# 评价信用风险模型

谢春岩，张桂莲，俞妍

(吉林大学数量经济研究中心，吉林 长春 130012)

**摘要**：在过去的 10 年中信用风险这一古老而又薪新的风险越来越成为金融机构和其监管者关注的重点。很多金融机构开发了大量用于度量信用风险的模型，但一个随之而来的严重的问题是如何来评价这些模型的准确性？由于信用风险自身的特点，即获得数据的周期较长。使得检验模型所必须的数据量得不到满足。为此人们采用了一些模拟的方法解决这个难题。我们这里将引入一种截面数据重新抽样模拟（Lopez and Saidenberg）的技术获得足够的数据，但是我们认为这种方法没有考虑到重新抽样模拟组合中的截面数据相关性问题，这会使得将要用来对这些数据进行检验的各种统计工具产生较大的误差，所以我们将在文章中采用 Berkowitz(2001)过程对产生的模拟数据进行转化，该过程依赖于对被实施转化的损失数据的极大似然比检验。通过这种方法消除数据的相关性。以便使用各种标准的统计工具对其进行评价。

**关键词**：信用风险模型；截面数据模拟；数据相关性；极大似然比

**中图分类号**：F224.0　　　　**文献标识码**：A

## 1 本文的基本假设

我们检验那些通过隐含变量刻画信用事件相关性的模型。根据 Merton（1974）的理论 ，这些隐含变量通常被认为是公司的资产价值。在 Merton 的期权理论方法中，如果公司资产价值低于由其债务价值定义的临界值，那么公司就会违约。资产价值相关性由此转变成信用质量变化的相关性。

在这个检验过程中，资产价值改变量 $\Delta\tilde{A}_i$，它是只依赖于一个系统因素 $\tilde{Z}$（例如经济增长率）和一个特殊的因素 $\tilde{\varepsilon}_i$：

$$\Delta\tilde{A}_i = w_i\tilde{Z} + \sqrt{1-w^2}\,\tilde{\varepsilon}_i \tag{1}$$

其中 $\tilde{Z}$ 和 $\tilde{\varepsilon}_i$ 是 iid N（0，1）的，同样 $\Delta\tilde{A}_i$ 也是如此。当 $\Delta\tilde{A}_i < \Phi^{-1}\left(p_i\right)$ 时借款者会发生违约，其中 $p_i$ 是无条件违约概率，而 $\Phi(\cdot)$ 代表累积标准正态分布函数。对于系统因素 Z 的一个给定的真实值，条件违约概率 $P_i|Z$ 等于：

$$P_i|Z = \Pr ob\left(\varepsilon_i \le \frac{\Phi^{-1}\left(p_i\right)-w_iZ}{\sqrt{1-{w_i}^2}}\right) = \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}\left(p_i\right)-w_iZ}{\sqrt{1-{w_i}^2}}\right) \tag{2}$$

这里 $w_i$ 表示 Z 的敏感度，其决定了资产相关性。

## 2 Lopez 和 Saidenberg 的截面数据重复抽样模拟

当我们评价信用风险模型时面临的主要问题是在时间域上数据的缺乏。为了解决这个问题 Lopez 和 Saidenberg 建议使用截面数据重新抽样的技术来产生大量的数据以替代在时间序列上数据的不足。

考虑一个期限跨度是 T 年并有 N 种资产的信用数据集合。在任意给定的年份 t，令 $\rho \in (0,1)$ 代表被包括在重新抽样组合中的信用的百分比。(注意这里 $\rho$ 的选择要满足预测评价者的要求，不过一般来说 $\rho$ 比较大）我们现在可以生成一个 $(N \times 1)$ 维向量 $w_i$，它代表一组重新抽样得到的组合 i 的权重，并且是通过独立的从区间[0，1]上的均匀分布中抽取 N 次获得的。对于每一个从[0，1]上的均匀分布中抽取的值，如果大于 $\rho$，则与这个抽取值相关的信用被授予 0 的权重并且不会包含在重新抽样组合中。如果小于 $\rho$，与其相关的信用被授以 1 的权重，并且包含在重新抽样组合中。这样我们就可以预期从原来的包含 N 个信用的数据集合中得到一个含有 $(\rho \times N)$ 个信用的重新抽样组合。对 T 年中的每一年的数据，我们都可以进行 R 次的重新抽样，这里 R 是个很大的数（比如说 R=1000）。经过这样的重新抽样，我们就有了 $(T * R)$ 个预测损失分布，依靠这些模拟数据，我们就可以通过各种统计工具来评价信用模型 m 的准确性 。

