量增长率。水平因子对方差贡献率表现的不够稳定，随着预测时间 h 的增加，先增后减。而对于 $y(120m)$ 收益率曲线，对方差贡献率起主导作用的变为斜率因子与货币供应量增长率，物价指数的贡献率紧随其后，然后依次为曲率因子、水平因子、工业生产增加值增长率。从上面的分析中，我们可以得出，对于各收益率曲线，随着预测时间 h 的增长，斜率因子对方差的贡献率虽然下降但始终占有重要位置，水平因子和曲率因子贡献率一直不高，但曲率因子却高于水平因子的贡献率。同时我们也可以得出，斜率因子对于期限较长的利率的方差贡献率比期限较短的利率要高。

3 本文结论

本文选用 Wind 数据库的银行间国债即期利率曲线数据，对 Nelson-Siegel 模型引入无套利条件构建了利率期限结构，研究了我国国债利率期限结构特征，分析了潜在因子、宏观因子与利率期限结构之间的关系。取得了如下结果：

(1) 引入无套利条件的 Nelson-Siegel 模型可以很好拟合我国国债收益率曲线，尤其是对中长期限的利率拟合效果较好。通过分析收益率曲线特征发现我国国债的即期利率曲线容易受宏观环境影响且波动较大，尤其是短期利率易于变动，中长期利率呈现水平移动等特征。

(2) 在研究决定利率期限结构变化的因素中，我们通过卡尔曼滤波我们提取出三个因子分析发现，代表长期利率的水平因子虽然波动率较小，但表现出了很高的持久性。代表短长期利差的斜率因子持久性最低，代表中期利率的曲率因子波动最大。

(3) 研究发现，通货膨胀和货币政策对我国国债利率期限结构的影响较为显著，而经济水平对利率期限结构的影响并不十分明显。另外，利率期限结构的斜率因子不仅与广义货币供应量增长率高度负相关同时也与 CPI 高度正相关。水平因子和曲率因子与宏观因子的相关性都不如斜率因子表现的明显。

所以，斜率因子可以作为度量宏观经济运行状态的指示器，反映货币政策变化和通胀压力大小。如果短长期利率差变大，即收益率曲线斜率陡峭时，表明市场参与者预期未来存在较大的通货膨胀压力，这时为了抑制通货膨胀率将采取紧缩性的货币政策；如果短长期利差变小，即收益率曲线斜率变得更为平缓时，表明市场参与者预期通货膨胀压力减小，未来通货膨胀率将下降，这时应采取扩张性的货币政策。收益率曲线包含着未来通货膨胀走势的信息说明，利率期限结构可以作为我国判断未来通货膨胀走势进行决策的重要参考依据，对我国逐步转向以利率为货币政策中介目标具有十分重要的意义。

(4) 脉冲反应分析认为，水平因子对工业生产增加值的冲击反应为负，且是先减小后上升。短长期利差（斜率因子）对广义货币供给量增长率的正向冲击反应也为负。另外，利率期限结构中也包含着未来通货膨胀率变动的信息，短长期利差变大将导致 CPI 的上升，说明斜率因子与未来通货膨胀率存在正向关系。所以当短长期利差变大时，我们要防止通胀的发生，这就是著名的费雪效应。短长期利差（名义）可以反映市场参与者对未来实际利率和通货膨胀的预期。此外，曲率因子与宏

观因子之间的脉冲反应都比较小，三个宏观因子对曲率因子都没有解释作用。

(5) 方差分解显示，宏观因子对于预测短期的收益率曲线方差贡献率不强，却随着预测期限增加贡献率逐步增加。另外发现，无论预测期限长短，斜率因子对方差的贡献率始终占主导地位，水平因子和曲率因子贡献率一直不高，但曲率因子稍高于水平因子的贡献率。斜率因子对于期限较长的利率的方差贡献率比期限较短的利率要高。

