

期望效用理论与“Allais 悖论”¹

刘海林

中山大学逻辑与认知研究所，广州，510275

【摘要】期望效用理论是分析风险和不确定性等决策问题的传统理论模型。Von Neumann 和 Morgenstern, Savage 以及 Anscombe 和 Aumann 为该理论奠定了严格的公理化基础，但是期望效用理论也存在着一些不尽完美的地方，尤其是在对人们实际决策行为刻画方面。许多实际案例表明，人们的实际决策可视为与期望效用理论是相违背的，“Allais 悖论”就是其中著名的一个例子。本文在简单回顾期望效用理论的发展历程的基础上，介绍了“Allais 悖论”及其相关悖论，并分析和论述了其产生的原因及其消解方法。通过论述可以看出，“Allais 悖论”对于期望效用理论的发展具有重大而深远的影响。

【关键字】期望效用理论；Allais 悖论；独立性公理；前景理论

中图分类号：B81 文献标识码：A

一、引言

个体在决策过程中的推理模式是现代决策科学中的重要研究内容，受到众多逻辑学家、经济学家、心理学家的关注和重视，成为科学研究中的一股重要力量。除却理想状态，个体决策往往面临的是未知的、不确定的条件，因此对其推理模式的研究显得尤其困难。期望效用理论就是要对这种非确然性状态下的决策进行有效的分析，是决策主体在风险及不确定条件下如何决策的规范理论。

决策情景是指包括了决策主体、可选行为、结果以及相关世界状态在内的决策情形。在一定理论框架内通过对决策情景的分析，我们可以看出作为一个理性的个体应该如何进行决策，以期获得最大的效用，这也是所有效用理论分析所要达到的最终目的。

决策学是一门较为“年轻”的学科，并与人们的实际生活有着紧密的关系，其发展是比较迅速的，学术界内就存在着诸多对人们的决策做出缜密分析的理论，例如期望效用理论，前景理论等等。本文主要是要探讨“Allais 悖论”与期望效用理论之间的矛盾所在以及消解方式，论文的第二部分主要回顾了期望效用理论的基本发展历程，主要是指从其萌发到公理系统建构的发展过程；第三部分主要介绍了“Allais 悖论”的由来、思想原貌及其发展与相关悖论，并简单分析了该悖论对期望效用理论的冲击；第四部分分析论述了“Allais 悖论”产生的主要原因，以及一些决策学专家对其的基本态度及相关的消解“Allais 悖论”的基本方法；结语部分结合描述性和规范性之间的区别阐述了本人对“Allais 悖论”以及期望效用理论的相关看法。

二、简单回顾：期望效用理论

自第二次世界大战以来，期望效用理论受到众多研究者的青睐，在管理学、经济学、心理学等各个学科得到广泛的应用，成为学术界重要的研究课题之一。期望效用理论的发展历史最早可以追溯到 Blaise Pascal。Blaise Pascal 是 18 世纪著名的哲学家和数学家，是概率论以及期望效用理论的重要奠基人。Pascal 为了证明不信仰上帝是不理性的，首次使用

¹收稿日期：2007 年 10 月 16 日。

基金项目：教育部人文社科研究基地重大项目《归纳逻辑及其应用》（项目批准号 05JJD720.40001）。

作者简介：刘海林，中山大学逻辑与认知研究所硕士研究生。

概率和得失来衡量个体的选择行为。Pascal 认为，因为信仰上帝会带来无穷无尽的益处，因此无论上帝存在的概率是多少以及信仰上帝要付出怎样的代价，信仰上帝的期望价值总是高于不信仰上帝的期望价值，这就是著名的“Pascal 赌证”。虽然这一论证带有强烈的宗教信仰成份以及过多的主观判断，使得它显得过于薄弱，但是它却对后世的决策分析具有重要的启发作用，为期望效用理论奠定了根本的基础。