下面的例子是按照 Lopez 和 Saidenberg 的截面数据重复抽样模拟得到的结果。（数据来源于 Hergen 和 Gunter）按照他们的方法我们抽取了大量的子组合。对每一个子组合可以认为，可获得的观测值的数量是被 R 乘了（R 很大比如是 1000）。这样就满足了检验对样本数量的要求。但通过对每个组合的直观上的分析表明了各组数据之间不是独立的。

| | Year1 | Year2 | … … | Year10 |
|---|---|---|---|---|
| Portfolio default | 200 | 100 | … … | 50 |

(数据来源于 Hergen and Gunte ，2002)

假设一个无条件违约概率是 1%，违约数量在第一年过高，第二年是平均水平，最后一年偏低。在这 10 年的数据之外，我们随机地抽取含有 1000 个借款者的子组合 $S_i$，一共抽取 1000 个子组合。作为样本外数据。记录在每一个子组合中违约的数量：

| | Year1 | Year2 | … … | Year10 |
|---|---|---|---|---|
| Default in $S_1$ | 18 | 9 | … … | 6 |
| Default in $S_2$ | 20 | 13 | … … | 5 |
| … … | … … | … … | … … | … … |
| Default in $S_{1000}$ | 22 | 7 | … … | 5 |

(数据来源于 Hergen and Gunte ，2002)

在 Lopez 和 Saidenberg 的观点中，矩阵中的观测值应该是相互独立的。然而从上图总我们可以看出来，如果整个组合的违约很高，就象在第一年，在重新抽样得到的子组合中违约数也会很高。同样，第 10 年组合的违约数很低那么对其进行重复抽样得到的子组合中违约数也很低。显然，从一年的违约经验分布中重新抽样的 1000 个子组合中的违约不是独立的。这种截面数据的相关性会给所有的通过比较损失预测与损失的实际观测值进行的统计检验带来了比较大的误差。

下面我们简要的证明经过 Lopez 和 Saidenberg 给出的截面数据重新抽样后，得到的子组合是相关的。按照与上边进行重复抽样相同的前提假设，我们可以得到：

$$e_{it+1} = L_{it+1} - \hat{\mu}_{mit} \qquad \text{A1}$$

其中 $L_{it+1}$ 为从 t+1 年的实际违约分布中抽取的子组合 i 的损失，$\hat{\mu}_{mit}$ 表示信用风险模型 m 预测的在 t+1 年子组合 i 的期望损失，$e_{it+1}$ 代表预测误差。

按照以前的假设，在每一年中有 N 个债务人，所有债务人无条件违约概率为 p，对因素 z 的敏感性为 $w$ 。其中 z 在时间域上是独立的。M 代表进行重复抽样时抽出的子组合 i 中包含的债务人的数量。这样以来我们可以把上式写成:

$$e_{it+1} = L_{it+1} - Mp \qquad \text{A2}$$

因为预期损失的预测等于组合中的债务人数量乘无条件违约概率.由于一个时期内的真实组合损失是独立的从 Bernoulli 分布中抽取的,所以损失可以写成:(根据(2)式)

$$L_{t+1} = N\Phi\left[\frac{\Phi^{-1}(p) - wZ_{t+1}}{\sqrt{1-w^2}}\right] + \varepsilon_{t+1} \qquad \text{A3}$$

