

冯·诺依曼与亚伯拉罕·鲁宾逊：数学哲学思想探析

曲宏宇,王 前

(大连理工大学人文社会科学学院,辽宁 大连 116024)

摘 要:冯·诺依曼和亚伯拉罕·鲁宾逊都是20世纪著名的数学家和数学哲学家,通过对二者思想的比较,试图找到他们在逻辑、历史以及美学因素方面的一些共性。

关键词:冯·诺依曼;亚伯拉罕·鲁宾逊;数学哲学;逻辑;历史;美学

中图分类号:N031

文献标识码:A

文章编号:1003-5680(2005)04-0109-04

冯·诺依曼(John von Neumann, 1903 - 1957)与亚伯拉罕·鲁宾逊(Abraham Robinson, 1918 - 1974)这两个在20世纪数学界响亮的名字,曾在各自不同的领域取得过非凡的成就。前者在纯粹数学、应用数学、力学、经济学、气象学、物理学、计算机科学以及脑科学等领域均有广泛的影响。后者在纯粹数学、应用数学和逻辑——哲学这样三个相距甚远的学术领域都有所建树。正因为对这些成就的关注使得我们忽视了他们数学哲学思想。虽然冯·诺依曼和鲁宾逊的学术生涯大部分时间是作为数学家出现的,但是他们并没有沉醉在自己的专业领域里,他们虽然不是纯粹的哲学家,但他们却从未停止对数学进行哲学反思。他们将数学和数学哲学问题放入广阔的历史背景中去研究,同时又不断地结合数学中的新成果,把自己对数学的理解融入其中,丰富和发展自己的数学和哲学观点,让两方面相得益彰。对我们今天从事的数学研究、数学哲学研究以及数学教育工作都有非常重要的启发意义。本文试图通过对二者数学哲学思想的比较,找到其中20世纪数学家的一些共性,从中挖掘出个人的思想对整个数学哲学发展的影响,并且通过对个人思想的比较,透视出20世纪上半叶数学哲学研究的部分图景。

一 二者经历之比较

冯·诺依曼1903年出生于布达佩斯的一个富裕的犹太家庭,他从小就表现出超常的数学天赋并接受严格的数学训练。1921年通过“成熟”考试时,就已经被认为是一个专门的数学家了。其后四年间,他在布达佩斯大学注册为数学方面

的学生,但大部分时间却在苏黎士和柏林渡过,在德国期间有机会接触当时在柏林大学的爱因斯坦(Einstein, Albert, 1879 - 1955)和在格廷根大学的希尔伯特(Hilbert, David, 1862 - 1943)。希尔伯特是数学和自然科学方面的“公理”提倡者,他的形式化方法对冯·诺依曼很有吸引力,对其后来的工作曾产生了极大的影响。1925年,冯·诺依曼在苏黎士工业大学获得了化学工程学学位并于第二年春天获得布达佩斯大学数学博士。后来先后在柏林大学(1926 - 1929)和汉堡大学(1929 - 1930)任助教。1930年被聘为美国普林斯顿大学访问教授,1933年普林斯顿研究所成立,冯·诺依曼成为其中最年轻的教授。此时,15岁的鲁宾逊却由于身为犹太人随家人从德国逃往巴勒斯坦。他自童年时代起就兴趣广泛,并且在语言、音乐、诗歌等很多领域表现出极高的天分。在耶路撒冷他受到了严格、彻底的德国式教育。1936年鲁宾逊进入希伯来大学数学系。1939年获得去法国留学的机会,但求学之梦却不幸被第二次世界大战的隆隆炮声所击碎。战争爆发后,他们都积极投入到反法西斯战争的洪流中,他们在战争期间所做的许多工作都直接应用于军事技术中。冯·诺依曼参与了同反法西斯有关的各项科学计划,1940年是他科学生涯中的一个转折点,在此之前他的成就主要集中在纯粹数学方面,之后则成为牢固掌握纯粹数学的应用数学家。同年,鲁宾逊加入法国自由空军,1942年—1945年效力于英国法恩伯勒皇家飞机公司,并且迅速成长为那里最出色的应用数学家之一。战争结束后,冯·诺依曼凭借非凡的能力不断拓展研究领域,直至1957年去世。^[1]鲁宾逊在战后也回归

