市场分割下中国 A 股与 H 股收益率波动的分形协整研究*

赵进文[1]　　庞　杰[2]

（[1,2] 东北财经大学统计学院　辽宁　大连 116025；[1] 中国人民大学应用统计科学研究中心）

摘要：经济、金融时间序列的长期记忆性成为经济学、金融学领域的研究热点。分析资本市场的长期记忆性，对于分析与了解市场结构、判断市场的走势，以及长期记忆性对市场风险与未来变化的影响等方面具有重要的作用。长期记忆性的存在不仅是对市场有效性的违背，为投资利润的出现提供了可能性，而且对传统的实证研究方法也是一个冲击。本文对中国内地 A 股和香港 H 股两个分割市场分别建立能够反映其收益率波动的分形单整广义自回归条件异方差 FIGARCH (1，d，1)模型，利用 Teyssiere(1997)，Brunetti and Gilbert(1998)所倡导的双变量 FIGARCH (1 ，d ，1)模型框架，检验内地 A 股与香港 H 股市场的分形参数是否相同，发现并不能拒绝两个市场具有相同的分形参数的假设。最后，对 A 股和 H 股的绝对收益率和平方收益率的线性组合建立 ARFIMA 模型进行估计，分形参数并不显著区别于零，从而得出结论：两个市场拥有相同的分数单整阶数，说明两个市场的波动过程是分形协整的。

关键词：长期记忆性；分形市场；有效市场；分形协整 ；FIGARCH 模型

Research of Fractional Cointegration for the Returns Volatility of A Share and H Share in China

Zhao Jinwen[1]　　Pang　Jie[2]

([1,2] School of Statistics, Dongbei University of Finance & Economics, Dalian, 116025；

[1] Center for Applied Statistics, Renmin University of China, Beijin)

Abstract: The study of long memory about the capital market is undoubtedly important for analyzing and understanding market structure, judging the tendency of the market and have influence of market risk and such changing in the future ,etc.. Because of the existence of long memory is not merely violate to market efficient theory, and that will be struck to the traditional empirical approach. This author uses FIGARCH Model to describe the returns volatility of A share at mainland and H share at Hongkong, we found that the two fractal parameter are nearly the same. We model the structure volatility in these two markets using the bivariate FIGARCH specification independently introduced by Teyssiere (1997) and Brunetti and Gilbert (1998) to test the hypothesis: if the two markets have the same fractal parameter. We find that we can’t reject the hypothesis.

* 本文是作者主持的 2004 年度国家自然科学基金项目：“泛协整理论”框架下中国市场化利率、稳健货币政策规则形成机制等的模型实证研究（批准号：70473012）以及 2005 年度教育部人文社会科学重点研究基地——中国人民大学应用统计科学研究中心重大项目：我国季度 GDP 核算方法及其应用（批准号：05jjd910153）的阶段性研究成果之一。同时，获得“辽宁省高等学校优秀人才支持计划”（辽教发[2006]124 号）资助。

Finally we establish ARFIMA model of the linear combination of the two returns volatility, the result is that the fractal parameter is not significant different from zero. So we find a common order of fractional cointegration for the two volatility processes and confirm that they are fractional cointegration.

Key Words: Long Memory, Fractal Market, EMH, Fractional Cointegration, FIGARCH Model

JELClassification: C51, C52, E61 ,O12

作者简介：

赵进文：男，1964 年 6 月生，祖籍山西，经济学博士、南开大学经济学博士后（1998 年出站），现任东北财经大学特级教授、博士生导师、博士后合作导师，应用经济学、统计学学科带头人；教育部人文社会科学重点研究基地——中国人民大学应用统计科学研究中心专职教授、重大项目首席科学家，南开大学经济研究所兼职教授，美国明尼苏达大学统计学院访问教授，国家自然科学基金委员会项目评审专家，国家教育部人文社科研究项目评审专家，国际经济计量学会会员，美国 Gerson Lehrman Group’s Council 咨询顾问，入选辽宁省“百千万人才工程”百人层次，东北财经大学杰出学者奖获得者。研究方向：经济计量学、模型诊断、稳健建模、宏观经济政策分析、统计学、数学等。

在《Social Science Research Network》（美）、《Journal of Emerging Markets》（美）、《中国社会科学》、《经济研究》、《经济学（季刊）》、《金融学（季刊）》、《统计研究》、《中国人口科学》、《中国软科学》、《会计研究》、《工程数学学报》、《数理统计与应用概率》、《南开经济研究》、《财经问题研究》、《财经研究》、《管理科学》、《人民日报》等国际国内核心刊物上发表 60 余篇创新性学术论文，在国内外学术界产生了一定影响，广泛被《美国社会科学研究网（Social Science Research Network）》、《经济系统研究（Economic Systems Re search）》（国际投入产出学会会刊，荷兰）、《泰勒-弗朗希西杂志（Taylor & Francis Journal）》、《科学技术会议录索引（ISTP）》、《中国社会科学引文索引（CSSCI）》、《中国科学引文数据库（CSCD）》、《中国数学文摘》、《国家科技图书文献中心（NSTL）》、《中国期刊全文数据库》等权威检索工具摘录、检索、转载、评论。在国内率先研究“经济计量诊断学”，成果居国际、国内领先水平，赢得国内同行专家的一致肯定。出版专著三部：《经济计量诊断学》（2000 年 3 月，天津人民出版社）、《复杂数据下的经济建模与诊断分析》（2004 年 2 月，科学出版社）、《中国货币政策与经济增长的实证研究》（2007 年 12 月，北京大学出版社）。主持完成 2002 年度国家社会科学基金资助项目研究一项（项目批准号：02BTJ002）；主持完成 2004 年度国家自然科学基金研究一项（批准号：70473012）；现主持 2005 年度教育部人文社会科学重点研究基地重大项目一项（批准号：05jjd910153）以及辽宁省优秀人才支持计划（辽教发[2006]124 号）一项。此外，还主持、参与、完成省部级自然科学基金、人文社科基金、哲学社会科学规划项目等 10 余项。

通讯地址：（116025）大连市. 东北财经大学统计学院　赵进文
联系电话：（0411）84738058；13190106814；
E-mail: jinwen101@163.com