Daniel Bernoulli 是期望效用理论的创始者之一，他首次使用“效用”这一概念来刻画人们对决策行为的评价。Bernoulli 之所以建构期望效用理论，是为了解释著名的“圣彼得堡悖论”(St Petersburg Game)。“圣彼得堡悖论”是什么呢？它实际上描述的是这样一种决策情景：在公平、公正的情形下掷一枚硬币，当出现硬币正面朝上时，赌局才结束，而赌局的奖励与所掷次数有关，即奖励参与者 $\$2^{x-1}$ ，其中 x 是指第一次出现正面时已掷的次数。显然地，根据传统的期望价值理论，该赌局的期望价值是无限的，因为 $EU = 1/2 \times 2 + 1/4 \times 4 + 1/8 \times 8 + \dots + 1/2^n \times 2^n + \dots = \infty$ ，但是实际上人们往往只愿意花很少的钱去参加该赌局。对于这种现象该如何解释呢？Bernoulli 认为，人们在进行决策的时候考虑的并不是价值本身，而是对期望效用进行衡量，而期望效用函数是渐弱递增的，因此上述赌局的期望效用并不是无限的，而是有限的。虽然 Bernoulli 为期望效用理论引入了“效用”这一重要概念，同时解决了一大难题，但是他并没有提出应该如何去衡量效用以及解释按照其理论做出的决策为什么是理性的。这些问题直到 Von Neumann 和 Morgenstern 为期望效用理论建立公理化系统才得到实质性的解决。

在 Bernoulli 的期望效用理论的基础上，Von Neumann 和 Morgenstern 于 1944 年第一次提出了确定效用函数的公理系统，并认为理性的决策行为应遵从效用最大化原则 (MEU)，即在备选行为中选择期望效用最大的行为。为了对这一思想进行辩护，Von Neumann 和 Morgenstern 首先为个人偏好确立了三个公理，即传递性和完全性公理，连续性公理和独立性公理，然后由此可以证明存在一个实质函数使得：期望效用的排序与偏好的序列一致，即较强偏好的可选行为具有更高的期望效用，这样也就保证了效用最大的可选行为就是理性的行为。而且由 Von Neumann 和 Morgenstern 建构的理论体系，我们可以看出，其理论不仅可以对结果表现为金钱的决策情景进行有效的分析，而且也可以对结果表现为其它的决策情景进行分析，这就扩大了期望效用理论的应用范围。

为了更好地对“Allais 悖论”做出分析，让我们先来看看 Von Neumann 和 Morgenstern 为期望效用理论建构的公理化框架。首先，偏好关系是定义在 L (即彩票集²) 上的二元关系， $x > y$ 即表示决策主体对于 x 的偏好优于 y ， $x \sim y$ 表示决策主体对于 x 和 y 的偏好是无差异的；其次，他们给出了偏好关系需要满足的四个公理，如下：

公理 1 (弱序)：对于任意的 $x, y, z \in A$ ，如果 $x > y$ 且 $y > z$ ，那么 $x > z$ ；且任取 $x, y \in A$ ，必有或者 $x > y$ ，或者 $y > x$ ，或者 $x \sim y$ ；

公理 2 (连续性)：对于 $x, y, z \in A$ ，若 $x > y$ 且 $y > z$ ，则必然存在一个实数 $a \in (0, 1)$ ，使得 $ax + (1-a)z \sim y$ ；

公理 3 (独立性)：对于任意 $x, y, z \in A$ ，以及任意的 $a \in (0, 1)$ ， $x > y$ 当且仅当 $ax + (1-a)z > ay + (1-a)z$ 。³

最终，如果个人偏好关系确实满足以上三个公理，则由此可以得到一个实质函数使得： $x > y$ 当且仅当 $u(x) > u(y)$ ，这就是表达定理，它保证了偏好关系与效用函数之间具有一一

²、对于某彩票 $L_i (i=1, 2, \dots, m)$ ，即表示该彩票是以 p_{ij} 的概率获得奖金 $r_j (j=1, 2, \dots, n)$

³、Milton Friedman; L. J. Savage(1952), "The Expected Utility Hypothesis and The Measurability of Utility", *The Journal of Political Economy*, Vol.60, 468

对应的关系。至此，Von Neumann 和 Morgenstern 确立了效用函数的公理系统，为效用最大化原则做出了合理辩护。虽然偏好公理保证了个人的偏好总体上是一致的，使得根据期望效用理论做出的决策就是理性决策，但是由于这些公理都是一种预设性假定，对偏好关系的要求显得过强，与人们的实际行为往往有一定的差异，因此受到众多学者尤其是决策行为学研究者的诸多质疑，“Allais 悖论”就是其中一个著名的实验案例。