【收稿日期】2004-11-03

【作者简介】曲宏宇(1976-),女,汉族,吉林松原人,大连理工大学科学技术哲学专业硕士研究生,研究方向为数学哲学;
王 前(1950-),男,汉族,辽宁沈阳人,教授、博士生导师,主要从事技术哲学、数学哲学和科学思想史研究。

到数学王国中,于1946年获得希伯来大学科学硕士学位,并先后在英国克兰菲尔德皇家航空学院(1946-1951)、加拿大多伦多大学(1951-1957)、巴勒斯坦希伯来大学(1957-1962)、美国加利福尼亚大学洛杉矶分校(1962-1967)、耶鲁大学(1967-1974)工作。^[2]战争期间相似的经历无疑对他们后来对数学应用的态度产生了巨大的影响,大大增强了他们平衡纯粹数学与应用数学之间关系的能力,使他们各自在众多的领域游刃有余。他们是自己所处时代中少见的在众多数学分支中都有突出成就的数学家中的佼佼者,这对他们深入理解数学,发展各自的数学哲学思想起着重要的作用。由于有应用数学家的经历和体验,他们不会因为追求数学的严格性而使自己囿于纯形式的研究,这也构成了他们同其他数学形式主义者的一个重要区别。

二 二者数学哲学思想之比较

20世纪初是数学哲学的黄金时代,逻辑主义、直觉主义和形式主义长期争执不休。1931年和1940年哥德尔的两个不完备定理,标志着数学哲学黄金时代的结束。而此间数学却飞速地发展,数学哲学完全是一个旁观者,一个理性的意念在诉求:请数学哲学家对数学家所做的工作进行总结和评析。密切联系数学家的工作现实,乃是数学哲学的出路所在!^[3]冯·诺依曼与鲁滨逊在这样的呼声中陆续登场了。现仅将他们的部分数学哲学思想进行比较。相同点:

其一,他们都是形式主义者,并且都重视逻辑在数学研究中的作用。

数学自诞生之日起就与逻辑有着深刻的本质联系,到了19世纪末20世纪初,数学的高度公理化和数理逻辑的发展,使得数学与逻辑的关系更加紧密。重视数学研究中逻辑的作用成为许多数学家的共识。巧合的是,鲁滨逊与冯·诺依曼都受到数理逻辑创始人——莱布尼兹(Leibniz, Gottfried Wilhelm, 1646-1716)的影响。在鲁滨逊那里,逻辑成为在哲学和认识论方面的熟练工具。作为一名逻辑学家,鲁滨逊不仅将逻辑作为展示数学成果的非正式框架,而且作为研究数学本质特别是代数的强有力手段。在1952年举行的一次数理逻辑研讨会上,针对逻辑形式化应用的问题,鲁滨逊认为:“最重要的是一种逻辑能以正常的方式来刻画某些命题类型特征的方法,之后逻辑的价值通过它的应用就变得清楚了,……对我来说,好像今天人们能肯定逻辑已对数学做出了极大贡献,而且将来也会导致重要的应用。”^[4]并且,他长期致力于发展逻辑。正是依靠数理逻辑在数学中产生的积极的创造性的作用,他在无穷小问题上才取得了前人没有取得的成功。冯·诺依曼尽管对事实和经验的研究和鉴别能力非凡,但他还是尽可能将自己奉献给逻辑化和数学化。以这种信奉为前提,逻辑系统就有了普遍性和随之而产生结果;形式逻辑则以某种方式获得了事物的抽象本质。他这种认识使得他对17世纪哲学家产生了兴趣,尤其是对莱布尼兹的兴趣。但是他对鉴别逻辑的前提限制并不感兴趣,他能够超越逻辑,喜欢超越时空的数学和逻辑结构。对他来说,最高水准的抽象,诸如数学和逻辑学的基础,必须重新通过严

密的形式逻辑去寻找。逻辑能力的优势也影响了他对世界的看法和论述。这形成了他的数学风格,扩展了原来十分有限的形式逻辑和数学的应用面。^[5]虽然数理逻辑本身并不就是数学哲学,可是数理逻辑却是正确回答数学哲学问题的主要科学依据。应该说,对待逻辑的态度,是他们成为形式主义者的一个必要条件,也是他们在纯粹数学领域不断取得成就的动力之一。

