金融市场风险防范的两层防线

赵春峰　　　　李大伟

（四川省成都市 西南财经大学）

【摘要】VaR 被巴塞尔委员会确认为市场风险的标准测量工具，但其存在很多的不足，在 VaR 基础上提出 CVaR ，本文先比较两者之间的优劣，指出目前 VaR 虽然是一种使用范围比较广泛的度量市场风险的方法，但对尾部度量不充分，CVaR 满足一致性风险度量定理并克服了 VaR 缺陷，充分的利用两者的比较优势，提出一个市场风险防范的两层防线，更好的满足不同投资者的风险偏好。

【关键词】：两层防线　VaR　CVaR

引言

2007 年夏，美国次贷危机全面爆发。此后，危机持续发展存在，导致大批美欧金融机构陷入困境甚至破产，最终在 2008 年 9 月升级为一场全面的金融危机，并波及世界其他地区。在这样的氛围下，金融市场风险防范的重要性再次凸显出来，那么关于市场风险测度的指标的选择则是需要首先需要解决的问题。

在本文中，我们将分析风险度量指标的 VaR 和 CVaR 的比较优势，考虑投资者对风险偏好的不同，提出一个测度金融市场风险防范的两层防线。

1 CVaR 的概念

CVaR 是超过 VaR 的损失的期望值，更为确切的是指在一定置信水平下，某一资产或资产组合的损失超过 VaR 的尾部事件的期望值，CVaR 用数学公式可以定义为

$$CVaR = \int_{-\infty}^{VaR_\beta} f(w) w dw$$

其中， β 为置信水平，w 为资产或资产组合的价值， $f(w)$ 为概率密度函数，VaR_β 为置信水平 β 下的风险值。

通过目前的研究总结下 CVaR 相对 VaR 的优势：

（1）CVaR 满足次可性，是一致性风险度量， Pflug[1]（2000）证明了 CVaR 满足一致性风险度量的性质。

在正态分布情况下，CVaR 和 VaR 两度量是等价的，可得出同样的最优解。但是，对于非正态条件下，CVaR 不仅满足次可加性的要求，而且是凸性的，可以求得全局最优解。此时 VaR 仅为极小值点，可能不存在最优解，CVaR 的优化问题计算简单，能够处理大样本事件，并且存在最优解。

（2）对于尾部出现的风险有了更有效的控制

CVaR 和 VaR 两者均基于单边尾部风险度量指标，而对于 VaR 来说其相当于给出一个阀值，对于投资者来说也就是极端事件引起的风险给出了可以忍受下的风险值，而对于尾部风险的导致的损失估计不足使监管部门无法给出有效的决策，容易造成极端事件的危机和巨大损失，而 CVaR 弥补了此方面的不足，以 CVaR 为阀值给出了投资组合的伤害性风险值，能够对极端事件的预测和管理起到积极的作用， Pownall[2]（1999）将 CVaR 应用于亚洲金融危机中证券市场的实证研究，并与 Risk-Metrices 方法作比较，研究结果表明 CVaR 比 Risk-Metrices 方法更能捕捉在极端市场条件下，

市场风险因子剧烈波动时所产生的下方风险。

2 金融市场风险防范的两层防线

VaR 被巴塞尔委员会确认为市场风险的标准测量工具，成为当今国际上主流的金融风险度量方法。西方国家金融机构和非金融公司将它作为防范金融风险的第一层防线，但是 VaR 必须在正常的市场条件下，对极端事件的度量不足，而极端事件是低概率高损失的事件，很容易导致机构的破产。而通过 CVaR 可以构建防范金融市场风险的第二防线，CVaR 是超过 VaR 的损失的期望值，所以在数值上 CVaR 大于 VaR，可以构建更加安全的防线。

另外从投资对风险喜好角度分析，投资的目的在于获取更高收益，但不同的投资者对于风险的承受能力却是不一样，风险喜好者追求高风险，但大部分的投资者属于风险厌恶型，追求的是一定风险下的收益最大化，安全第一是风险厌恶型投资者关注的，此时 CVaR 将更加适应投资者对风险的心态。

通过构建 VaR 和 CVaR，风险喜好者和风险厌恶者可以分别选择适应自己风险度量方式：

（1）风险喜好者，可以通过选择 VaR 来度量正常条件下风险构建第一层防线，通过选择 CVaR 来构建第二层防线，及时捕捉市场情况变化中出现的极端事件，同时 CVaR 此时还能克服 VaR 在前面阶段中不满足次可加性的缺点。更加有效的度量投资组合的风险。

