数量经济研究　　　　　　　　The Journal of Quantitative Economics
第 3 卷　第 1 辑　　　　　　　　　　　　　　　　VoL. 3.　No.1
2012 年 3 月　　　　　　　　　　　　　　　　　March　2012

沪深 300 指数与股指期货的关系
——基于 BEKK-GARCH 和 MODWT 的实证分析*

石凯[1]　刘力臻[1]　聂丽[2]
（1.东北师范大学经济学院;2.中国赴日本国留学生预备学校,吉林, 长春，130117）

摘要：本文通过 BEKK-GARCH 模型和最大重叠离散小波变换 MODWT 基础上的 Granger 因果关系检验实证分析了沪深 300 股指期货和指数间的波动溢出和价格发现关系。实证结果显示：沪深 300 指数和股指期货间存在显著的双向波动溢出关系；无论长期还是短期，股指期货都是沪深 300 指数的 Granger 原因。尽管我国股指期货市场仍处于初创期，但审慎监管基础上的金融衍生品市场已逐渐成为基础金融市场的重要风向标。

关键词：波动溢出；价格发现； BEKK-GARCH； 最大重叠离散小波变换

中图分类号：F830.91　　　　**文献标识码**：A

An empirical study on the relationship between Hushen 300 Index and index futures based on BEKK-GARCH model and MODWT method

Abstract. We employ BEKK-GARCH model and MODWT method to analyze the relationship of volatility spillover and price discovery between Hushen 300 Index and index futures. The empirical results show that there are significant bi-directional volatility spillovers as well as the index futures granger causes Hushen 300 Index no matter in short-run or long term. Although Chinese financial derivatives market is still in the stage of starting, the stock index futures under prudential supervision have became the market vane of future developing step by step.

Key words: Volatility Spillover; Price Discovery; BEKK-GARCH; Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform

引言

2010 年 4 月 16 日，沪深 300 股指期货合约正式上市交易。国内股指期货与股票现货间关系——特别是二者间波动溢出和价格发现关系——日益成为关注的焦点。

综观国内外文献，纵然存有大量卓有创新的实证分析，但有关股指期货和现货关系的研究结论却十分不一：

首先，对股指期货和股票现货市场间波动关系的研究，大部分认为股指期货的推出对股

* **[基金项目]**：国家科技部软科学项目（2009GXS5D104）；教育部人文社科基金项目（08JC790014）；中央高校基本科研业务费专项资金（11SSXT112）。

票现货市场的波动性影响不显著，但也有部分研究得出了不同结论。由于所研究金融市场发达程度、制度完善程度各异，尤其是金融衍生品市场的发展水平存在明显不同，加上计量方法和数据选择的不一，研究结论仍然存在较大不确定性。

其次，对股指期货和股票现货市场价格发现关系的研究，绝大多数分析显示股指期货对股票现货市场具有价格发现功能。但由于国外的股指期货市场发展较为成熟，而中国股指期货市场刚刚起步而远未达到发达资本市场的完备程度，上述结论在中国是否成立仍旧值得商榷。

再次，有关波动溢出关系的研究方法，大部分学者使用均值方程为 ARMA 形式的单变量 GARCH、EGARCH 或修正的 EGARCH 等模型，多数研究使用虚拟变量对比分析股指期货推出前后现货市场的波动性变化。然而，类似方法未能充分利用数据隐含信息，且待估计参数较多。

复次，有关价格发现关系的研究方法，国内外学者大多采用传统的 Granger 因果关系检验，少数学者采用信息比例和信息共享技术。然而，作为高频数据，金融时序列具有高随机波动特征，且中国证券市场具有较强的噪音性，普通的计量方法可能无法有效去除噪音，因此基于上述方法的研究结论可能缺乏稳健性[1]。

最后，由于中国股指期货刚刚推出不久，对于中国股指期货和股票现货市场间关系的实证研究仍不充分。仅有的少数相关文献大多采用仿真数据，且研究方法存在诸多问题，因此，类似结果可能无法真实反映目前中国股指期货的运行规律及其同现货市场的关系。

