

即时型费雪效应公式

高俊科

(河北广播电视大学, 河北 石家庄 050071)

摘要：本文用单位变化率概念给出了即刻型费雪关系公式，用此关系式可确切解释费雪效应并推导出费雪效应公式。兹维·博迪、罗伯特·C·莫顿合著的《金融学》等书在连续复利意义给出“实际利率=名义利率-通货膨胀率”是不对的。迈伦·斯科尔斯和罗伯特·默顿是1997年诺贝尔经济学奖的获得者。

关键词：单位变化率；费雪效应公式；实际利率；名义利率；通货膨胀率

中图分类号：F820

文献标识码：A

一. 问题的提出

如果名义利率用 r 表示；实际利率用 R 表示，通货膨胀率用 i 表示，则有费雪效应公式^[1-5]

$$1 + R = \frac{1 + r}{1 + i} \quad (1)$$

和它的近似公式

$$R \approx r - i \quad (2)$$

这里的名义利率是指没有剔除通货膨胀因素的金融市场货币利率；而实际利率是指剔除通货膨胀因素、体现货币购买力的利率。通货膨胀率为物价平均水平的上升比率。费雪效应公说明，当通货膨胀率预期上升时，利率也要上升。

费雪效应公式(1)简洁，实用，方便。但从理论构成上讲，是在知道(年)名义利率、(年)通货膨胀率的基础上才能构成(1)式。公式(2)是一个近似式，用近似式解释费雪效应总让人感到有些牵强或美中不足，1997年诺贝尔经济学奖的获得者罗伯特·C·莫顿等人的著作^[3-4]都试图利用连续复利的类似概念给出形似(2)式的等式，给出“在连续复利的情况下，实际利率 = 名义利率 - 通货膨胀率”，我们在第三节将分析指出，这是不对的。我们第二节用变化率的概念给出了形似(2)式的等式，这样得出的连续型的费雪效应公式应避免了以上的不足，并且利用我们给出的关系式还能用数学推导得出(1)。

二 连续型费雪效应公式

我们知道， $A(t)$ 在 t 时的值就是函数 $A(t)$ 在 t 时刻的总量， $\frac{dA}{dt}$ 是函数 $A(t)$ 在时刻 t 的

变化率, 所以 $\frac{dA}{dt} / A(t)$ 或 $A'(t) / A(t)$ 就是函数 $A(t)$ 的 1 单位量在时刻 t 的变化率, 我们称 $A'(t) / A(t)$ 为单位变化率。

以 $A_r(t)$ 表示在不考虑通货膨胀的情况下 t 时刻的资金总量, 即名义资金总量, $A_i(t)$ 表示资金在 t 时刻有膨胀影响的资金总量. 则 $A'_r(t) / A_r(t)$ 就是 1 单位资金在 t 时刻的变化率, $A'_i(t) / A_i(t)$ 就是 1 单位资金在 t 时刻的通胀变化率, $A'_r(t) / A_r(t) - A'_i(t) / A_i(t)$ 就是 1 单位资金在 t 时刻按实际购买力计算的变化率. 以 $A_R(t)$ 表示 t 时刻与 t 时具实际购买力的资金总量, $A'_R(t) / A_R(t)$ 就是 1 单位资金按实际购买力计算在 t 时刻的变化率, 所以, 根据费雪效应理论, 就应有

$$A'_R(t) / A_R(t) = A'_r(t) / A_r(t) - A'_i(t) / A_i(t) \quad (3)$$

也就有

$$dA_R(t) / A_R(t) = dA_r(t) / A_r(t) - dA_i(t) / A_i(t)$$

$$\int_0^1 dA_R(t) / A_R(t) = \int_0^1 dA_r(t) / A_r(t) - \int_0^1 dA_i(t) / A_i(t)$$

$$\ln A_R(t) \Big|_0^1 = \ln A_r(t) \Big|_0^1 - \ln A_i(t) \Big|_0^1$$

$$\ln A_R(1) - \ln A_R(0) = (\ln A_r(1) - \ln A_r(0)) - (\ln A_i(1) - \ln A_i(0))$$

$$\ln(A_R(1) / A_R(0)) = \ln(A_r(1) / A_r(0)) - \ln(A_i(1) / A_i(0))$$

$$\ln((A_R(0) + A_R(1) - A_R(0)) / A_R(0)) =$$

$$\ln((A_r(0) + A_r(1) - A_r(0)) / A_r(0)) - \ln((A_i(0) + A_i(1) - A_i(0)) / A_i(0))$$

$$\ln(1 + (A_R(1) - A_R(0)) / A_R(0)) =$$

$$\ln(1 + (A_r(1) - A_r(0)) / A_r(0)) - \ln(1 + (A_i(1) - A_i(0)) / A_i(0))$$

记 $(A_R(1) - A_R(0)) / A_R(0)$ 为 R , $(A_r(1) - A_r(0)) / A_r(0)$ 为 r , $(A_i(1) - A_i(0)) / A_i(0)$ 为 i

则有

$$\ln(1 + R) = \ln(1 + r) - \ln(1 + i)$$

$$\ln(1+R) = \ln \frac{1+r}{1+i}$$

即

$$1+R = \frac{1+r}{1+i} \quad (1)$$

如果记 $\lambda_r = A'_r(t)/A_r(t)$, $\lambda_R = A'_R(t)/A_R(t)$, $\lambda_i = A'_i(t)/A_i(t)$

则 (3) 可写成,

$$\lambda_r = \lambda_R - \lambda_i \quad (3)$$

等式 (3) 式清楚地说明, 在任何时刻当通货膨胀率预期上升时, 利率也要上升; 在任何时刻增发货币, 就要引起通货膨胀。增发货币的速度, 就是产生通货膨胀的速度。 (3) 确切地反映了费雪效应即时的关系, 所以, 相对于 (1) 式, 我们也可称 (3) 为即时型费雪效应关系式。