三、“Allais 悖论”是什么？

期望效用理论自其诞生以来便因其时常与人们的实际决策行为相违背，受到诸多经济学家以及决策行为研究者的反驳与质疑。很多学者都认为，期望效用理论之所以在描述人们的行为方面经常失效，是因为它的公理性假设对于偏好关系要求过紧，个人的偏好关系并不全然满足极具数学形式的公理性假定，例如，其中的完全性公理包含着这样的要求：对于任何两个可选行为，决策主体或者偏好其中的一个，或者认为两者是无差异的，但是在实际生活中，某个个体也许是风险厌恶者，即只偏好于有确定得失的可选行为，因此，当他面临两个风险选项时，他有可能不愿意做出任何选择，对于这种实际情形，期望效用理论显然是无从描述的。同样地，其它几个公理在描述人们实际行为方面都面临着一定的困难。

巴黎大学著名经济学家 Allais 在不断的研究过程中发现，期望效用理论时常与人们实际决策行为不吻合，以此为启发，他精细设计了一组实验以验证自己的观点，这就是决策理论中著名的“Allais 悖论”。1951 年 9 月，在巴黎举行的欧洲经济会议上，Allais 首次提出了他对期望效用理论的最新见解——“Allais 悖论”⁴，但似乎并未引起过多的关注；1952 年 5 月，巴黎举办了一次关于决策学的研讨会，Allais 提出了一系列简单的决策问题，请在场的 Savage 等诸多著名决策理论学者作答，但是经核查，Savage 等人对其中许多问题的回答都与期望效用理论的公理相违背。这就是著名的“Allais 悖论”，它主要表现为以下两组决策情景问题⁵：

第一组：对于情形 A 和 B，你更偏好于哪一个？

情形 A：有 100% 的机会获得 \$100 万；

情形 B：有 10% 的机会获得 \$500 万，有 89% 的机会获得 \$100 万，同时还有 1% 的机会什么也得不到。

第二组：对于情形 C 和 D，你更偏好于哪一个？

情形 C：有 11% 的机会获得 \$100 万，有 89% 的机会什么也得不到；

情形 D：有 10% 的机会获得 \$500 万，有 90% 的机会什么也得不到。

在 Allais 所做的调查中，大多数学者包括期望效用理论的奠基人之一 Savage 教授（虽然 Savage 之后改变了自己的选择）都做出这样的选择：在第一组中，偏好于情形 A，即选择确定的获得 \$100 万而不愿去冒险（有 10% 的机会获得 \$500 万）；而在第二组中，偏好于情形 D，即选择风险大的但是有可能获得更多奖励的选项。之后，有许多实验数据表明，至少会有 45% 以上的被试者做出和上述相同的选择，例如，Morrison 教授在刚入学的 MBA 新生班级中做过类似的调查，结果 80% 以上的学生做出如上选择。但是事实上，这与期望效用理论的偏好公理是相违背的，证明如下：

根据期望效用理论，人们对情形 A 的偏好多于情形 B，即有：

⁴、Jallais, S. and Pradier, P.C. 2005. The Allais Paradox and Its Immediate Consequences for Expected Utility Theory. In Fontaine, P. and Leonard, R. (eds.), The Experiment in the History of Economics. London: Routledge

⁵、Jallais, S. and Pradier, P.C. 2005. The Allais Paradox and Its Immediate Consequences for Expected Utility Theory. In Fontaine, P. and Leonard, R. (eds.), The Experiment in the History of Economics. London: Routledge

$$u(1,000,000) > 0.1u(5,000,000) + 0.89u(1,000,000) + 0.01u(0)$$

$$\text{也即是: } 0.11u(1,000,000) > 0.1u(5,000,000) \quad (1)$$

同时,人们对情形 D 的偏好多于情形 B,则有:

$$0.11u(1,000,000) < 0.1u(5,000,000) \quad (2)$$

(1)式和(2)式显然是矛盾的,因为根据表达定理,这两个表达式后面实际上都代表着一种偏好关系,但是这两种偏好关系显然是矛盾的,这就导致个人偏好关系不一致的情形,而这是理性决策所不能容忍的。