（2）风险厌恶者可以直接选择更加严格的 CVaR 来防范风险，因为 CVaR 的优点，可以更加有效。

3 模型

设 $f(x,y)$[3]表示一个投资组合面临的损失函数，$X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$ 为 n 中资产的投资比例向量，而 $Y=(y_1,y_2,\cdots,y_m)^T$ 为引起投资组合发生价值损失的市场因子。它是个随机变量。对任意固定 X，$f(x,y)$ 是 Y 的函数，设 Y 的分布密度函数为 $p(y)$，对任意 $\beta\in(0,1)$，定义：

$$\alpha_\beta=\min\{\alpha\in\Re:\psi(x,\alpha)\ge\beta\}$$

$$\phi_\beta(x)=E[f(x,y)\mid f(x,y)\ge\alpha_\beta(x)]=(1-\beta)^{-1}\int_{f(x,y)\ge\alpha_\beta} f(x,y)p(y)dy$$ 其中 $\alpha_\beta(x)$ 和 $\phi_\beta(x)$ 就是置信度为 β 的 VaR 和 CVaR，分别称它们为 $\beta-VaR$ 和 $\beta-CVaR$.

直接计算和优化 VaR 和 CVaR 是相当困难的，参照文献[4]中构建一个特殊的函数：

$$F_\beta(x,\alpha)=\alpha+(1-\beta)^{-1}\int_{y\in\Re^m}[f(x,y)-\alpha]^+p(y)dy$$，其中 T^+ 表示 max（0，T）。在上述假设下可以证明 $F_\beta(x,\alpha)$ 是凸函数，因此以它作为优化目标可以做到局部最优解即为全局最优解，并可以证明 $\phi_\beta(x)=\min F_\beta(x,\alpha)$。若令

$A_\beta(x)=\arg_{\alpha\in\Re}\min F_\beta(x,\alpha)$，则 $A_\beta(x)$ 是一个非空、闭的有界集，它的下确界就是置信度为 β 的 VaR 值 $\alpha_\beta(x)$，特别地，以上情况总是成立：$\alpha_\beta(x)\in\arg_{\alpha\in\Re}\min F_\beta(x,\alpha)$

$\phi_\beta(x)=F_\beta(x,\alpha_\beta(x))$，上述结果有很好的理论价值，因为当 Y 为连续型随机变量时，$F_\beta(x,\alpha)$ 是凸的连续可微函数，$\phi_\beta(x)$ 就可以简单地通过求解 $F_\beta(x,\alpha)$ 关于 α 的一阶导数获得。这时 $A_\beta(x)$ 仅含一个点，该点就是 $\beta-VaR$ 的值。

在利用 CVaR 作为风险度量工具进行投资组合优化时，由于市场因子 Y 的分布一般是未知的，只能利用情景分析法。决策者根据这些市场因子的过去历史变化情况，加上掌握的最新信息，对其未来变化做出估计。假设未来有可能出现 m 中情况，如可取夺取历史上 n 中证券的 m 个交易日的收益率。每种情况下的 Y 的取值为 Y^k（$k=(1,2,\cdots,m)$），则函数 $F_\beta(x,\alpha)$ 可以用下式近似表示：

$\tilde{F}_\beta(x,\alpha)=\alpha+\frac{1}{m(1-\beta)}\sum_{k=1}^{m}(f(x,y^k)-\alpha)^+$ --------(P.1)，

$\tilde{F}_\beta(x,\alpha)$ 关于 α 的凸的分段线性函数，虽然关于 α 不一定可微，但可用线性规划或线性搜索技术求其最优解。

模型的构建：假设 n 种证券组成的投资组合中，各证券所占比例为 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$，其中 $\sum_{i=1}^{n}x_i=1$ 且 $x_i\geq 1$（$i=1,2,\cdots,n$），y_i 表示证券的回报率。则 $Y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)^T$ 表示证券组合的回报率向量。对于 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$，证券组合的平均回报率为 $\sum_{i=1}^{n}x_iy_i$，其相反数为 $-\sum_{i=1}^{n}x_iy_i$，即为平均损失率，所以这里假设 $f(x,y)=-\sum_{i=1}^{n}x_iy_i=-X^TY$，通过上述分析则 P.1 式可以转化为：

$\tilde{F}_\beta(x,\alpha)=\alpha+\frac{1}{m(1-\beta)}\sum_{k=1}^{m}(-X^TY^k-\alpha)^+$ -----------（P.2）.