庞杰：男，1982 生，河南省南阳市人，东北财经大学 2004 级硕士生，获经济学硕士学位，研究方向：证券期货分析。现就职于杭州中大期货公司。

市场分割下中国 A 股与 H 股收益率波动的分形协整研究*

摘要：经济、金融时间序列的长期记忆性成为经济学、金融学领域的研究热点。分析资本市场的长期记忆性，对于分析与了解市场结构、判断市场的走势，以及长期记忆性对市场风险与未来变化的影响等方面具有重要的作用。长期记忆性的存在不仅是对市场有效性的违背，为投资利润的出现提供了可能性，而且对传统的实证研究方法也是一个冲击。本文对中国内地 A 股和香港 H 股两个分割市场分别建立能够反映其收益率波动的分形单整广义自回归条件异方差 FIGARCH (1 ,d ,1)模型，利用 Teyssiere(1997)，Brunetti and Gilbert(1998)所倡导的双变量 FIGARCH (1 ,d ,1)模型框架，检验内地 A 股与香港 H 股市场的分形参数是否相同，发现并不能拒绝两个市场具有相同的分形参数的假设。最后，对 A 股和 H 股的绝对收益率和平方收益率的线性组合建立 ARFIMA 模型进行估计，分形参数并不显著区别于零，从而得出结论：两个市场拥有相同的分数单整阶数，说明两个市场的波动过程是分形协整的。

关键词：长期记忆性；分形市场；有效市场；分形协整 ；FIGARCH 模型

引　　言

金融时间序列数据表现出的特殊的波动特性，是近 20 年来金融计量经济学研究的一个重点。从已有文献来看，国内外学者对波动的各种特征进行了详细和深入的研究，而对波动长记忆性的研究则是近年的一个热点问题。

自 Hurst 从潮汐数据中发现了水文时间序列中的长期记忆性(long memory)，Mandelbrot 引入分数布朗运动及分形概念、奠定了长期记忆分析的严格数学基础后，长期记忆研究在流体学、气象学及地球物理学等自然科学领域引起了广泛关注。最近 20 年，经济、金融时间序列的长期记忆性成为经济学、金融学领域的研究热点。资本市场的长记忆性，对于分析与了解市场结构、判断市场的走势，以及长记忆性对市场风险与未来变化的影响等方面，无疑具有重要的作用。

近年来，越来越多的国内学者开始研究国内股票市场的长记忆性。但由于起步较晚，目前仍然处于消化吸收阶段，还有很多需要改进的地方。已有的文献大部分都是针对收益率的长记忆性来进行的，对收益率波动长记忆性的研究还比较少，并且，已有的研究主要是利用分形滑动自回归（ARFIMA ）和广义自回归条件异方差（GARCH）类模型来对单一市场收益率的波动进行研究，很少有关于香港与内地两个分割市场收益率波动过程之间关系的研究。随着经济的发展，香港和内地的联系日益紧密，越来越多的内地企业到香港上市，而先期在香港上市的红筹股也积极准备回归内地 A 股市场，两地市场表现出前所未有的相关性（特别是那些既有 A 股又有 H 股的上市公司，A 股和 H 股市场表现出很强的联动性）。那么，A 股和 H 股收益率序列的波动是否具有长期记忆性，两个市场收益率的波动之间是否存在一定的相关性，是否一个市场价格的波动会影响、传导另一个市场，又如何通过现代计量模型进行

* 本文是作者主持的 2004 年度国家自然科学基金项目：“泛协整理论”框架下中国市场化利率、稳健货币政策规则形成机制等的模型实证研究（批准号：70473012）以及 2005 年度教育部人文社会科学重点研究基地——中国人民大学应用统计科学研究中心重大项目：我国季度 GDP 核算方法及其应用（批准号：05jjd910153）的阶段性研究成果之一。同时，获得“辽宁省高等学校优秀人才支持计划”（辽教发[2006]124 号）资助。

科学分析，这正是本文的选题出发点与归宿。

1 研究综述

金融时间序列的波动持续性问题发现得比较早，但是，人们对收益率序列的长期记忆特征的研究却比较晚。最早提出长期记忆特征概念和讨论金融序列的波动持久性问题的文献是Mandelbrot, C (1971)。此后，长期记忆效应在金融市场领域的研究日益扩展。在二十世纪八、九十年代，研究者们进行了大量的研究。在国外，对金融市场长期记忆性问题的研究大多集中在股票市场，并且，主要集中在股票价格指数收益率的长期记忆性问题上。不过，也有部分研究者研究了期货市场、汇率市场收益率序列的长期记忆性问题。

国外的研究文献中，多数的研究结果表明国外金融市场的长期记忆性并不显著。例如，Lo (1991)运用修正的 R/S 分析法研究了美国股票价格指数收益率，结果并没有发现长期记忆性。Crato (1994)利用最大似然估计法研究了国际上比较成熟的金融市场的随机波动行为，结果也表明国际金融市场的长期记忆特征并不显著。Cheung and Lai (1995)利用修正的 R/S 分析方法和谱回归分析法(GPH)研究了国际股市的长期波动特性，也得出长期记忆性不显著的结论。

但是，国外的研究结论中，也有不少文献研究表明国外的股市存在显著的长期记忆性。例如，Ding, Granger and Engle (1993)利用自相关函数分析法研究了美国股市 S&P50 股指日收益率的长期记忆特性，结果表明：虽然收益率序列的长期记忆性并不显著，但是，绝对收益率和收益率平方序列的长期记忆特征却很明显，表明股市波动性具有显著的长期记忆性特征。Barkoulas 等人(2000)研究了希腊股市，得出了较小的、发展较晚的股票市场的长期记忆性很明显的结论。Pangs，Epaminondas (2001)研究了雅典股市的长期记忆特征，结果显示个股存在长期记忆特征。Sourial (2002)运用 ARIMA 模型和 FIGARCH 模型研究了埃及 IFC-Global 指数的长期记忆性特征，结果也表明个股的长期记忆特征是显著的。在国外的研究中，还有不少学者研究并比较了整体的股票市场和个股的长期记忆特性。例如，Barkoulas and Baum (1996)利用分形差分方法研究了美国股市，结果表明美国整体股市的长期记忆特征并不显著，但是道•琼斯工业指数中的个别股票却表现出长期记忆性。

中国的股票市场是新兴的金融市场，还很不成熟。因此，按照国外的研究结论，可初步预测到中国股市应该是具备长期记忆特性的。据此，对中国的金融市场进行长期记忆性的研究也是合理的。中国的学者对长期记忆性的研究，在研究方法和研究成果上，与国外的相关研究存有一些差异。

国内的研究者对股市长期记忆特性的研究中，史永东(2000)和王明涛(2002)利用传统的 R/S 分析法对中国股票市场的周收益率和月收益率的长期记忆性进行了经验分析，结果表明中国股市作为一个新兴的市场，表现出与国外发达股市不一样的特征，即中国股市具有较明显的长期记忆性。同时，还证实了中国股票市场价格指数具有较明显的分形特征。王春峰、张庆翠和李刚(2003)利用传统的 R/S 分析法和 ARFIMA 模型分析法研究了上证综合指数和深圳综合指数的日收益率的长期记忆性行为，也得出了类似的结论。伍海华、李道叶和高锐(2001)利用传统的 R/S 分析法研究了青岛啤酒、青岛海尔、青岛双星等六家上市公司的周收益率，结果也显示这些股票具有长期记忆性特征。