其二,他们的哲学思想在形成过程中都经历过转变。

冯·诺依曼与鲁滨逊的哲学思想都属于“不定”型的,正如爱因斯坦所言:“从一个有体系的认识者看来,他必定是一个肆无忌惮的机会主义者:就他力求描述一个独立于知觉作用以外的世界而论,他像一个实在论者;就他把概念和理论看成是人的精神的自由发明(不能从经验所给的东西中逻辑地推导出来)而论,他像一个唯心论者;就他认为他的概念和理论只有在它们对感觉经验之间的关系提出逻辑表示的限度内才能站得住脚而论,他像一个实证论者。就他认为逻辑简单性的观点是他的研究工作所不可缺少的一个有效工具而论,他甚至还可以像一个柏拉图或者毕达哥拉斯主义者。”^[6]在20世纪20年代,冯·诺依曼在格廷根专注于形式结构的研究,格廷根的另外一些数学家注意到了数学证明的内在一致性的问题,为此,他们严肃地提出了疑问。面对这些疑问,冯·诺依曼投身于希尔伯特的行列,设法证明全部数学对于那些矛盾来说都是无约束的,他成功地数学的基本分支学科——集论,建立了恰当的公理表达,他还乐观地相信,他可以得到更多的证明结果。但是当1931年他第一次看到哥德尔证明的时候,他迅速地理解和接受了证明的推论,并认为自己和其他人要去证明所有集论(以及经典数学)能从矛盾中解脱出来的尝试都是毫无希望的。^[7]当他在柏林大学教授数理逻辑的时候,他的态度从讨论建立数学基础的证明转变为对哥德尔(Gödel, Kurt, 1906-1978)的讨论。他把数学看成一种无意义的符号游戏,但是,数学发展的历史事实和他自己的数学研究经历,使他改变了自己的观点:“不要把数学上动不得的严密性看得太天经地义了。这件事情就发生在我们所生活的时代,我也很清楚,我在这个插曲中如何令惭愧的我轻易地改变了自己关于绝对数学真理的观点,并且接连改变了三次!”^[8]同样,鲁滨逊早期受他在希伯来大学学习时的老师A. 弗兰克尔(Fraenkel, Adolf Abraham, 1891-1965)和后来的论文指导者P. 丹尼斯(P. Dennis)的影响,开始是“完全坚定的”哲学实在论者。他在数学的本体论上采取了实在论的立场,即认为数学的对象是“理念世界”中的真实存在。他的这一认识是建立在对数学绝对真理性的信念之上的,认为数学命题是绝对真理,数学的对象就是一种独立的不依赖于人类思维的客观存在。他明确表示了他所接受的是非常健全的哲学实在论,他接受任何数学结构的充分的实在性。然而由于P. 科恩(Cohen, Paul Joseph, 1934-)关于连续统假设与选择公理相对于ZF系统的独立性的研究成果,到了20世纪60年代中期,柏拉图主义与形式主义的斗争达到了高潮。“集合论描述客观实在的观点被许多数学家抛弃”。鲁滨逊也包括在其中。^[9]显然这种哲学观念