由上面的实证结果可以看出，我国国债收益率曲线和宏观经济变量之间总体来看确实是存在相互的作用和影响关系，通货膨胀和货币政策对我国国债利率期限结构的影响较为显著，而经济水平对利率期限结构的影响并不十分明显。短期与长期利率差不仅与货币供应量增长率高度负相关同时也与CPI高度正相关。长期利率与工业增加值负相关。这些结果可为判断宏观经济调控对市场利率影响以及市场利率变化如何反映宏观经济变化的依据。

参 考 文 献

- 李宏瑾，钟正生，李晓嘉. 2010. 利率期限结构、通货膨胀预测与实际利率. 世界经济, (10):120~135.
- 刘金全，王勇，张鹤. 2007. 利率期限结构与宏观经济因素的动态相依性_基于VAR模型的经验研究. 财经研究, (5):126~133.
- 刘金全，郑挺国. 2006. 利率期限结构的马尔科夫区制转移模型与实证分析. 经济研究, (11):82~83.
- 潘文亮. 2011. 卡尔曼滤波在利率期限结构模型的应用. 暨南大学.
- 石柱鲜，孙皓，邓创. 2008. 中国主要宏观经济变量与利率期限结构的关系_基于VAR_ATSM模型的分析. 世界经济, (3):53~59.
- 孙皓，石柱鲜. 2011. 中国利率期限结构中的宏观经济风险因素分析_基于宏观_金融模型的研究途径. 经济评论, (3):36~41.
- 王志强，熊海芳，康书隆. 2012. 利率期限结构与货币政策效果：基于中国银行业的产业组织分析. 第1版. 北京：科学出版社，25~26, 43~46.
- 吴吉林，金一清，张二华. 2010. 潜在变量、宏观变量与动态利率期限结构基于DRA模型的实证分析. 经济评论, (1):80~88.
- 谈正达，霍良安. 2012. 无套利Nelson-Siegel模型在中国国债市场的实证分析. 中国管理科学, (6):18~26.
- 朱世武，陈健恒. 2003. 交易所国债利率期限结构实证研究. 金融研究, (10):63~73.
- 朱世武，陈健恒. 2004. 利率期限结构理论实证检验与期限风险溢价研究. 金融研究, (5): 78~79.
- 曾耿明，牛霖琳. 2013. 中国实际利率与通胀预期的期限结构—基于无套利宏观金融模型的研究. 金融研究, (1):2~8.
- Ang A, Piazzesi M. 2003. A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables. *Journal of Monetary economics*, 50(4): 745~787.
- Christensen J H E, Diebold F X, Rudebusch G D. 2007. The affine arbitrage-free class of Nelson-Siegel term structure models. *Journal of Econometrics*. National Bureau of Economic Research Working Paper Series.
- Christensen J H E, Diebold F X, Rudebusch G D. 2009. An arbitrage - free generalized Nelson - Siegel term structure model. *The Econometrics Journal*, 12(3): C33~C64.
- Cox J C, Ingersoll Jr J E, Ross S A. 1985. A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 53(2):385~407.
- Dai Q, Singleton K J. 2000. Specification analysis of affine term structure models. *The Journal of Finance*, 55(5): 1943~1978.
- Diebold F X, Li C. 2006. Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of econometrics*, 130(2): 337~364.

- Diebold F X, Rudebusch G D, Boragan Aruoba S. 2006.The macroeconomy and the yield curve: a dynamic latent factor approach. *Journal of econometrics*,131(1): 309~338.
- Duffee G R. 2002.Term premia and interest rate forecasts in affine models. *The Journal of Finance*, 57(1): 405~443.
- Nelson C R, Siegel A F. 1987. Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of business*,60(4): 473~489.
- Rudebusch G D, Wu T. 2008.A Macro - Finance Model of the Term Structure, Monetary Policy and the Economy. *The Economic Journal*, 118(530): 906~926.
- Taylor J B. 1993.Discretion versus policy rules in practice[C]//Carnegie-Rochester conference series on public policy. North-Holland, 39: 195~214.
- Vasicek O. 1977.An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of financial economics*,5(2): 177~188.