三 几点说明

1. 公式 (3) 是反映费雪效应关系的即时性的公式, 能用来解释任意时刻因增发货币引发通货膨胀或因通货膨胀需提高名义利率之间的费雪效应关系; 公式 (3) 是一个等式, 公式 (2) 是一个的近似式, 公式 (3) 比 (2) 更具有确定性; 不用加任何条件, 从公式 (3) 能推导出公式 (1)。这说明, 从实质上讲, 公式 (3) 是公式 (1) 成立的基础, 公式 (1) 是 (3) 的一个结果。从这三个方面可以看出, 公式 (1) 有着丰富的内涵, 具有重要的存在价值。

2. 2008 年中国人民大学出版社出版的由兹维·博迪、罗伯特·C·莫顿合著的, 罗伯特·C·莫顿《金融学》(中文本) 解释 (1) 式时^[3]说:

“利用连续计算复利的年度百分比, 可以简化实际利率和名义利率之间的数学联系, 在连续复利的情况下, 各年度百分率之间的关系是

$$\text{实际利率} = \text{名义利率} - \text{通货膨胀率}$$

因此, 如果我们假设名义年度百分率为 6% (以复利连续计算), 通货膨胀率为每年 4% (以复利连续计算), 则按复利连续计算的的实际利率为每年 2% ”。

单从数值上说, 这里的等式是成立的, 但这里的叙述存在两个问题。一是, 说 “在连续复利的情况下, 通货膨胀率 4% ” 既不能说明通货膨胀连续发生的含义^[5], 又不取通货膨胀 4% 的数值。我们通常说, “通货膨胀率是 4% ” 并没有通货膨胀不是连续发生的意思; “在连续复利的情况下, 通货膨胀率 4% ” 实际上的数值是通货膨胀率不是指 4%, 而是

$e^{0.04} - 1 = 4.08\%$ 。所以“在连续复利的情况下，通货膨胀率4%”是一个没有确切解释的概念。二是，这里没有，实际上也不能给出“实际利率 = 名义利率 - 通货膨胀率”成立的解释和推导。本文后面所列参考文献[4]等书中也有相同的论述和问题。

这还说明，人们总想用类似于(2)式的简单而准确的等式来解释公式(1)，这也再次说明了公式(3)存在的意义。

3. 所谓“连续复利法”在理论和实践中都是不对的，在年利率是 r 的情况下，根据所谓的“连续复利法”可得出计算资金总量的公式是 $A(t) = A_0 e^{rt}$ ，进而有 $A'(t)/A(t) = r$ ，这就是利用所谓的“连续复利法”，将年利率 r 转身成了即时的单位变化率，同样将通货膨胀率、实际利率都转身成了即时的单位变化率，这就用错误的概念得出了数值上正确的式子。这样的式子尽管数值上正确，但是，相应的概念说不清，公式的来历说不清，这样的公式也就很难让人理解。

4. 在许多经济数学、工程经济学、金融学教材中，实质上等同于 $A'(t)/A(t) = r$ 中的量 r 被称为连续复利率^[6]，在有的书中，被称为利息力^[7,1]，内禀增长率、瞬时增长率^[8,9]，还有教材中用到这个常数参数时，称这个 r 为导数 $A'(t)$ 与函数 $A(t)$ 之间的比例系数^[10]。由此我们看到， $A'(t)/A(t) = r$ 中的 r 是一个用途广泛的参数，本文中称 $A'(t)/A(t) = r$ 为函数 $A(t)$ 的单位变化率，用其明确的含义很容易地建立了即时型费雪效应关系式。

参考文献

- [1]陈宪.经济学原理[M].上海：立信会计出版社，2004.
- [2]卞支村.金融学[M].北京：人民出版社，2009.
- [3][美]兹维·博迪,罗伯特·C·莫顿著.欧阳颖,贺书捷,李振坤,周炜译.金融学[M].北京：中国人民大学出版社，2000.
- [4][美]兹维·博迪,亚历克斯·凯恩,艾伦 J.马库斯著.朱宝宪,楼远,吴洪等译注.投资学(英文版)[M]北京：机械工业出版社，2007.
- [5]高俊科,高明辉,韩晓东,邢士宾.连续复利法的辨正与应用[M].北京：中央广播电视大学出版社，2012.
- [6]杨青.技术经济学[M].武汉：武汉理工大学出版社，2008.
- [7][美]S G Kellison 著.尚汉冀译.利息理论[M].上海：上海科学技术出版社，1998..
- [8]陈兰荪.生物数学引论.北京：科学出版社，1988.
- [9]左仰贤.动物生物学教程[M].北京：高等教育出版社，2001.
- [10]杨静化.应用微积分[M].北京：科学出版社，2005.

The instantaneous Fisher Effect Formula

Gao Junke

(Hebei Radio and TV University, Shijiazhuang/hebei 050071)

Abstract: In this paper Using the concept of unit change rate gives the concept of The instantaneous the Fisher Effect formula..that can explain exactly the Fisher Effect,and deduced the Fisher Effect, formula. "in continuous compounding significance :Real interest rate = nominal interest rate-rate of inflation" is wrong. This wrong explanation is given in a *Finance* and other books. the *Finance* is written by ZVI Bodie, Robert. • C • Merton . Robert C. Merton and Myron S. Scholes have won the Nobel Prize for Economics in 1997.

Keywords: Unit change rate; Fisher Effect, Formula ; Real interest rate.; nominal interest rate; rate of inflation