陈梦根(2003a)以沪深综合指数的周收益率序列为研究对象，利用修正的 R/S 分析法研究了它们的非线性特征，结果表明中国股市的长期相关性并不显著。陈梦根(2003b)同时利用修正的 R/S 分析法和 ARFIMA 模型研究了沪深综合指数和 22 只个股的长期相关性，结果显示股市总体的股价指数不存在长期记忆效应，但是，部分个股却存在长期记忆性特征。

李亚静、何跃、朱宏泉(2003)通过自相关性分析和偏自相关性的分析，分析并比较了香港、上海和深圳股市的长期记忆性特征的强弱程度。结果表明：收益率序列的长期相关性不明显，但绝对收益率序列和收益率平方序列的长期记忆特征却很显著。

汤果、何晓群和顾岚(2003) 运用 FIGARCH 模型对上海股市的收益率序列的长期记忆性做了实证研究，并与纽约的长期记忆性估计结果进行了对比。他们的研究结论认为，中国股市具有较纽约股市更强的长期记忆性。

李红权和马超群(2005)通过修正的 R/S 分析与 ARFIMA 模型对我国股市收益率及其波动性的长期相关性进行了实证研究。结果表明：中国股市具有显著的非线性特征，虽然收益率序列的自相关性较弱，但波动性序列却表现出显著的长期记忆效应。

除了对我国股票市场的分形特征和长期记忆性或长期相关性的研究外，研究者们也对我国期货市场的长期记忆性进行了研究。如华仁海、陈百助(2004)利用修正的 R/S 分析法和 GPH 谱回归分析法，通过对收益率序列、绝对收益率序列和收益平方序列的分析，分别研究了我国期货市场的收益率及波动方差的记忆性特征。他们的结论认为：上海期货市场铜和铝的收益不具有长期记忆性，波动方差具有长期记忆性；大连期货市场大豆的收益和波动方差的长期记忆行为并不显著；郑州期货市场的小麦和上海期货市场的橡胶收益和波动方差的长期记忆性均显著。

2 收益率波动长期性建模

2.1 ARFIMA 模型

ARFIMA 模型(Autoregressive Fractally Integrated Moving Average Model ,自回归分形单整滑动平均模型) 是一个前沿性的长期记忆模型，是分析时间序列长期相关性的一种非常合适的方法，它首先由 Granger 和 Joyeux（1980）以及 Hosking（1981）引入到经济和金融研究中，该模型是放宽 ARIMA 模型整数差分的传统限制后得到的。

定义差分算子为：

$$(1-L)^d = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!}L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!}L^3 + \cdots$$

其中，L 为通常的滞后算子：$Ly_t = y_{t-1}$。

若平稳时间序列$\{X_t\}$满足分数阶差分方程：$\Phi(L)(1-L)^d(X_t-\mu)=\Theta(L)\varepsilon_t$，则称$\{X_t\}$服从分整自回归滑动平均模型, 简记为 ARFIMA (p , d , q) 模型。其中，L 为滞后算子，μ 为 X_t 的均值，ε_t 为白噪声序列，$(1-L)^d$ 为分数差分算子，$\Phi(L)$ 和 $\Theta(L)$ 分别为 p 阶与 q 阶平稳的滞后算子多项式，且根的模大于 1 (在单位圆外) ：

$$\Phi(L)=1-\varphi_1 L-\varphi_2 L^2-\cdots-\varphi_p L^p$$

$$\Theta(L)=1-\theta_1 L-\theta_2 L^2-\cdots-\theta_p L^p$$

ARFIMA 模型的自相关函数可被近似为$\rho_k \sim ck^{2d-1}(k\to\infty)$，c> 0 为常数。可见，随着$k$的增大，$\rho_k$以比指数率更慢的负幂指数率(双曲率) 缓慢的衰减， 即 ARFIMA 模型能够表现长期记忆性特征。

ARFIMA 模型用$p+q$个参数来描述过程的短期记忆特征，又以参数d反映时间序列的分形特征，即长期记忆特征。ARFIMA 模型的参数具有如下特性： ①当$\Phi(L)$和$\Theta(L)$的根都在单位圆外，并且，$d<|0.5|$时，则X_t既是平稳的，又是可逆的； ②当$0<d<0.5$时，则 ARFIMA 模型可能产生带有持久性的平稳序列。在这种情况下，此过程表现出长期记忆特征，自相关系数缓慢退化为 0 ； ③当$d\ge 0.5$时，该过程是非平稳的； ④当$d=0$时，X_t变为 ARMA 过程，表现出短期记忆特征； ⑤当$-0.5<d<0$时，ARFIMA 过程展现出即时记忆性，或者说是反持久性； ⑥当$d\le -0.5$时，X_t是不可逆的过程。这些特性对我们有效地应用 ARFIMA 模型是十分重要的。

2.2 FIGARCH 模型

GARCH 族模型在金融市场波动建模中得到广泛的使用。这些模型尝试描述波动的持续性，但是，所描述的持续性存在衰退相对过快的问题。实际上，波动表现出长期的时间相关性，例如，自相关模型衰退的十分缓慢。这就引发了我们关于 FIGARCH 模型的考虑，这个模型的特点是在最少参数的情况下结合考虑了高度的时间相关性。

Engle(1982)提出的 ARCH 族模型，可将条件二阶距的时间序列y_t表示为：

$$y_t=\mu_t+\varepsilon_t \tag{3-1}$$

$$h_t=\omega+\alpha(L)\varepsilon_t^2 \tag{3-2}$$

其中，μ_t代表回归函数的条件均值，$\alpha(L)$是阶数为 q 的滞后多项式，L 为滞后算子。在 ARCH 模型中，条件方差h_t是在 t-1 期时信息集已知情况下的函数。Engle(1982)描述的条件方差方程的函数形式只包括方差的滞后项。Bollerslev and Mikkelsen（1986）扩展了上述模型，将条件方差的滞后项也包括到信息集中，提出了广义的 ARCH 模型（GARCH）模型。广义的方程为：

$$\left(1-\beta(L)\right)h_t=\omega+\alpha(L)\varepsilon_t^2 \tag{3-3}$$

其中，$\beta(L)$为 p 阶的滞后多项式。定义信息为：

$$v_t = \varepsilon_t^2 - h_t \tag{3-4}$$

GARCH 过程能够表示成ε_t^2的 ARMA 过程：

$$\phi^{\#}(L)\varepsilon_t^2 = \omega + (1-\beta(L))v_t \tag{3-5}$$

其中，$\phi^{\#}(L) = 1-\beta(L)-\alpha(L)$为 r 次滞后算子多项式，其中，$r = \max(p,q)$。如果$\phi^{\#}(L)$包括一个单位根，则 GARCH 过程就变成单整的 GARCH（即 IGARCH）（Engle and Bollerslev 1986）：