引入一个虚拟变量 $z_k=-X^TY^k-\alpha$，令 $V=\frac{1}{m(1-\beta)}$，前面说明 $\phi_\beta(x)=\min F_\beta(x,\alpha)$，在组合日期望收益率 M 约束下，则模型为：

$$\min F_\beta(x,\alpha)=\alpha+v\sum_{k=1}^{m}z_k$$

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}x_i=1 \quad x_i\geq 1 \\ z_k=-X^TY^k-\alpha,\quad z_k\geq 0 \\ \sum_{i=1}^{n}E[y_i]x_i\geq M\end{cases}$$

通过上面的模型利用 matlab，可以同时求出α和$\min F_{\beta}(x,\alpha)$，则分别对应着相应的第一层防线的 VaR 和第二层防线的 CVaR。

4 实证分析

本文从上证 50 指数样本股中选择 10 支股票,时间跨度为 2004 年 1 月 2 日至 2006 年 2 月 24 日，日数据共有 516 个数据，数据缺失值用其平均值来代替,：

表一 从上证 50 指数样本股中选择 10 支股票

股票名称	股票代码	股票名称	股票代码
浦发银行	600000	中国联通	600050
G 穗机场	600004	雅尔尔	600177
中国石化	600028	山东铝业	600205
南方航空	600029	贵州茅台	600519
福建高速	600033	G 明珠	600832

数据来源于国泰安信息技术有限公司与香港理工大学中国会计与金融研究中心所开发的中国股票市场研究数据库（CSMAR DATABASE）。考虑到数据的可比性，其中收益率为考虑现金红利的日个股回报率，其计算公式为：

$$r_{n,t}=\frac{p_{n,t}(1+F_{n,t}+S_{n,t})C_{n,t}+D_{n,t}}{P_{n,t-1}+C_{n,t}S_{n,t}K_{n,t}}-1$$

其中$p_{n,t}$为股票n在t日的收盘价；$D_{n,t}$为股票n在t日为除权日时的每股现金分红；$F_{n,t}$为股票n在t日为除权日的每股红股数；$S_{n,t}$为股票n在t日为除权日时的每股配股数；$K_{n,t}$为股票n在t日为除权日时的每股配股价；$C_{n,t}$为股票n在t日为除权日时的每股拆细数。

在给定组合日期望收益率约束下，最小化 CVaR 值可以得到最优组合。投资组合 日 期 望收益率的下界 M 分别 取 M =0.0006 ；0.0007；0.0008；0.0009；0.0010；0.0011；0.0012，置信水平β= 90%。求解出在上面这些约束条件下，得到对于给定的每一个收益率使 CVaR 风险最小的优化问题的解，一共得到七个组合投资比例的最优解，七个组合的 CVaR 值，七个组合的 VaR：

表二　　模型实证结果

M	0.0006	0.0007	0.0008	0.0009	0.0010	0.0011	0.0012
CVaR	0.022159	0.025116	0.029364	0.037761	0.045543	0.051302	0.060385
VaR	0.015718	0.017500	0.020929	0.025097	0.029787	0.033543	0.039911

5 结论

通过实证结果表明，虽然 VaR 是巴塞尔委员会确认为市场风险的标准测量工具，成为当今国际上主流的金融风险度量方法，但是 VaR 存在相应的缺陷，其中对尾部测度不充分，是最重要的缺陷之一，因为低概率高损失的事件，是风险防范中最需要关注的事件，VaR 存在误导投资者错误选择高风险的结果，Pownalld[5] 等（1999）已将 CVaR 应用与亚洲金融危机中的证券实证研究，对比 VaR,，

因此 Acerbi(2001)和 Stefan(2001)提出用 CVaR 代替 VaR 作为金融风险的管理工具，CVaR 更优越于 VaR 无疑是更加完善的风险管理工具，也是今后风险管理工具发展的方向之一。

我国在金融风险度量和监管发展相当迅速，但是应用 CVaR 还存在一些困难，但是 VaR 本身存在一些缺陷，需要 CVaR 在市场因子剧烈波动时，纠正 VaR 一些错误结论，特别是在目前金融危机背景下，市场波动幅度比较大，CVaR 能够捕捉极端市场条件下市场因子剧烈波动所产生的风险，所以通过构建 VaR 和 CVaR 两层的防线，可以有效的度量市场情况的变化，而且能够更好适应投资者对风险的心态

参考文献:

【1】Plug G.Ch.，Some Remarks on the Value-at-Risk and the Conditional Value-at-Risk. Journal of Financial Servics Research，12:2/3,201-242

【2】Pownall,R.A.,Koedijk,K.G.Capturing Downside Risk in Financial Markets:The Case of The Asian Crisis. Journal of International Money and Finane.1999（18）.853-870

【3】陈金龙；张维；CVaR 与投资组合优化统一模型，系统工程理论与实践.2002，11（1）.68-71

【4】Rockfellar R T, Uryasev S Optimization of conditional value-at-risk[J],The Journal of Risk,1999,2(3).http://www.ise.ufl.edu/uryasev/pubshtml

【5】Pownall,R.A.,Koedij,K.G.Capturing Downside Risk in Financial Markets:The Case of The Asian Crisis. Journal of International Money and Finane.1999（18）.853-870