的变化不只是他们年龄、经验和数学成熟程度的反映,也是伴随数学自身发展所做出的一种必然选择。

其三,他们都重视将历史与数学哲学结合起来。

H. 庞加莱(Poincare, Jules Henri, 1854 - 1912)曾说,“如果想要预见数学的将来,适当的途径就是研究这门科学的历史和现状。”在对待历史的态度上,鲁滨逊和冯·诺依曼又一次不期而遇了。除科学外,冯·诺依曼的主要兴趣是研究历史。他对古代史的了解详细到惊人的程度。渊博的知识,再加上分析拓展,形成了他对未来事件的观点。^[10]鲁滨逊在希伯来大学学习期间,对数学史表现出浓厚兴趣,这方面的知识使他受益匪浅。这期间他接触到莱布尼兹的哲学思想,并对他后来哲学思想的发展产生了深刻的影响。对数学史的研究和探讨不仅让他了解到了数学发展的过程,更重要的是,也为他研究现代数学提供了必要的参考资料。莱布尼兹曾说:“数学史的用处不仅在于历史所以公正地衡量每一个人,使得后人可能指望得到同样的称赞,而且在于促进发展的艺术,而它的方法是通过有名的范例为大家所了解。”数学史为他提供了广阔、真实的背景,开阔了他的视野,也吸取了前人思想方面的精华,他对数学史上的争论和数学的发展有着深刻独到的理解。因此无论在数学基础方面还是在数学研究中都起到了相当显著的作用。他主张将历史与数学哲学结合起来。历史让他变得超然,也使他能用独特的视角去看待数学哲学上的各种问题,而不是固执地抱住某种哲学不放,这让他的数学哲学思想不断地丰富和发展并且引领了当今数学哲学发展的部分趋势,他的哲学思想又不断地指导他在数学上取得更多的成就。恩格斯(F. Friedrich Engels, 1820 - 1895)曾经说过,“不管自然科学家采取什么样的态度,他们还是得受哲学的支配。问题只在于:他们是愿意受某种坏的时髦哲学的支配,还是愿意受一种建立在通晓思维的历史和成就的基础上的理论思维的支配。”哲学的反思总是伴随着历史的反思,他们的数学哲学思想也是伴随着他对20世纪数学发展的不断反思而逐渐丰富和成熟起来的。他们的高瞻远瞩让他们对数学的未来也有相当敏锐的预测。数学史的知识对他们在数学方面的研究也起到了重要的作用。“现代数学已经出现了成百上千的分支。全能的数学家已经极难出现,为了能了解数学的重大问题和目标,从而能对数学发展的主流做出贡献,最稳妥的办法也许就是要对数学的过去、传统和目标有一定的了解,以使自己的研究工作能导入有成果的渠道。”^[11]我们在前面讨论过他们在数学哲学观点上的改变,这正是他们在对历史进行深入研究的基础上,对数学的理解不断变化的结果。今天我们在研究数学哲学时也应该注重数学哲学思想和历史反思对于数学家原创工作具有的巨大价值。不考虑数学史的数学哲学是苍白无力的,同样,不考虑数学史的数学也是缺乏根基和盲目的。在数学哲学家探讨数学的方法中,数学史提供了一种最实际、最有效的方法。我们应该不断更新数学观念,即不仅超越把数学视为一门科学体系的单纯的科学主义观念,而且超越把数学作为以方法论为主线的数学哲学观念,要把数学置身于其真实的历史情景中以及迅猛变革的现实社会文化背

景之中。

其四,他们都强调美学因素在数学中的作用。

罗素(Russell, Bertrand Arthur William, 1872 - 1970)曾说:“数学,如果正确地看它,具有至高无上的美——正像雕刻的美,是一种冷而严肃的美,这种美不是投合我们天性的微弱方面,这种美没有绘画或音乐那样的华丽装饰,它可以纯净到崇高的地步,能够达到严格的只有最伟大的艺术才能显示的那种完美的境地。一种真实的喜悦的精神,一种精神上的亢奋,一种觉得高于人的意识——这些是至善至美的标准,能够在诗里得到,也能够在数学里得到。”^[12]美是数学中公认的一种评价标准,判断数学美的标准,除受数学家们一般性的实践活动影响外,还与数学家的思想文化修养及艺术鉴赏能力有关,涉及复杂的文化背景。并不是每个理解和使用直觉的人都能自觉地从美学角度考虑问题。一般说来,强调数学美的人往往是那些同时有多方面爱好、兴趣和才能的,特别是在哲学和艺术上有较高造诣的大数学家。^[13]鲁滨逊与冯·诺依曼也身在其中。鲁滨逊突出强调美学的因素与直觉的作用。他写道:“这是一个事实,就是已经组织起来的数学世界在很大程度上是按照我们关于数学美及纯粹数学的重要性的直觉组织起来的。”在鲁滨逊的教师生涯中,他极力向学生展示“数学是美的”。冯·诺依曼极力推崇数学课题本身所具有的魅力与价值。他认为,数学家的研究动机是为了追求一种美,一种特殊的数学美。在那些与美的追求有关的联系中,必定能寻觅到若干享受的源泉。当冯·诺依曼定义一切数学定理中的“美”的准则时,他特别提到:“雅致”在于它的“建筑”,它的结构应该是这样的:陈述问题简洁明了,解决问题或是研究这个问题的各种尝试都有相当的难度,但是在研究中或是部分研究中竟接着出现若干令人惊叹的化难为易的转折,如此等等。^[14]在简洁的形式下表达某种本质的、深刻的规律性的美。正是因为数学的这种美,才吸引着许多数学家在数学王国中孜孜以求。事实上,对美感愉悦的寻求,一直影响并刺激着数学的发展。数学家们有意或者无意之中,总是选择那些具有美感的问题。许多数学家把对美感的渴求,当作自己研究数学的终极动力。