$$\phi^{\#\#}(L)(1-L)\varepsilon_t^2 = \omega + (1-\beta(L))v_t \tag{3-6}$$

我们可以将方程（3-8）理解为 ARIMA 表示的 IGARCH 过程。

为了获得长期记忆元素的均值，Granger and Joyeux(1980) 及 Hosking(1981)分别建立了分形单整的 ARMA 模型（FIARIMA）：

$$\varphi(L)(1-L)^d (y_t - \mu) = \upsilon(L)\varepsilon_t \tag{3-7}$$

其中，$\varphi(L) = 1-\sum_{j=1}^{r}\varphi_j L^j$，$\upsilon(L) = 1+\sum_{j=1}^{p}\upsilon_j L^j$，$\mu$是$y_t$的均值，$\varepsilon_t$是白噪声过程。同理，Baillie, Bollerslev and Mikkelsen(1996)引入了分形单整的 GARCH（即 FIGARCH）模型，它通过将 GARCH 和 IGARCH 模型设定的滤子$(1-L)$，由分形滤子$(1-L)^d$代替获得：

$$\phi(L)(1-L)^d \varepsilon_t^2 = \omega + (1-\beta(L))\upsilon_t \tag{3-8}$$

FIGARCH 模型就是ε_t^2的 ARIMA 的过程。当 d=0 时，变为 GARCH 模型；当 d=1 时，变为 IGARCH 模型。FIGARCH 过程的条件方差可以表示成：

$$h_t = \frac{\omega}{(1-\beta(L))} + \lambda(L)\varepsilon_t^2 \tag{3-9}$$

其中，$\lambda(L) = 1-\dfrac{\phi(L)(1-L)^d}{1-\beta(L)}$。

2.3 多变量 FIGARCH 模型

Engle，Bollerslev and Wooldrige(1988)将上面的单变量 GARCH 模型推广到多变量的 GARCH 模型。在单变量 GARCH 模型中，n 维误差项ε_t在多元 GARCH 模型中变为滞后为 t-1 期的信息集的函数。因此，方差-协方差矩阵中的平方项和交叉项是由一个向量的 ARMA 过程生成的：

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t \tag{3-10}$$

$$\varepsilon_t \sim N\left(0, H_t\right)$$

$$vech\left(H_t\right) = \sum_{i=1}^{q} A_i vech\left(\varepsilon_{t-i}\varepsilon'_{t-i}\right) + \sum_{j=1}^{p} B_j vech\left(H_{t-i}\right) + \omega \tag{3-11}$$

其中，y_t，μ_t，ω和ε_t是 M 维向量，vech 表示对称矩阵按下三角矩阵列堆积的。相关的$ARMA(p,q)$表达式是：

$$\Phi^{\#}\left(L\right)\varepsilon_t^2 = \omega + \left(I - B\left(L\right)\right)V_t \tag{3-12}$$

其中，$\Phi^{\#}\left(L\right) = I - B\left(L\right) - A\left(L\right)$。这个方程是十分广泛的，同时包括了$\left(m+1\right) + \frac{1}{2}m\left(m+1\right) + \frac{1}{4}m^2\left(m+1\right)^2\left(r+p\right)$个参数。Bollerslev er la（1988）建议将矩阵A_i和B_j约束为对角阵。这时，这个模型就可以归结为对角多元 GARCH 模型（Engle and Kroner,1995）。在用参数表示这些矩阵的时候，我们需要引入方差-协方差矩阵H_t，并定义它在所有y_t和ε_t值的样本空间中都为正定的。

我们先关注双变量的情况（即 m=2），设 r=p=1，同时，协方差阵为：$h_{12,t} = \rho\left(h_{11,t}h_{22,t}\right)^{\frac{1}{2}}$。Bollerslev（1990）建立了常相关的双变量 GARCH（1，1）模型，其表达式为：

$$\begin{aligned} h_{11,t} &= \alpha_{11}\varepsilon_{1,t-1}^2 + \beta_{11}h_{11,t-1} + \omega_1 \\ h_{22,t} &= \alpha_{22}\varepsilon_{2,t-1}^2 + \beta_{22}h_{22,t-1} + \omega_2 \\ h_{12,t} &= \rho\left(h_{11,t}h_{22,t}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \tag{3-13}$$

显然，这种设置比对角的设置在参数方面更加节俭。正定条件由$\left|\rho\right| < 1$和α_{jj}来保证，β_{jj}和ω_{jj}（$j = 1, 2$）是用来保证$h_{11,t}$和$h_{22,t}$的正定性。

Brunetti and Gilbert(1998)把多元 GARCH 模型通过常相关参数化扩展到多元的 FIGARCH 模型。这种选择是出于三个方面的考虑：（1）在可行的设定下是参数最节俭的。（2）在弱条件下方差协方差矩阵是正定的。（3）对A_i和B_j矩阵对角元素的约束就能保证稳定性。

双变量常相关 FIGARCH 模型可以表示如下：

$$h_{jj,t} = \lambda_{jj}\left(L\right)\varepsilon_{j,t}^2 + \frac{\omega_j}{1 - \beta_{jj}\left(1\right)} \tag{3-14}$$

$$h_{12,t}=\rho\left(h_{11,t}h_{22,t}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3-15}$$

其中，$\lambda_{jj}=1-\dfrac{\left[\phi_{jj}(L)\right](1-L)^{d_j}}{1-\beta_{jj}(L)}$，j=1,2。根据 Brunetti and Mikkelsen(1996)的结果，如果 $|\rho|<1$，$\beta_{jj}-d_j\le\frac{1}{3}\left(2-d_j\right)$和$d_j\left[\phi_{jj}-\frac{1}{2}\left(1-d_j\right)\right]\le\beta_{jj}\left(\phi_{jj}-\beta_{jj}+d_j\right)$成立，那么，在双变量 FIGARCH（1，d，1）模型中的正定假设将成立。如果所有的$0\le d_j\le1$成立，那么，该模型定义的条件方差将是稳定的。接下来，我们用一般的方式来表达方程，能够表现为 ARFIMA 形式：

$$\Phi(L)\begin{pmatrix}(1-L)^{d_1} & 0\\ 0 & (1-L)^{d_2}\end{pmatrix}\varepsilon_t^2=\omega+\left(I-B(L)\right)V_t \tag{3-16}$$