为克服上述问题，本文拟采用 BEKK-GARCH 模型并通过最大重叠离散小波变换（Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform）基础上的 Granger 因果关系检验对中国沪深 300 股指期货和沪深 300 指数现货间波动溢出效应及价格发现功能进行实证分析。

同现有文献相比，本文的主要创新在于：

第一、针对股指期货数据的特殊性，本文选取每 15 分钟的当日连续价格作为研究对象，既保证了数据的连续性，又保证了数据的有效性。

第二、本文不是简单的分析中国股指期货对于股票现货市场单方面的影响，而是分析两市场相互作用的双向关系——既研究股指期货市场对于股票现货市场的影响，也检验股票现货对股指期货可能产生的波动溢出和价格发现特征。

第三、BEKK 形式的多元 GARCH 模型可以将各序列的波动信息内生化，从而更充分的利用时序列的方差和协方差数据研究波动溢出效应。同时，BEKK 模型还可以比较容易的满足矩阵正定性要求。

第四，小波变换具有多尺度分析特征，通过一组带通滤波器对数据进行处理，可以将时序列数据根据经济周期长短分割到不同的频带中，从而有效剔除不规则因素、随机因素和长期趋势的影响，从而可在各层分量为平稳时间序列的基础上进行 Granger 因果关系检验。最大重叠离散小波变换，修正了离散小波变换的部分缺陷，既能保证基于平稳数据的 Granger 因果关系的有效性，又能从频域和时域两个不同的角度进行分析。

1 研究方法

[1] 邓凯旭和宋宝瑞（2006）通过对比预测误差均方根的研究显示，对于金融时序列数据，使用传统的 AR、MA 或 ARIMA 等模型进行预测，其效果不及小波分析方法。

1.1 BEKK - GARCH 模型

考虑一般的 $N×1$ 维向量随机序列 $Y_t = M_t + \varepsilon_t$，$M_t$ 是均值向量，ε_t 是 $N×1$ 维残差向量，且 $\varepsilon|I_{t-1}\sim N(0, H_t)$，$I_{t-1}$ 是截至到 t-1 期的信息集，H_t 是 $N×N$ 维的正定矩阵。GARCH (p, q)可以表示为：

$$Vech(H_t)=W+\sum_{t=1}^{q}\sum_{k=1}^{K}(A_{ik}\otimes A_{ik})^T Vech(\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}^T)+\sum_{j=1}^{p}\sum_{k=1}^{K}(B_{jk}\otimes B_{jk})^T Vech(H_{t-1}) \tag{1}$$

其中，$Vech(\cdot)$为向量的半算子，可以把矩阵 H_t 的下三角阵依次堆积成 $N×(N×1)×1/2$ 维向量，A_{ik}，B_{jk} 为 N 维方阵，$\otimes$ 表示 Kronecker 积，条件概率密度函数为：

$$f(\varepsilon_t|I_{t-1},\theta)=(2\pi)^{-1}(H_t)^{-1/2}\exp\left(-\frac{\varepsilon_t{}'(H_t^{'})\varepsilon_t}{2}\right) \tag{2}$$

大量实证研究显示，GARCH（1, 1）能充分的描述所研究的时间序列数据的波动特征。当 $p = q =1$ 时，BEKK-GARCH（1, 1）模型表示为：

$$Vech(H_t)=W+\sum_{k=1}^{K}(A_k\otimes A_k)^T Vech(\varepsilon_{t-i}\varepsilon_{t-i}^T)+\sum_{k=1}^{K}(B_k\otimes B_k)^T Vech(H_{t-1}) \tag{3}$$

令 y_{1t} 和 y_{2t} 表示股指期货和现货收益率序列，则本文所使用的 BEKK - GARCH（1, 1）模型可以表示为：

$$Y_t=X_t^{'}\gamma+\varepsilon_t,\qquad \varepsilon_t/I_{t-1}=\begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t}\\ \varepsilon_{2,t}\end{pmatrix}-N(0,H_t) \tag{4}$$