不同点:

冯·诺依曼的数学哲学偏向于认识论问题而鲁滨逊偏向于本体论问题。

冯·诺依曼形式主义的观点主要反映在数学认识论上,哥德尔不完全定理终结了三大学派企图为数学发展寻求永久可靠基石的梦想,暴露了抽象化、形式化和公理化的局限性,迫使数学家们对数学的严格性、精确性和可靠性作出新的思考。冯·诺依曼很注重数学与经验的联系,因为这些联系会有助于防止思想的贫乏。他说:“数学思想来源于经验,我想这一点比较接近真理,真理实在太复杂了,对之只能说接近,别的都不能说,虽则经验和数学思想之间的宗谱,有时候既长又不明显。但是,数学思想一旦被构造出来,这门学科就开始经历它本身特有的生命,把它比作创造的、受几乎一切审美因素支配的学科,就比把它比作别的事物特别是经验科学要好一些。当一门数学学科远离它的经验本源继续

发展的时候,或者更进一步,如果它是第二代和第三代,仅仅间接地受到来自‘现实’的思想所启发,它就会遭到严重危险的困扰。它变得越来越纯粹地‘为艺术而艺术’。……在远离经验源之处,或是在内部作了许多‘抽象’之后,数学的主体便有衰退的危险。这种样式的发端常常是古典的;当它成为奇异的符号之时,危险的象征符号也便出现了。……不管怎样,无论危险时期何时降临,对于我来说,补救的方法仅仅在于重返经验源:或多或少地直接感受以经验为依据的想法。我确信,为了保持课题的清新和活力,这仍然会是同样必需的。^[15]在回答数学的本质时,他意识到了经验与逻辑的关系,“在数学的本质中存在着十分特殊的二重性,必须认识它、接受它,并且把它吸收到这门学科的思想中来。这两个方面正是数学的本来面目,而且,我不相信如果牺牲事物本质的话,会有什么简单化、单一的观点。”^[16]他的这些观点也为很多数学家所认同,他也因此成为数学经验主义复兴的早期代表之一。这里所说的数学本体论主要是指无穷总体的存在性和客观性,对无穷问题的争论早就出现在数学基础学派的争论中,一些数学和逻辑学家也有所论述,只是没有突显出来。考察一下无穷在数学中的发展历程,在数学无穷思想中一直存在着两种观念:实无限思想与潜无限思想。所谓潜无限思想是指:“把无限看作永远在延伸着的,一种变化着成长着被不断产生出来的东西来解释。它永远处在构造中,永远完成不了,是潜在的,而不是实在。把无限看作为永远在延伸着的(即不断在创造着的永远完成不了的)过程。所谓实无限思想是指:把无限的整体本身作为一个现成的单位,是已经构造完成了的东西,换言之,即是把无限对象看成为可以自我完成的过程或无穷整体。数学中无限的历史实际上是两者在数学中合理性的历史。”^[17]1963年,科恩证明了连续统假设的独立性后,已经自称为形式主义者鲁滨逊和科恩认为独立结果是对实在论立场的挑战,而且集合论的发展也有利于形式主义观点,从而引发了一场关于无穷总体存在性或者客观性的争论。鲁滨逊当然也是这场争论积极的参与者,他声称:“数学哲学问题中对我最有吸引力的一个(我认为也确实是一个问题)是关于无穷总体的存在性,或真实性,或可知性或客观性的问题。”《形式主义 64》中,谈到对数学基础的看法时,他坚持了两条原则:

· 无论从无穷总体一词的哪种意义来说,无穷总体是不存在的(即不管是实在的还是理想的无穷总体都是不存在的)。更确切些说,任何讲到或意思上含有无穷总体的说法都是没有意义的。

· 虽然如此,我们还应该照常继续搞数学这个行业,也就是说,应该把无穷总体当作真正存在那样来行事。^[18]

鲁滨逊的这两条原则的提出,基于对难解的无穷问题的分析,即他参与无穷小量争论的实际经验之上的实用哲学。他所表述的以“形式主义 64”为基础的立场,表明他是从句法角度,以一个形式主义的观点来看待非标准分析的。“他没有引入新的实体,只是新的演绎过程。”^[19]十年以后,鲁滨逊在回忆《形式主义 64》主要观点如下:“1、任何宣称处理涉及

无穷整体的数学理论没有任何详细含义以及指称。2、关于这些理论是否应进一步研究的问题不会有任何影响,然而我们有充分的理由在经典形式上继续研究数学。自从1964年,没有任何东西促使我改变这些观点,而且实际上众所周知的集合论的最新发展代表着对这些观点的明显支持。”^[20]鲁滨逊完全否认讨论数学本体论问题的必要性,当然更不承认数学对象有任何客观意义。应该说他的这种态度与他早期实在论的思想有关,也与他在应用数学方面的工作有很大关系。他虽然在思想上不承认数学对象,更具体地说应该是无穷整体的存在性,但在实践上却是承认的。这虽然是一种很矛盾的心理,但却没有妨碍他在数学上不断取得新的成就,也正是这种态度成就了非标准分析的成功。

今天的数学发展表明:数学中不同分支和不同领域间的相互结合和渗透,使得现代数学完全改变了经典数学中代数、几何、分析三足鼎立的局面。一些看来相距甚远甚至方向相反的不同数学领域最终变得联系密切。“在数学的专门性、复杂性日益增长的同时,各主要学科中的许多思想渐趋统一,各主要学科的界限渐显模糊,因此尽管数学学科的内容十分浩繁,范围十分广大,数学的整体观念却又重新产生了,各门各类的数学工作者们又重新认识到他们在从事着一项共同的事业。”^[21]如果我们想培养出像鲁滨逊和冯·诺依曼那样在纯粹数学和应用数学领域都做出杰出贡献的数学家,就应该注重纯粹数学知识和应用数学知识的有机结合,注重数学整体性和统一性意识的增强。

【参 考 文 献】

- [1][3]参见张奠宙. 20世纪数学经纬[M]. 上海:华东师范大学出版社, 2002. 161 - 166, 301.
- [2][4][9][19][20]参见 Joseph Warren Dauben. Abraham Robinson: the creation of nonstandard analysis: a personal and mathematical odyssey [M]. Princeton, N. J: Princeton University Press, c1995. 1 - 10, 331, 207, 412, 353.
- [5][7][14]杨泰俊. 冯·诺依曼和维纳[M]. 北京:科学技术文献出版社, 1996. 75, 91, 123.
- [6]<http://www.oursci.org/lib/AfterNewton/25.htm>
- [8][12][16]冯·诺依曼. 数学家[A]. 数学史译文集[C], 上海:上海科学技术出版社, 1982. 4, 121, 117.
- [10][15]斯·乌拉姆. 约翰·冯·诺依曼传[A]. 数学史译文集[C], 上海:上海科学技术出版社, 1982. 88, 113.
- [11]M. 克莱因. 西方文化中的数学[M]. 上海:复旦大学出版社, 2004.
- [13]王前. 数学哲学引论[M]. 沈阳:辽宁教育出版社, 2002. 201.
- [17]<http://www.oursci.org/magazine/200205/020511.htm>
- [18]林夏水. 数学哲学[M]. 北京:商务印书馆, 2003. 434.
- [21]孙小礼. 文理交融——奔向21世纪的科学潮流[M]. 北京:北京大学出版社, 2003. 198.

(责任编辑 魏屹东)