其中，$\Phi_0=I$为单位矩阵。这样，我们就可以在这个模型框架下来检验关于分形阶数的原假设$d_1=d_2$。

2.4 分形协整

协整是描述两个或者更多时间序列的长期相关性，这些序列在短期内可能运行轨迹存在巨大的差别。这一概念反映了经济变量之间存在长期相关，这些潜在的均衡和相关关系也使序列之间产生了交互效应。协整的概念最先由 Granger(1986) 和 Engle and Granger(1987)提出，由 Johansen 和其他人共同发展。一个序列在 d 次差分后可以用一个平稳的、可逆的 ARMA 过程表示，那么就可以由表示（Abadir and Talyor,1998）。考虑两个序列$y_{1,t}\sim I(d)$和$y_{2,t}\sim I(d)$。考虑仅限于线性的情况，如果存在一个$z_t=y_{1,t}+\gamma_2y_{2,t}\sim I\left(d-b\right)$，其中，b >0,那么我们就说这些序列存在协整关系。协整的概念表明：z_t是一个比它的组成元素$y_{1,t}$和$y_{2,t}$有着更低的单整阶数的序列。

通常，两个任意的序列$y_{1,t}$和$y_{2,t}$不会有相同的单整阶数。然而，如果我们仅限于讨论线性的协整关系，那么，各个序列拥有一个相同单整阶数就是协整的必要条件（Abadir and Talyor,1998；Robinson and Marinucci,1998）。

区分整数协整和分形协整是有用的。通常的协整检验事先要求单位根检验，如果序列都是一阶单整过程，那么可以再进行协整检验。目前，有两种较为常见的协整检验方法：Johansen 检验法和 Engle-Granger 两步检验法。前者以向量自回归（VAR）模型作为框架，后者则基于以最小残差平方为基础的对协整方程进行的普通最小二乘估计。但是，在有的情况下，特别是高频的金融数据下，单整阶数为整数值的条件过于苛刻（Baillie and Bollerslev 1994a）。分形协整的分析背离了$I(1)/I(0)$的形式，它允许 b 和 d 可以是分数。标准的协整检验是遵循 E-G 两步法，虽然现在也发展了三步法、四步法等。

我们考虑序列$\left(y_{1,t},y_{2,t}\right)$，确定单整阶数为$d_1$和$d_2$。

1．检验是否 $d_1 = d_2$，即确定 $y_{1,t}$ 和 $y_{2,t}$ 是否存在相同的单整阶数 d。

2．检验序列的协整线性组合，确定协整残差的单整阶数 $d^{'}$。如果 d=1，那么，$d^{'}$<1 的检验就是分形协整的检验。

需要注意，只有当 d>1/2 时，协整向量的最小二乘估计才是一致估计。

3 实证研究的过程及结果分析

3.1 变量选取

人们之所以对股市波动极为关注，除了波动在风险管理、资产定价等方面拥有不可替代的作用外，另一个重要的原因就是收益波动是一个隐含变量，这给我们描述和研究股市波动带来了困难。自从 Engle（1982）开创性的文章中提出条件异方差模型，即 ARCH 模型以来，大量的文献对时变方差条件正态模型进行了研究，同时，近来更具竞争力的模型——随机波动（SV）模型吸引了众多学者的注意力。目前，波动模型正在日益进化，模型的预测能力也在不断的增强。

在研究文献中，大多采用平方收益、对数平方收益和绝对值收益作为波动的替代指标，来研究和检验波动的特性。波动长期记忆模型，包括 Robinson（1991）的长期记忆 ARCH 模型，Bollerslev 和 Mikkelsen（1996）和 Baillie，Bollerslev，Mikkelsen（1996）的分形单整 GARCH 模型（或 FIGARCH），都暗示平方收益、对数平方收益和绝对收益的自相关函数和波动过程有相同的双曲衰减率。因此，本文也采用绝对收益率和平方收益率作为波动的替代变量，选择上证 A 股和香港 H 股的日收益率序列，来研究 A 股和 H 股市场收益率波动的分布特征。样本跨度为 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 25 日，一共有 1358 组数据。在估计和回归的过程中, 我们使用股票的对数收益率，即令 $R_t = Ln(P_t) - Ln(P_{t-1})$， 其中，$P_t$ 表示股票 t 日的收盘价格，R_t 表示股票 t 日的对数收益率。

3.2 实证结果

3.2.1 长期记忆性检验

(1)收益率序列的长期记忆性检验

ARFIMA 模型不依赖于任何特定分布假设,所以在金融时间序列分析中越来越受欢迎,是检验序列长期记忆性的有力工具。文中利用 Doornik 等在 OX 统计语言环境下开发的 ARFIMA 软件包, 采用精确极大似然估计法 EML (Exact Maximum Likelihood) , 经过编程计算, 得到两个收益序列的参数估计结果。

表 3－1　A 股收益率参数估计

参数	估计	标准误差	T 值	P 值
d	0.004	0.0225	0.018	0.267
AR1	－0.7448	0.13905	－5.066	0
MA1	－0.72785	0.13337	－5.457	0

表 3－2　　H 股收益率参数估计

参数	估计	标准误差	T 值	P 值
d	-0.05499	0.03748	-1.467	0.143
AR1	－0.00103	0.11423	0.009	0.993
MA1	－0.16767	0.09852	－1.702	0.089

从以上分析结果看出，两市指数收益率序列的 d 估计值都不显著区别于 0，均不存在长期记忆效应。

(2)收益率波动的长期记忆性检验

文中选取了绝对收益率和平方收益率作为收益率波动的代替变量，对两个波动序列的 ARFIMA（p,d,q）模型估计的一致性取决于对多项式滞后长度的选择。Lobato(1999)用蒙特卡洛方法进行估计，证明了对长期记忆模型的检验时，自回归多项式对滞后长度的错误选择十分敏感。对模型选择方面，他建议使用 AIC 和 SC 准则来判断。经过对 ARFIMA（1,d,1），ARFIMA（2,d,1）, ARFIMA（3,d,1）和 ARFIMA（2,d,0）模型的估计、比较后发现，ARFIMA（1,d,1）模型的 AIC 和 SC 值是最小的。因此，本文分别对 A 股和 H 股的绝对收益率和平方收益率建立 ARFIMA（1,d,1）模型，模型参数估计结果如下表所示：

表 3－3　　A 股 ARFIMA（1,d,1）参数估计

序列	参数	估计	标准误差	T 值	P 值
A 股绝对收益率	d	0.30531	0.05365	5.691	0
	AR1	0.0064	0.10876	2.371	0.029
	MA1	0.2913	0.14016	2.078	0.038
A 股平方收益率	d	0.20233	0.04127	4.902	0
	AR1	0.08741	0.1266	3.956	0
	MA1	0.24085	0.14356	5.595	0