Allais 认为,期望效用理论在刻画个人偏好方面并不是完备的,存在着多种多样的反例可以证明这一点。因此,根据“Allais 悖论”,在原有简单的两组决策情景的基础上,Allais 设计了更为一般的试验,以说明人们的实际决策行为往往与期望效用理论的偏好公理相违背。在更为一般的试验中,Allais 给出了这样一组选项: $a_1 = (y, p; c, 1-p)$ 和 $a_2 = (q, p; c, 1-p)$, 其中 $q = (x, a; 0, 1-a)$, $0 < a < 1$, 这就是通常所说的“共结果效应”⁶, 因为两个选项都包含了共同的结果: 有 $1-p$ 的可能获得奖励 c 。根据期望效用理论的偏好公理,我们可以知道,人们对 a_1 和 a_2 的偏好应与奖励 c 是多少无关。然而,众多实验数据表明,人们对 a_1 和 a_2 的偏好与奖励 c 经常是相关的,人们对此类选项的偏好往往视乎于奖励 c 是多少。1974年,Paul Slovic 和 Amos Tversky 通过一系列试验表明: 当 $c=y$ 时,人们往往选择 a_1 ; 而当 $c=0$ 时,人们往往选择 a_2 。这显然是不符合期望效用偏好公理的,按照独立性公理,“共结果效应”中的奖励 c 应是一个无关选项,根本无需加以考虑,但是实际上,人们却无法忽视它的存在,反而把其视为决策的关键因素,因此,期望效用理论再次陷入与实际决策行为相违背的困境之中。

事实上,期望效用理论最根本的假定是: 理性决策主体的偏好是一致的,但是在实际生活中,人们做不同的决策时并没有去考虑此前是自己是如何选择的,这样往往就不能保证偏好关系是一致的; 同时,为了使得公理以及效用函数在公理上更加简便,期望效用理论引入了数学上的形式要求,虽然在计算方面显得非常简便,但是人们在实际决策过程中并不完全按照这种计算方法来进行选择的,因此,期望效用理论并不能完全描述人们的实际决策行为。下面让我们再来看一个类似的反例,假设你现在面临这样一个选择: A, 确定的获得\$3000; B, 有 80% 的可能获得\$4000, 你会选择哪个? 在你做完这个选择之后,接着问你: C, 有 25% 的可能获得\$3000; D, 有 20% 的可能获得\$4000, 对于这样两个选项,你会选择哪个呢? 有充足的证据证明,在前一个选择中,大部分人会选择备选方案 A, 而对于之后的选择,大多数人都选择备选方案 D, 这即是所谓的“共比例效应”。然而,这种选择行为与期望效用理论是不一致的,因为备选方案 A 和 C 之间,与备选方案 B 和 D 之间只是相差了相同的比例——25%, 因此,人们既然在前面选择了备选方案 A, 就应该在之后的情景中选择方案 C。据此,Allais 认为,期望效用理论对于个体的偏好关系要求过于严格,导致它不能有效地描述人们的实际决策行为。

综观以上“Allais 悖论”以及相关反例,我们可以发现,按照期望效用理论的公理系统以及人们的实际选择,都可以推出在这些决策过程中决策主体的偏好关系并不是一致的,甚至是自相矛盾的,如此期望效用理论的公理性假定根本得不到满足,那么以公理为基础的表达定理同样不能成立,当然期望效用理论关于效用最大化原则的论断是不成立的。这样看来,“Allais 悖论”等反例所反映的并不仅仅是一种现实与理论不相吻合的现象,而是从根本上危及了期望效用理论的理论基础,因此,自“Allais 悖论”提出之后,它就成为决策

⁶、Chris Starmer(2000), “Developments in Non-Expected Utility Theory: The Hunt for a Descriptive Theory of Choice under Risk”, *Journal of Economic Literature*, Vol.38, 336-337

学中讨论的热点之一，许多相关学者都致力于为之提供合理的解释，以及给出不同的消解方法。

四、“Allais 悖论”产生的原因以及消解的方法

正如前面所说，“Allais 悖论”给出了人们的实际决策与期望效用理论相违背的情形，从而动摇了期望效用理论的基础，但是人们往往愿意看到理论能够在一定合理假设的基础上对实际决策行为做出较为恰当的解释以及准确的预测，因此，当期望效用理论受到“Allais 悖论”的质疑后，诸多学者开始思考：为什么会有这样的情形存在？如何去解决这一问题？