其中，$Y_t = (y_{1t}, y_{2t})'$为市场收益率向量，X_t'为解释变量，γ 为均值方程中的待估参数。I_{t-1} 是直至 t-1 期所获得的信息集，ε_t 为均值方程的残差项，服从均值为 0 方差为 H_t 的正态分布，且方差是时变的。方差—协方差方程 H_t 为 2×2 对称矩阵，C 为一个下三角矩阵，A 和 B 分别为 ARCH 和 GARCH 项系数。具体地：

$$H_t=\begin{pmatrix}h_{11,t} & h_{12,t}\\ h_{21,t} & h_{22,t}\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}c_{11} & 0\\ c_{21} & c_{22}\end{pmatrix},\quad A=\begin{pmatrix}\lambda_{11} & \lambda_{12}\\ \lambda_{21} & \lambda_{22}\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}\psi_{11} & \psi_{12}\\ \psi_{21} & \psi_{22}\end{pmatrix}$$

其中：$h_{11,t} = var(y_{1,t})$，$h_{22,t} = var(y_{2,t})$，$h_{12,t} = h_{21,t} = cov(y_{1,t}, y_{2,t})$。

$$\begin{aligned}H_t=\begin{pmatrix}h_{11,t} & h_{12,t}\\ h_{21,t} & h_{22,t}\end{pmatrix}&=CC^{'}+A\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}^{'}A^{'}+BH_{t-1}B^{'}\\ &+\begin{pmatrix}c_{11} & c_{12}\\ 0 & c_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c_{11} & 0\\ c_{21} & c_{22}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\lambda_{11} & \lambda_{12}\\ \lambda_{21} & \lambda_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t}\\ \varepsilon_{2,t}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t} & \varepsilon_{2,t}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_{11} & \lambda_{21}\\ \lambda_{12} & \lambda_{22}\end{pmatrix}\\ &+\begin{pmatrix}\psi_{11} & \psi_{12}\\ \psi_{21} & \psi_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}h_{11,t-1} & h_{12,t-1}\\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_{11} & \psi_{21}\\ \psi_{12} & \psi_{22}\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{5}$$

将上式展开，可具体得到其中的两个方差方程表达式，即：

$$h_{11,t}=c_{11}^2+\psi_{11}^2h_{11,t-1}+2\psi_{11}\psi_{12}h_{12,t-1}+\psi_{12}^2h_{22,t-1}+2\lambda_{11}\lambda_{12}\varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1}+\lambda_{11}^2\varepsilon_{1,t-1}^2+\lambda_{12}^2\varepsilon_{2,t-1}^2 \tag{6}$$

$$h_{22,t}=c_{22}^2+c_{21}^2+\psi_{21}^2h_{11,t-1}+2\psi_{21}\psi_{22}h_{12,t-1}+\psi_{22}^2h_{22,t-1}+\lambda_{21}^2\varepsilon_{1,t-1}^2+2\lambda_{21}\lambda_{22}\varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1}+\lambda_{22}^2\varepsilon_{2,t-1}^2 \tag{7}$$

假设残差向量服从正态分布，则可通过最大化下式的对数似然函数进行参数估计：

$$L(\theta)=-\frac{TN}{2}\log(2\pi)-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(\ln\left|H_t\right|+\varepsilon_t^{'}H_t^{-1}\varepsilon_t\right) \tag{8}$$

其中，θ 为待估参数，T 为样本观测值，N 为收益率序列的个数。

有关变量间的波动溢出效应，只需检验矩阵中元素是否显著为 0，而不必对其线性组合进行显著性检验[2]。

1.2 最大重叠离散小波变换

小波变换具有多尺度分析特征，可从时域和频域两个不同角度进行分析。小波变换通过一组带通滤波器对数据进行滤波，能适当的选择尺度系数和平移系数，将时序列数据根据经济周期长短分割到不同的频带中，从而有效剔除不规则因素、随机因素和长期趋势的影响。

根据 Percival 和 Walden（2000）的研究，凡满足条件：

$$C_{\psi}=\int_0^{\infty}\frac{\left|\hat{\psi}(\omega)\right|}{\omega}d\omega<\infty，\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(t)dt=0 \tag{9}$$