表 3－4　　H 股 ARFIMA（1,d,1）参数估计

序列	参数	估计	标准误差	T 值	P 值
H 股绝对收益率	d	0.43446	0.12725	3.414	0.001
	AR1	0.25195	0.06369	3.956	0
	MA1	0.6282	0.11227	5.595	0
H 股平方收益率	d	0.2306	0.04654	2.806	0.005
	AR1	-0.94429	0.01882	-50.175	0
	MA1	-0.95722	0.01733	-55.235	0

由上表可以看出，无论绝对收益率还是平方收益率，A 股和 H 股序列的 d 估计值都显著区别于零。根据第三章对 ARFIMA 模型的介绍，当$0<d<0.5$时，则 ARFIMA 模型可能产生带有持久性的平稳序列。在这种情况下，此过程表现出长期记忆性特征，自相关系数缓慢退化为 0。A 股和 H 股绝对收益率、平方收益率的参数 d 估计值都介于 0 和 0.5 之间，因此，可以确定 A 股和 H 股的收益率波动具有长期记忆性。

A 股平方收益率的长期记忆参数 d 值为 0.20233，明显小于 A 股绝对收益率的长期记忆参数 d 值 0.30531；H 股平方收益率的 d 值，也小于 H 股绝对收益率的长期记忆参数值。理论研究表明，对于高阶滞后项，ARFIMA 过程的自相关系数有如下关系：$\rho_k \approx ck^{2d-1}$ ，其中$c>0$。

这暗示了拥有长期的滞后项，越高的 d 值表示了越强烈的自相关过程。从表 4－6 和表 4－7 可以看出，绝对收益具有比平方收益更强烈的自相关性。这正好与 Taylor(1986)，Ding et al(1993)，Grange and Ding(1995)和 Ding and Granger(1996)的研究结果相一致。Grange and Ding(1995)把这种现象称为“泰勒效应”。

3.2.2 单变量 FIGARCH 模型

通过上一部分的分析，我们已经确定 A 股和 H 股收益率波动具有长期记忆性。这一小节我们将针对 A 股和 H 股收益率用 FIGARCH 模型分别建立模型， 并利用伪极大似然估计（QMLE）方法及混合矩算法编程模拟，计算出上海 A 股收益率的 FIGARCH (p , d , q) 模型与 H 股市收益率的 F IGARCH (p , d , q) 模型的参数估计值 (p 与 q 的取值为低阶)。 在计算过程中，针对 A 股和 H 股， 分别以(0, d , 1)、(1, 0,1)、(1, 1, 0)、(1, d , 0)、(1, d , 1) 建立模型，然后对参数进行估计，并求出参数估计量的标准误的均值，再用 AIC 信息准则和 SIC 准则对各种 FIGARCH 模型进行比较，找出最适合反映收益率波动的 FIGARCH (p , d , q)模型。

收益率的 FIGARCH (1 , d , 1)模型可以表示为：

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t \tag{4-1}$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \left[1 - \beta_1 L - \left(1 - \phi_1 L\right)\left(1 - L\right)^d\right]\varepsilon_t^2 \tag{4-2}$$

模型的估计结果如下：

表 3－5　　A 股、H 股收益率 FIGARCH (1 , d , 1)模型

参数	A 股收益率 (1,d,1)	H 股收益率 (1,d,1)
μ	－0.0094 (0.0070)	0.00115 (0.002826)
ω	0.00139 (0.0033)	0.00546 (0.0008)
β_1	0.6048 (0.0622)	0.5671 (0.0295)
ϕ	0.2235 (0.0390)	0.2985 (0.0223)
d	0.4030	0.4783
AIC	3762.52	3492.91
SIC	3752.22	3478.61

由此可以看出，A 股市场收益率波动的分形参数 d 的估计值为 0.4030，H 股市场收益率波动的分形参数 d 的估计值为 0.4783，显著地区别于零，这也验证了收益率波动长期记忆性的存在，与 ARFIMA(1 , d , 1)模型的估计结果相一致。这在一定程度上说明了收益率序列未来一段时间内的走势对过去的数据存在一定的相关性。

3.2.3 双变量 FIGARCH 模型

在对 A 股和 H 股收益率的单变量 FIGARCH(1,d,1)模型的估计过程中，我们可以看到：A 股收益率的分形参数 d 的估计值为 0.4030，而 H 股收益率的分形参数 d 的估计值为 0.4783。很显然，两个 d 值的估计结果比较相近，这在一定程度上反映了两个收益率序列波动的分形相关性。那么，两个市场是否存在共同的分形参数 d 呢？要对这个假设进行检验，我们需要在双变量的框架下进行。标准的双变量 FIGARCH 模型的估计需要对 $\Phi(L)$ 和 $B(L)$ 进行对角阵的约束。正如第三章介绍的多变量 GARCH 模型，可以将两个序列的分形参数融合到一块来进行估计，这样就可以用来检验两个市场收益率波动的分形参数 d 值是否相同。我们利用独立的双变量 FIGARCH 模型对波动结构进行建模，这个模型曾由 Teyssiere (1997)和 Brunetti and Gilbert(1998)介绍过。双变量的对角约束 FIGARCH(1,d,1)模型如下所示：

$$y_{1,t} = \mu_1 + \varepsilon_{1,t} \quad （4-3）$$

$$y_{2,t} = \mu_2 + \varepsilon_{2,t} \quad （4-4）$$

$$\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{2,t} \sim N(0,H) \quad （4-5）$$

$$h_{11,t} = \frac{\omega_1}{1-\beta_{11}} + \left\{1 - \left[\frac{(1-\phi_{11}L)*(1-L)^{d_1}}{1-\beta_{11}L}\right]\right\} * \varepsilon_{1,t}^2 \quad （4-6）$$

$$h_{22,t} = \frac{\omega_2}{1-\beta_{22}} + \left\{1 - \left[\frac{(1-\phi_{22}L)*(1-L)^{d_2}}{1-\beta_{22}L}\right]\right\} * \varepsilon_{2,t}^2 \quad （4-7）$$

$$h_{12,t} = \rho\left(h_{11,t}h_{22,t}\right)^{\frac{1}{2}} \quad （4-8）$$

模型的估计结果如下：

表 3－6　双变量 FIGARCH（1，d，1）模型

	参数	估计值	标准误差
A 股收益率序列	μ_1	－0.0108	0.0070
	ω_1	0.0156	0.0033
	β_{11}	0.6477	0.0559
	ϕ_{11}	0.3428	0.0452
	d_1	0.4737	0.0674
H 股收益率序列	μ_2	0.0058	0.0069
	ω_2	0.0022	0.0028