由前面的分析可以看到，“Allais 悖论”所揭示的非一致偏好关系的确与期望效用理论不相符，它对于其公理性假定是一种不小的冲击，但是对于它究竟违背了其中哪一个公理，学者们有着不同的看法。有部分学者认为，“Allais 悖论”所揭示的非一致现象首先表现为个体偏好关系发生了逆转现象，因此它违背了传递性公理的要求，但是通过对传递性公理的考察可以发现，在“Allais 悖论”中并没有包含一个可以充当中间项的备选项，“Allais 悖论”既然在形式上就和传递性公理不吻合，那么它当然不是对传递性公理的绝对冲击；更多的学者认为，“Allais 悖论”实际上违背了独立性公理，对“Allais 悖论”的分析形式上也与独立性公理非常相似，独立性公理要求：任意一个备选方案的加入并不会改变个体对于两个备选方案的偏好关系，然而“Allais 悖论”却用经验数据表明人们的实际决策却并不能保证这种偏好关系的一致性。事实上，透过“Allais 悖论”的一般形式——“共结果效应”，我们可以清晰地看到，它们就是违反了独立性公理的要求，在这些实例中，无关选项都对已知选项的偏好关系产生了影响，这是独立性公理所不允许的。

当人们第一次看到“Allais 悖论”所显示出来的矛盾时，大多数都认为那是因为人们并没有接受过系统训练，对期望效用理论的公理化系统不够了解，因此不能充分地做出选择，但是 Slovic 和 Tversky 等人通过实验证明，即使被试者知晓期望效用理论的公理化系统，仍有不少的被试者维持他们此前所做出的选择，由此看来，“Allais 悖论”背后所隐含的偏好关系在直觉上似乎是不可辩驳的。一方面，期望效用理论作为规范性理论，其公理性假定是理性的，也很容易能得到人们直觉上的理解，例如，一般人都会认同传递性公理的要求；另一方面，我们也看到，“Allais 悖论”所揭示的偏好关系与人们的直觉非常吻合，大部分人都会做出与期望效用理论相违背的决断，既然两者在直觉上都是可理解的，那么问题究竟出在哪里呢？对此，主要有以下不同的进路来解释并消解这一问题。

（一）、第一种进路认为，期望效用理论的公理性假定才是理性的，并从理性的角度为期望效用理论做出辩护。在这种观点看来，期望效用理论是规范性的理论，它具有坚实的逻辑和数学基础，它所做出的公理性假定也符合人们的直觉，同时作为规范性理论，其主要目的是揭示作为一个理性的人应该如何做出合理的决策。而“Allais 悖论”所揭示的偏好虽然与人们的直觉相吻合，但是它是非理性的，或者是因为信息不完备造成的，或者是由认知误差所导致的，总之，这种偏好逆转现象是不符合理论规范的，人如果要理性地进行选择，就应当按照规范理论所分析的那样做出决策。这是 Savage 等人的主要观点⁷。但是，这些解释似乎并不能充分说明“Allais 悖论”所揭示的偏好关系是不理性的，期望效用理论中弱序性公理要求每两个可选行为间都是可比的，但是在实际决策中往往由于信息的不完备等，人们并不能在任意两个可选行为间做出确然的决断，因此，这一辩护显得不够充分。

（二）、第二种进路认为，“Allais 悖论”所揭示的偏好关系是理性的，至少在一定程度上是可接受的，经验数据也表明它与个人的实际决策更为吻合，而期望效用理论却对这种偏好关系不能做出合理的解释，那么其所坚持的公理系统是有问题的。这种观点认为，

⁷、Michael Weber(1998), “The Resilience of the Allais Paradox”, *Ethics*, Vol.109, 99

“Allais 悖论”之所以产生，主要是因为它没有充分考虑决策过程中的一切影响因素，例如人们对待得失的心理差异以及风险态度等因素。许多心理学家认为，心理因素的加入能够很好地解释“Allais 悖论”产生的原因，并提出相应的解决方法。因此，众多心理学家以及决策行为学家选择放弃期望效用理论所建构的公理系统，从心理学的角度对人们的实际决策行为进行刻画和描述，MacCrimmons, Slovic, Kahnemann 和 Tversky 等人就致力于从这个角度对“Allais 悖论”做出解释和辩护，其中，尤其以 Kahnemann 和 Tversky 所建构的前景理论 (Prospect Theory⁸) 最为著名，他们也因此而获得 2002 年的诺贝尔经济学奖。