的函数 $\psi(t)$称为母小波函数。对母小波函数 $\psi(t)$做伸缩和平移变换即可得到小波函数：

$$\psi_{j,k}(t)=2^{-j/2}\psi(2^{-j}t-k) \tag{10}$$

其中，j 为尺度系数，k 为平移系数。

由于小波函数$\{\psi_{j,k}\}_{j,k\in z}$是平方可积函数集合 $L^2(R)$的完全正交基（Daubechies，1988），所以对于任一时序列 $X(t)\in L^2(R)$可以表示为：

$$x(t)=\sum_j\sum_k d_{j,k}\psi_{j,k}(t) \tag{11}$$

其中，小波系数$d_{j,k}=\int x(t)\psi_{j,k}(t)dt$。

小波变换可分为连续小波变换和离散小波变换，本文采用最大重叠离散小波变换 MODWT（Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform）对时序列数据进行处理。MODWT 小波滤波器和尺度滤波器通过 DWT 的小波滤波器和尺度滤波器进行定义。任意正整数 J,N 维向量 X 的 J 级 MODWT 是由 $J+1$ 个 N 维向量构成的转换，由 MODWT 系数向量具体表示为：

$$X=\sum_{j=1}^{J}w_j^T\widetilde{d}_j+v_J^T\widetilde{s}_J=\sum_{j=1}^{J}D_j+S_J \tag{12}$$

通常，（12）式被称为向量 X 的多分辨分析 MRA（Multi-resolution Analysis）。其中，$\widetilde{d}_j=w_jX$，$\widetilde{s}_J=v_JX$，w_j和v_J 均是 $N\times N$ 的矩阵。$\widetilde{d}_j$是一个与尺度 2^{j-1} 上的变化相关的 j 级 MODWT 小波系数向量，$\widetilde{s}_J$是与尺度 2^J 上的变化相关的 J 级 MODWT 尺度系数向量，$\widetilde{d}_j$ 和$\widetilde{s}_j$ 的各元素是向量 X 分别经 j 级 MODWT 小波滤波器和尺度滤波器形成。D_j 和 S_j 分别被

[2] 例如，检验 $y_{1,t}$是否受到另一个市场波动的影响，只需对原假设 H_0：$\lambda_{12}=\psi_{12}=0$ 进行显著性检验。

称为 j 级 MODWT 细节信号和平滑信号。

总的说来，MODWT 具有以下四点重要性质：

（1）J 级 DWT 的样本容量是 2^J 的整数倍，而 J 级 MODWT 样本容量可以任意选择。

（2）MODWT 不受初始条件的影响。

（3）MODWT 的细节和平滑与 0 相位的滤波器相关，所以很容易将 MODWT 的多分辨分析特征与原序列的特征对应起来。

（4）同 DWT 相似，MODWT 的小波系数和尺度系数同样可以用于方差分析。

2 实证分析

2.1 数据说明

本文选取沪深 300 指数和沪深 300 股指期货 15 分钟收益率数据进行实证分析。时间跨度为 2010 年 4 月 16 日到 2011 年 12 月 23 日。为保证数据的稳定和连续性及实证分析的有效性，参照已有研究，本文选取 *IF* 当月连续数据[3]进行研究。其中，*RIF* 表示沪深 300 股指期货收益率序列，*RHS*300 表示沪深 300 指数收益率序列，*IF* 表示沪深 300 股指期货序列，*HS*300 表示沪深 300 指数序列。

2.2 实证结果

2.2.1 波动溢出效应

本文对沪深 300 指数收益率和股指期货收益率建立二元 BEKK - GARCH（1，1）模型，并在此基础上对市场间的波动溢出效应进行 *Wald* 检验。其中，现货市场收益率作为第一列数据。由于本文主旨在于检验股指期货市场和现货市场的波动溢出关系，因此这里仅给出方差方程的估计结果。