	β_{22}	0.0672	0.0856
	ϕ_{22}	0.3891	0.0495
	d_2	0.4214	0.0977
	ρ	0.3779	0.0127
Loglik		－7315.30	
AIC		3.0197	
SIC		3.0259	

由模型的估计结果可以看出，在双变量 FIGARCH(1,d,1)的框架下，A 股和 H 股收益率波动的分形参数比较接近，只是相差 0.05 而已。这个结果与表 4－7 单变量 FIGARCH(1,d,1)模型的估计结果相差不大，这更进一步说明了两个市场收益率波动分形参数的一致性。

由此，我们可以假设两个市场的分形参数相同，即 $d_1 = d_2$，对双变量 FIGARCH(1,d,1)模型重新进行估计，估计的结果如下表所示：

表 3－7　$d_1 = d_2$ 条件下的双变量 FIGARCH （1 ， d ， 1)模型

$d_1 = d_2$	参数	估计值	标准误差
A 股收益率序列	μ_1	－0.0108	0.0070
	ω_1	0.0156	0.0033
	β_{11}	0.6477	0.0559
	ϕ_{11}	0.3429	0.0452
	d_1	0.4586	0.0549
H 股收益率序列	μ_2	－0.0108	0.0068
	ω_2	0.0021	0.0025
	β_{22}	0.6992	0.0482
	ϕ_{22}	0.3805	0.0446
	d_2	0.4586	0.549
	ρ	0.3779	0.0127
Loglik		－7315.40	
AIC		3.0193	
SIC		3.0252	

在假设两个市场分形参数相等的情况下，可以得出分形参数的估计值为 0.4586，它介于表 4－8 中两个分形参数的估计值之间。我们比较两个表的似然比统计量，可以看出：并不能拒绝两个市场拥有相同的分形参数的原假设。估计结果的一致性取决于滞后长度的约束，这与单变量情况一样，同时也取决于对角阵的约束条件。我们对比两个市场进行常相关的双变量对角 FIGARCH(2,d,1) ，FIGARCH(2,d,2)模型，分形参数的估计值差别不是很大，因此，并不需要更高的滞后阶数。

3.2.4 分形协整检验

由以上分析我们可以得出：两个市场具有相同的分数参数 d。现在，我们可以考虑一下 A 股和 H 股市场收益率的波动是否是一个协整的过程。由于$0<d<1$，所以，它区别于整数协整情形。对于$0<d<1$的协整检验，就是标准的分形协整检验。目前，在关于分形协整检验方法的文献中还没达成共识，由于假设本身的复杂性，以及模型结构的不节俭，使我们倾向于不依赖于模型的具体形式对协整进行检验。在我们的分析框架中，很容易地考虑直接对波动序列进行分形协整检验。在检验过程中，我们利用平方收益和绝对收益来代表波动性。用Z_t表示 A 股和 H 市场绝对收益率之差，S_t表示 A 股和 H 市场平方收益率之差，分别对Z_t和S_t进行 ARFIMA (1 , d , 1)建模，并进行参数估计，估计结果如下表所示：

表 4－8　Z_t和S_t的 ARFIMA （1 ， d ， 1)模型

序列	参数	估计	标准误差	T 值	P 值
绝对收益率之差	d	0.02215	0.01441	1.537	0.124
Z_t	AR1	－0.01705	0.0217	－0.785	0.432
	MA1	－0.81707	0.01754	－46.583	0
平方收益率之差	d	0.01114	0.00093	1.228	0.219
S_t	AR1	-0.00242	0.00265	-50.175	0.361
	MA1	-0.99769	0.00008	-1247.1	0

从表中可以看出：Z_t和S_t的分形参数 d 的估计值明显比 表 4－5 中 d 的估计值小，即线性组合以后的序列比以前拥有更低的单整阶数；两个市场的绝对收益的单整阶数的区别是不显著的，这个区别明显的小于原序列估计时的区别。 由表中的 P 值可以看出，对平方收益线性组合进行的 d 的估计值显著地为零。这表示平方收益的线性组合是一个$I(0)$的过程。

经过上述分析，我们可以得出结论：A 股和 H 股市场收益率的波动过程是分形协整过程。

4 结　论

本文选取上证 A 股和香港 H 股股价指数为研究对象，分析了股市日收益率及其波动的分布特征。分析结果表明，A 股和 H 股日收益率呈现出明显的尖峰、肥尾等有偏特征，并不服从作为传统金融理论前提假设的正态分布，而收益率序列所展现出来的各种迹象都预示着可能存在非线性动态系统。进一步用 ARFIMA 模型对 A 股和 H 股收益率做了长期记忆性检验，发现分形参数 d 并不显著区别于零，说明了 A 股和 H 股收益率并不存在长期记忆性特征，这并不能说我国股票市场已经达到了和美国等发达国家成熟股市那样的效率水平。但是，对收益率波动建立 ARFIMA (1 ,d ,1)模型进行估计，却发现两个市场的收益率波动具有长期记忆性

特征。中国股市一直存在不少问题，诸如机构投资者发展不足，薄交易市场(thin market) 性质，公司有效治理结构缺失，公司业绩差，市场微观结构扭曲等，这些都阻塞了信息在市场交易者间的快速、准确流动，进而影响到市场定价行为，制约了股市的功能发挥。正是这一系列的不足使得投资者无从选择，并未形成稳定的投资交易原则，盲目行为比较严重(但并不是“非理性”)，因而股价波动过于剧烈、频繁，这也从另一个侧面表现出投资者对股市的信心不足或缺失，以及中国股市的低效率。

对 A 股和 H 股市场分别建立能够反映其收益率波动的 FIGARCH (1 ,d ,1)模型，结果发现：两个市场之间的分形参数比较接近。在双变量 FIGARCH (1 ,d ,1)模型的框架下，对两个市场分形参数的检验，我们得出结论：两个市场拥有相同的分数维单整阶数，说明两个市场的波动过程是相关的。这可能与选取的样本时间段有关。近几年，香港 H 股的股价与内地 A 股股价联动性加强，相对于纯 H 股来说，含有 H 股公司在港交所的表现更容易对 A 股股价形成影响。同一家公司在两地上市，其价格差距的形成除了发行市盈率的高低之外，还存在着两地估值方法上的不同。另外，我们认为还存在着两地市场参与者投资理念大相径庭的问题。近年来，内地股市进行了结构性的调整，香港 H 股市场也价值回归。内地 A 股市场近年来暴跌之后，市场机会也逐步显现，众多机构投资者，尤其是海外投资机构（包括 QFII 等）对 A 股市场前景较为看好。因此，从长期趋势看，由于海外投资者把更新的投资理念带到内地，在估值和价格方面，H 股和 A 股逐步接近。短期来看，部分公司的 H 股股价虽然接近、甚至在 A 股价格之上，但对于多数公司来讲，其两种股份之间的价格差别还是相当大的。随着国家政策允许社保基金、保险资金、基金(QDII)投资海外市场后，扩大了人民币在海内外的流动，一方面 H 股市场将获得更多的资金关注，另一方面也势必将加大资金在 A 股与港股之间的流动性，促使含有 H 股的 A 股股价进一步向 H 股的股价靠拢。