针对“Allais 悖论”以及其它一些困难，Kahnemann 和 Tversky 从心理学的角度出发建构了前景理论，其核心思想是：首先对决策情景中的备选方案进行编辑，用一些决策直觉对它们进行区分；然后由具有特殊性质的权重函数以及价值函数共同决定哪个是最优选项。前景理论虽然在形式上保留了概率和价值共同构成决策的关键因素，但是它有着其独特的一面。首先，该理论对备选方案有一个特别的编辑过程，在这过程中依靠人们的决策直觉对它们在风险和概率等方面进行区分，这样就有利于此后权重和价值的相关判断；其次，其权重函数有别于期望效用理论中的概率，它区分了在概率不同的情况下人们对待风险的态度，例如，该理论认为，面对高概率的备选方案，人们对于获得更多的表现为风险规避的；再次，其价值函数引入了参考点这一概念，不是单纯地考虑备选方案的价值，而是以当前的财富状态为基点来衡量备选方案对于决策主体来说是获得还是损失。正是基于以上区别，Kahnemann 和 Tversky 认为前景理论对于人们的实际决策行为更具描述力，能有效地对人们的决策做出较为恰当的预测。同时，我们可以知道，前景理论能够对“Allais 悖论”做出合理的解释，理由就是：回顾“Allais 悖论”，我们知道在第一组情景中，因为情形 B 中包含着有 1% 的机会什么也都不到，而根据前景理论中的权重函数，低概率的权重往往高于概率本身，这相比于情形 A 中确定的获得 \$100 万，显然是 A 优于 B；而对于第二组情景，前景理论认为在备选方案都是低概率的情况下，人们对于获得往往是风险寻求的，因此更多的人会选择具有风险但获得较高的那种情形，即 D 选项。

(三)、第三种进路认为，“Allais 悖论”确实有直觉基础，它所揭示的偏好关系也确实对期望效用理论的基础构成了一定的威胁；同时期望效用理论作为规范性理论有着坚实的逻辑和数学基础，也是刻画和分析人们决策过程的一个基本典范，因此，两者都不能轻易的被废弃。至于“Allais 悖论”与期望效用理论相违背之处，主要是因为其与某些公理性假定不相符合，而实际上这些公理对偏好关系的束缚太多，因此只要减弱这些公理的要求，就能很好地解决两者的矛盾所在。Machina, John Quiggin 以及 Peter Fishburn 等人都持这样一种观点，也在期望效用理论的基础上建构了不同的理论以应对其所面临的解释困境。

Peter Fishburn 是 20 世纪著名的经济学家和博弈论专家，其设计的“赞成投票”的选举制成为博弈论研究探讨的重要话题。在 Fishburn 看来，“Allais 悖论”之所以对期望效用理论构成巨大的威胁，主要是因为它与其公理性假设之间存在着明显的冲突；而与此同时，“Allais 悖论”所揭示出来的实际偏好关系从一定角度看来是理性的，至少是可理解的，因此，此间的悖论之所以会产生，是否是因为公理性假设存在着不合理的地方？例如，独立性公理对偏好关系要求过紧等等。Fishburn 基于以上观点开始对期望效用理论做出详细的考察，他认为可以减弱或放弃其中的某些公理性假设以消解这些悖论。实际上，他通过减弱独立性公理的要求所建构的公理系统，其目的就是既能对“Allais 悖论”等做出合理的解释，又能在形式上简便地对决策行为做出刻画和分析。Fishburn 所建构的这一理论的主要思路是：

⁸、Daniel Kahneman; Amos Tversky(1979), “Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk”, *Econometrica*, Vol.47, 263-264

首先, 为偏好关系设定三个基本公理, 即连续性、占优性以及对称性公理⁹。然后, 由这三个偏好公理即可确定: 存在二元函数 F , 使得 $p > q$ 当且仅当 $F(p, q) > 0$ 。通过与期望效用理论的三个公理进行对比, 我们可以发现, 除了连续性公理保持不变之外, Fishburn 对后两个公理都做出了一定的调整, 占优性公理实际就是对独立性公理的一种弱化, 放松了对偏好关系的具体要求。一方面, 前面的分析已经说明, “Allais 悖论” 主要是违背了独立性公理的要求; 另一方面, SSB 效用理论不必然的要求偏好关系满足独立性公理, 所以, SSB 效用理论能够解释 “Allais 悖论” 所揭示出来的实际偏好关系。

(四)、除了以上三种不同的进路, Isaac Levi 对 “Allais 悖论” 的分析理解显得特别。Levi 作为 20 世纪重要的决策理论专家之一, 对决策理论中的许多悖论都曾有过详尽的分析和阐释, 例如 “Ellsberg 悖论”, “Newcomb 问题”, 偏好逆转问题等等; 而 “Allais 悖论” 作为决策理论中重要问题之一, 自然不会逃出 Levi 的关注视域。在 “*The paradoxes of Allais and Ellsberg*”¹⁰ 一文中, Levi 不仅深入地探讨了 “Allais 悖论” 产生的原因, 而且还把其与 “Ellsberg 悖论” 等决策问题联合起来考虑, 提出一种既能合理解释 “Allais 悖论”, 同时又能对 “Ellsberg 悖论” 等其它问题做出解释的方法——安全水平 (Security level)。