表1 方差方程估计结果

系数	系数估计	标准误差	T统计量	P值
C(1,1)	0.2890	0.0086	33.4832	0.0000
C(2,1)	0.2124	0.0113	18.7464	0.0000
C(2,2)	-0.0436	0.0133	0.0382	0.9999
A(1,1)	0.5189	0.0478	10.8664	0.0000
A(1,2)	0.1039	0.0403	2.5823	0.0098
A(2,1)	-0.2913	0.0554	-5.2561	0.0000
A(2,2)	0.0455	0.0442	1.0289	0.0035
B(1,1)	0.4307	0.0310	13.8954	0.0000
B(1,2)	-0.3509	0.0127	-27.6698	0.0000
B(2,1)	0.1871	0.0363	5.1516	0.0000
B(2,2)	1.0904	0.0199	54.5674	0.0000

从基本估计结果来看，方差方程中的 ARCH 项和 GARCH 项系数显著异于 0，尤其是矩

[3] 即，将距离交割月最近的合约连续起来所获得的数据。

阵元素中的对角系数 λ_{11}、λ_{22}、ψ_{11}、ψ_{22}。对单一的收益率序列而言，自身波动具有相关性，前期波动往往影响着下一期的波动，股指期货市场和现货市场波动聚集特征显著。同时，从矩阵非对角线元素来看，各元素也显著异于零，说明股指期货市场的当期波动还受到现货市场前期波动的影响；同样地，现货市场当期波动也受到股指期货市场前期波动的影响。

表2　波动溢出效应检验

原假设	*Wald*检验统计量	*P*值
*RIF*对*RHS*300不存在波动溢出效应	38.4043***	0.0000
*RHS*300对*RIF*不存在波动溢出效应	867.4766***	0.0000

说明：***表示 1%的显著性水平。

Wald 检验结果显示：股指期货对现货市场具有显著的波动溢出效应；与此同时，股票现货市场对股指期货市场的波动溢出效应也非常显著。也就是说，中国股指期货市场和股票现货市场之间的波动性具有很强的关联性。Ross（1989）指出，市场波动中蕴含着信息，波动的溢出意味着信息在市场间的传递。因此，期货市场上的交易信息可能会直接影响现货市场的交易活动，而现货市场上的相关信息也直接会作用到期货市场上，即中国期货市场和现货市场上紧密相连，信息反馈作用显著。

2.2.2 价格发现功能

根据高频金融数据可能的波动周期特点，本文将小波变换最大尺度确定为 7[4]。第一层尺度为 30 分钟到 60 分钟，第二层尺度为 60 分钟到 120 分钟，依次类推，第七层尺度为 1920 分钟到 3840 分钟。因为中国证券交易所每天交易 4 小时，故第三层包含了一个完整交易日的时间，而第七层包含了 16 个交易日的时间。对于七个不同的交易周期，尺度越高，周期越长[5]。基于不同的周期长度，本文分别进行了 Granger 因果关系分析，具体检验结果如下：

表3 基于MODWT的Granger因果关系检验

原假设	分解层数	*F*统计量	*P*值
*RHS*300不是*RIF*的Granger原因	第1层	27.9518	0.2005
*RIF*不是*RHS*300的Granger原因	第1层	112.8910***	0.0000
*RHS*300不是*RIF*的Granger原因	第2层	9.8376	0.2766
*RIF*不是*RHS*300的Granger原因	第2层	126.9051***	0.0000
*RHS*300不是*RIF*的Granger原因	第3层	9.5878	0.2952
*RIF*不是*RHS*300的Granger原因	第3层	173.2955***	0.0000
*RHS*300不是*RIF*的Granger原因	第4层	19.5122**	0.0123
*RIF*不是*RHS*300的Granger原因	第4层	113.5003***	0.0000
*RHS*300不是*RIF*的Granger原因	第5层	45.8184***	0.0000
*RIF*不是*RHS*300的Granger原因	第5层	157.8087***	0.0000
*RHS*300不是*RIF*的Granger原因	第6层	67.3022***	0.0000