参考文献

[1] 埃德加．E ．彼德斯，《资本市场的混沌与秩序》，经济科学出版社，1999 年。

[2] 埃得加．E．彼得斯，储海林、殷勤译，《分形市场分析－—将混沌理论应用到投资与经济理论上》，经济科学出版社，2002 年 7 月第 1 版。

[3] 苍玉权、章建伟，《上证指数收益率的长期记忆性》，《数理统计与管理》2005 年 3 月。

[4] 陈梦根 a，《中国股市长期记忆效应的实证研究》，《经济研究》2003 年第 3 期。

[5] 陈梦根 b，《股票价格分形特征的实证研究：修正 R/S 分析》，《统计研究》2003 年第 4 期。

[6] 丁玲、蒋毅一，《资本市场中的分形市场的分析探讨》，《江苏大学学报》(社会科学版)2002 年第三期。

[7] 樊智、张世英，《金融市场的效率与分形市场理论》，《系统工程理论与实践》2002 年第 3 期。

[8] 房振明、王春峰等，《中国股市回报波动性分析——高频数据揭示股市的特征》，《系统工程》2004 年第 2 期。

[9] 华仁海、陈百助，《我国期货市场期货价格收益即波动方差的长记忆性研究》，《金融研究》2004 年第 2 期。

[10] 李红权、马超群，《股市收益率与波动性长期记忆效应的实证研究》，《财经研究》2005 年 8 月。

[11] 李红权、马超群，《基于分形理论的资本市场非线性研究框架》，《财经理论与实践》2004 年第 5 期。

[12] 李亚静、何跃等，《中国股市收益率与波动性长记忆性的实证研究》，《系统工程理论与实践》2003 年第 1 期。

[13] 刘金全、崔畅，《中国沪深股市收益率和波动率的实证分析》，《经济学（季刊)》2002 年 7 月。

[14] 罗登跃、王玉华，《上海股市收益率和波动性长记忆特征实证研究》，《金融研究》2005 年第 11 期。

[15] 沈根祥，《股票收益波动随机波动模型研究》，《中国管理科学》 2003 年第 2 期。

[16] 史永东，《中国证券市场股票收益持久性的经验分析》，《世界经济》2000 年第 11 期。

[17] 汤果、何晓群、顾岚，《FIGARCH 模型对股市收益长记忆性的实证分析》，《统计研究》1999 年第 7 期。

[18] 特伦斯．C ．米尔斯，《金融时间序列的经济计量学模型》，经济科学出版社，2002 年。

[19] 王春峰、张庆翠等，《中国股票市场收益的长期记忆性研究》，《系统工程》2003 年第 1 期。

[20] 伍海华、李道叶、高锐，《论证券市场的分形与混沌》，《世界经济》2001 第 7 期。

[21] 王明涛，《基于 R/S 法分析中国股票市场的非线性特征》，《预测》2002 年第 3 期。

[22] 约翰．Y 坝贝尔，安德鲁．W．罗，《金融市场计量经济学》上海财经大学出版社，2003 年。

[23] 张庆翠，《上海股市收益序列的长期记忆性建模分析及预测》，《西北农林科技大学学报》(社会科学版)，2003 年第 5 期。

[24] 张世英、樊智，《金融波动持续性的研究》，《预测》2003 年第 1 期。

[25] Anning Wei and Raymond M.Leuthold, 2000. Agriculture Futures Prices and Long Memory Process , SSRN working paper.

[26] Baillie, T.T. 1996. Long memory processes and fractional integration in Economics. Journal of Econometrics 73, 5-59.

[27] Baillie, R.T, Bollerslev, T. 1994a. Cointegration fractional cointegration and exchange rate dynamics. Journal of Finance 49, 737-745.

[28] Barkoulas , J . T , Baum, C. F. and Travlos , N. , 2000 . Long Memory in the Greek Stock Market , Applied Financial Economics , Vol . 10 (2) pp. 177 -84.

[29] Barkoulas , J . T. , and Baum, C. F. ,1996 . Long Term Dependence in Stock Returns , Boston College working paper.

[30] Bollerslev, T, Mikkelsen, H.O 1996. Modelling and pricing long memory in stock market volatility, Journal of Economics 73. 151-184.

[31] Brunetti, C. and Gilbert, C.L. 2000, Bivariate FIGARCH and fractional cointegration, Journal of Empirical Finance, 7, 509-530

[32] Brunetti, C. and Gilbert, C.L. 1998, A Bivariate FIGARCH Model of Crude Oil Price Volatility, Paper No 390 Department of Economics, QMW, London.

[33] Cheung ,Y. and K. S.Lai , 1995, A Search for Long Memory in International Stock Market Returns ,Journal of International Money and Finance, vol . 14, pp. 597 -615.

[34] Doornik, J., and M., Ooms, 1999, A Pacakage for Estimating, Forecasting and Simulating ARFIMA Models: ARFIMA Package 1.02 for Ox, Mimeo, Nuffield College, Oxford.

[35] Dueker, M., R., Startz, 1998, Maximum Likelihood Estimation of Fractional Cointegration with an application to U.S. and Canadian Bond Rates, Journal of the American Statistical Association, 93, 420-426.

[36] Harvey, A. C., 1998, Long Memory in Stochastic Volatility, in Forecasting Volatility in Financial Markets (eds, J. Knight and S. Satchell) Butterworth-Heineman, London.

[37] Panas, Epaminondas, 2001, Estimating Fractal Dimension using Stable Distributions and Exploring Long Memory through ARFIMA Models in Athens Stock Exchange. Applied Financial Economics , 11 , pp. 395-402.

[38] Robinson P.M. and D. Marinucci, 1998, Semiparametric frequency domain analysis of fractional cointegration, Discussion paper No EM/98/348, LSE, London.

[39] Sourial, M. S. , 2002 . Long Memory Process in the Egyptian Stock Market , SSRN working paper.

[40] Sowel, F., 1992. Maximum likelihood estimation of stationary univariate fractionally integrated time series models". Journal of Econometrics 53, 165-188.

[41] Tse, Y.K. y A.K.C. Tsui , 2002. A multivariate GARCH model with time varying correlations, JBES, 20, 351-362