Levi 对 “Allais 悖论” 的理解显得较为特别, 主要表现为以下几个方面。首先, 在 Levi 看来, “Allais 悖论” 产生的主要原因在于其效用函数是不确定的。“Allais 悖论” 与 “Ellsberg 悖论” 是不同的, 前者是因为效用函数无法确定而造成的, 而后者期望效用的不确定性是由概率的不确定性引起的。虽然我们都可以清晰地意识到, 一无所有与一百万美金之间的差别应该大于一百万与五百万之间的差别, 但是我们还是没能确定这种差异究竟是多大, 这就使得我们无法确定备选方案的效用, 因而导致期望效用的不确定。其次, Levi 还通过安全水平的方法对 “Allais 悖论” 做出了合理的解释, 当 E-可允许的 (E-admissible¹¹) 这一标准不能从众多备选方案中选出唯一的选项时, 可以通过选择具有最高安全水平的那个选项来做出决策; 所谓选项的安全水平是指在最差的情况下该选项的期望效用, 通过具体的分析安全水平方法的确能够合理解释人们面对 “Allais 悖论” 时所做出的选择。再次, Levi 认为选择并不完全代表偏好关系, 因此在 “Allais 悖论” 中, 即使个人选择并不符合规范理论的要求, 但它并不完全代表偏好关系, 也即备选方案 A 与 B 中, 选择 A 并不代表个人对 A 的偏好大于对 B 的偏好, 因此 Allais 所揭示出来的选择并不是对独立性公理或确凿性原则 (sure-thing principle) 的违背。总之, Levi 认为, 只要放弃所有可选行为都是弱序的这一要求, 不仅不会出现违背独立性公理或确凿性原则的情形, 而且也能对 “Allais 悖论” 与 “Ellsberg 悖论” 等问题做出合理的解释。

事实上, 以上不同的消解 “Allais 悖论” 的方式代表着决策理论发展的三个不同的维度: 或继续坚持公理系统的形式化和理性化; 或完全抛开公理系统的模式, 从其它角度来审视人们的实际决策; 或通过弱化某些公理来建构新的效用理论。期望效用理论之后, 许多新的理论都采取了新的思路和对策来刻画和分析人们的决策行为, 但是它们的思路都可以归纳到以上所说的三个维度之中, 由此可见, “Allais 悖论” 不仅表述了一些与期望效用理论相悖的偏好关系, 而且对期望效用理论甚至是决策学的发展产生了深远的影响, 是决策理论发展历程中的重要里程碑。

五、结语

⁹、Peter C. Fishburn(1984), “Multiattribute Nonlinear Utility Theory”, *Management Science*, Vol.30, 1302

¹⁰、Isaac Levi(1997), “*The Covenant of Reason: Rationality and the Commitments of Thought*”, Cambridge: Cambridge University Press, pp. 185-216

¹¹、所谓 E-admissible 标准, 是指在期望效用理论框架内, 备选方案能够满足期望效用最大化原则的要求, 是可允许的。

综观前面所有论述,“Allais 悖论”的产生主要源自期望效用理论在对人们实际决策描述方面的缺乏,这使得其在实际描述层面看来是可理解的;但是,作为规范性理论的期望效用理论,具有坚实的数学和逻辑基础,它旨在从完全理性的角度找到合适的方法和工具,以指导人们做出合理的决策,由此可见,“Allais 悖论”与期望效用理论之间的矛盾很大程度上是由描述性与规范性之间的区别造成的。

正如其它学科一样,决策学也存在两种不同的研究维度,一种是立足于完全理性的假定基础上,论述人们应该如何进行决策,这就是规范性理论的基本方向;另一种是从实证的角度出发,注重描述人们在实际生活中是如何决策的,这即是描述性理论的基本思想。正如前面所说,规范性理论首先假定人是完全理性的,而且处于信息完备的状态,因此能够完全按照理论的指导做出理性选择,同时规范性理论也保证了这样的选择就是最优化的决策方案;而描述性理论认为人不可能是完全理性的,而且也不可能掌握所有的信息,因此在实际决策过程中,人们不可能如规范性理论所指导的做出选择,要对人们实际是如何决策进行描述就必须重新审视决策中的其它因素,例如心理、风险态度等等。由此看来,要消解“Allais 悖论”与期望效用理论之间的矛盾,应该区分规范性和描述性两个维度,引入其它的相关决策因素来分析此间的不一致。