4 即将数据分解为七层。

5 将第一层到第三层认为是短周期交易，第四到第五层划为中周期交易，而将第六到第七层归为长周期交易。

*RIF*不是*RHS*300的Granger原因	第6层	60.5778***	0.0000
*RHS*300不是*RIF*的Granger原因	第7层	117.6052***	0.0000
*RIF*不是*RHS*300的Granger原因	第7层	171.9293***	0.0000

说明：选择长度为 8 的“最小非对称”小波滤波器 (LA(8)) 进行最大重叠离散小波变换；其中，*** 代表在 1%水平上显著，**代表在 5%水平上显著。

通过表 3 的实证结果不难发现：同此前诸多研究结果相似，无论是在短周期还是中长期，沪深 300 股指期货都是沪深 300 指数的 Granger 原因，期货市场对现货市场具有价格发现功能。在短周期情况下，沪深 300 指数不是沪深 300 股指期货的 Granger 原因；但在中长周期条件下，沪深 300 指数对于沪深 300 股指期货仍具有价格发现功能。这说明，目前中国股指期货市场对于现货市场还有很强的依赖性。究其原因可能是：首先，由于中国刚刚推出股指期货，对市场影响重大的较多新信息仍然率先反映在现货市场的运行过程中，此后继而传递和影响股指期货市场；其次，期货市场交易者也可能会根据相对成熟且规模较大的现货市场价格进行套利和保值等操作。

3　分析与讨论

本文利用 BEKK-GARCH 和 MODWT 对中国股票市场和股指期货市场关系进行了实证分析。

尽管中国股指期货市场和现货市场存在显著的波动溢出，但两者的波动影响却存在显著的不同：从 GARCH 项矩阵非对角线上元素 ψ_{12}、ψ_{21} 的估计结果来看，各元素均显著异于零，说明股指期货市场的当期波动还受到股票现货市场前期波动的影响。同样地，现货市场当期波动也受到股指期货市场前期波动的影响。然而，具体的影响大小和方向不尽相同：现货市场的前期波动加剧了股指期货市场的波动性（$\psi_{21} = 0.1871$），但股指期货市场的前期波动却极大的削弱了股票现货市场的波动性（$\psi_{12} = -0.3509$）。

沪深 300 股指期货是以沪深 300 指数为标的资产的金融衍生工具，现货市场的波动可能会加大期货市场投资者对于未来预期的不确定性，从而加大期货市场的波动性；相反，股指期货的推出，可以加速“新信息”在现货市场的传递，从而降低过去信息的不确定性，即使得“旧消息”对当前价格的影响力降低。不仅如此，期货市场交易也会加快现货市场的资金流动性，提高资金的投资效率，从而减弱现货市场的波动性。就中国股指期货市场的目前发展而言，虽然仍处于市场初创期，但由于中国在正式推出股指期货前已经进行了充分且谨慎的准备工作，因此市场对股指期货上市的反应较为积极。此外，我国金融市场监管严格，也是期货市场运行良好的重要保证。期货和现货市场间波动溢出效应的不同，更可能源于两个市场发育程度、具体规模、主要投资者等的不同[6]。

此外，股指期货对于现货指数具有较强的价格发现功能。这同实务界广泛存在的“领先 6 分钟[7]”规则十分吻合。这表明，目前中国股指期货市场在交易方式、杠杆作用、交易成本及市场流动性等方面的优势发挥较好，已然逐步成为现货市场价格的风向标。

[6] 股指期货市场多是机构投资者，而现货市场的散户投资者相对较多。
[7] 即股指期货走势领先股指 6 分钟变化。

参考文献

邓凯旭,宋宝瑞.2006.小波变换在金融数据分析中的应用[J].数理统计与管理,02 期.

Donald B. Percival ,Andrew T. Walden.2000.Wavelet methods for time series analysis. New York : Cambridge University Press.

Daubechies Ingrid.1988.Orthonormal bases of compactly supported wavelets[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, (41)7:909–996.

Stephen A. Ross.1989.Information and Volatility: The No-Arbitrage Martingale Approach to Timing and Resolution Irrelevancy[J] The Journal of Finance. 44: 1-17.