SSB 效用理论和前景理论就是分别从规范性和描述性的角度对“Allais 悖论”提出了不同的解决方法,从各自不同的维度都做出了较为合理的阐释,只能从不同的范畴去看待此间的区别。虽然规范性理论和描述性理论切入的角度不一样,所关注的内容也不一样,但是它们都企求对人们的决策行为做出合理的刻画和分析,都是隶属于决策分析这一范畴,因此,决策分析的发展应该建构一个更为广阔、合理的理论体系,以囊括规范性和描述性两个不同维度对其的贡献,这样既能从理性的角度对人们的决策行为做出指导,又能更好地解释和描述人们的实际决策。

致谢:在本文写作过程中,中山大学逻辑与认知研究所熊卫副教授提供了诸多相关背景资料,对文章提出了许多重要的建议与意见,在此表示感谢。

参考文献:

- [1]. Robert J. Aumann (1962), “Utility Theory without the Completeness Axiom”, *Econometrica*, Vol.30, pp. 445-462.
- [2]. Peter C. Fishburn (1968), “Utility Theory”, *Management Science*, Vol.14, pp. 335-378.
- [3]. Peter C. Fishburn (1984), “Multiattribute Nonlinear Utility Theory”, *Management Science*, Vol.30, pp. 1301-1310.
- [4]. Milton Friedman; L. J. Savage (1952), “The Expected Utility Hypothesis and The Measurability of Utility”, *The Journal of Political Economy*, Vol.60, pp. 463-474.
- [5]. Jerry Green (1987), “‘Making Book Against Oneself,’ The Independence Axiom, and Nonlinear Utility Theory”, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol.102, pp. 785-796.
- [6]. S. Jallais, and P.C. Pradier (2005). “The Allais Paradox and Its Immediate Consequences for Expected Utility Theory”. In Fontaine, P. and Leonard, R. (eds.), *The Experiment in the History of Economics*. London: Routledge, pp. 25-64.

- [7]. Daniel Kahneman; Amos Tversky (1979), "Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk", *Econometrica*, Vol.47, pp. 263-291.
- [8]. Isaac Levi (1997), "*The Covenant of Reason: Rationality and the Commitments of Thought*", Cambridge: Cambridge University Press, pp. 185-216.
- [9]. Mark J. Machina (1982), "'Expected Utility Analysis' without the Independence Axiom", *Econometrica*, Vol.50, pp. 277-323.
- [10]. Paul J. H. Schoemaker (1982), "The Expected Utility Model: Its Variants, Purposes, Evidence and Limitations", *Journal of Economic Literature*, Vol.20, pp. 529-563.
- [11]. Uzi Segal (1988), "Does the Preference Reversal Phenomenon Necessarily Contradict the Independence Axiom?", *The American Economic Review*, Vol.78, pp. 233-236.
- [12]. Chris Starmer (2000), "Developments in Non-Expected Utility Theory: The Hunt for a Descriptive Theory of Choice under Risk", *Journal of Economic Literature*, Vol.38, pp. 332-382.
- [13]. Michael Weber (1998), "The Resilience of the Allais Paradox", *Ethics*, Vol.109, pp. 94-118.

Expected Utility Theory and "Allais Paradox"

Liu Hai-lin

Institute of logic and cognition, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275

Abstract: Expected utility theory is a traditional model in decision analysis under risk and uncertainty. Ramsey, Von Neumann and Morgenstern, Savage, Ancombe and Aumann construct axioms for it respectively. However, expected utility theory is imperfect in representing the decision analysis, especially in describing human's actual decision-making. Many tests, such as the famous example "Allais paradox", indicate that human's actual choices may frequently violate expected utility theory. In this paper, we will first review the simple development of expected utility theory, and introduce "Allais paradox" and some related paradoxes, then analyze the reasons of "Allais paradox" and discuss how to settle this problem. Through the argument, we can see that "Allais paradox" has an important influence on the development of expected utility theory.

Key Words: Expected utility theory; Allais paradox; Independence axiom; Prospect theory