其中 $\varepsilon_{t+1}$ 代表特殊风险.它在时间域中是独立分布的,并且均值是 0.一个随机的子组合 i 与一个完整的组合有相同的期望损失率.于是子组合损失可以写成:

$$L_{it+1} = M\left[\frac{L_{i+1}}{N}\right] + \eta_{it+1} = M\left[\Phi\left[\frac{\Phi^{-1}(p) - wZ_{t+1}}{\sqrt{1-w^2}}\right] + \frac{\varepsilon_{t+1}}{N}\right] + \eta_{it+1} \qquad \text{A4}$$

其中 $\eta_{it+1}$ 均值为零,而且在子组合平面上以及时间域上都是独立分布的.把 A4 带入 A2 我们得到如下表达:

$$e_{it+1} = M\left[\Phi\left[\frac{\Phi^{-1}(p) - wZ_{t+1}}{\sqrt{1-w^2}}\right] + \frac{\varepsilon_{t+1}}{N}\right] + \eta_{it+1} - Mp \qquad \text{A5}$$

所以对于属于同一年度并且包含贷款数量 M 相同的 2 个子组合的预期误差的协方差为:

$$\operatorname{cov}[e_{it+1}, e_{jt+1}] = \operatorname{cov}[M\Phi\left[\frac{\Phi^{-1}(p) - wZ_{t+1}}{\sqrt{1-w^2}}\right] + \frac{M}{N}\varepsilon_{t+1} + \eta_{it+1} - Mp,$$

$$M\Phi\left[\frac{\Phi^{-1}(P) - wZ_{t+1}}{\sqrt{1-w^2}}\right] + \frac{M}{N}\varepsilon_{t+1} + \eta_{jt+1} - Mp\,]$$

$$= \operatorname{cov}\left[M\Phi\left[\frac{\Phi^{-1}(p) - wZ_{t+1}}{\sqrt{1-w^2}}\right], M\Phi\left[\frac{\Phi^{-1}(p) - wZ_{t+1}}{\sqrt{1-w^2}}\right]\right] + \operatorname{cov}\left[\frac{M}{N}\varepsilon_{t+1}, \frac{M}{N}\varepsilon_{t+1}\right]$$

$$= M^2 \operatorname{var}\left[\Phi\left[\frac{\Phi^{-1}(p) - wZ_{t+1}}{\sqrt{1-w^2}}\right]\right] + \left(\frac{M}{N}\right)^2 \operatorname{var}\left[\varepsilon_{t+1}\right]$$

最后得到 2 个方差.前一个是表示条件违约率的方差,后一个表示特殊损失的方差.对于一个非零的子组合即 M>0.显然其协方差是正的,可见他们是相关的.由 Lopez 和 Saidenberg 给出的无偏检验忽略了子组合中的违约相关性。所以他们所提出的统计检验的精度是很值得怀疑的。下面我们给出一个解决模拟数据相关性的方法。

**3 基于完全分布评价信用风险模型**

我们引进一个 Berkowitz（2001）检验过程。在这种方法中，损失历史被转化，于是人们可以

得到一系列的标准正态变量，当然它们肯定是独立同分布的。这样我们就可以用一些标准的检验方法对模型进行检验。Berkowitz（2001）是对观测数据应用了一个 Rosenblatt（1950）转换。首先对观测损失要估计出累积分布函数 $\hat{F}(\cdot)$

$$x_t = \hat{F}(y_t) = \int_{-\infty}^{y_t} \hat{f}(u)\,du \tag{3}$$

其中 $y_t$ 是观测的损失，$\hat{f}(u)$ 是损失 u 的预测概率。如果估计的损失分布等于真实分布，那么转化变量 $x_t$ 是 iid U(0,1),其中 U(0,1)代表一个均匀分布。

在第二步中，Berkowitz 建议应用另一个使用了标准正态函数 $\Phi(\cdot)$ 的反函数的转换。

$$z_t = \Phi^{-1}(x_t) \tag{4}$$

如果预测分布函数是正确的，则转换的观测值 $z_t$ 是 iid N(0,1)。Berkowitz 建议使用一个似然比检验来检验是否序列 $z_t$ 具有均值为 0、方差为 1 的性质，也就是要检验其是否具有序列不相关性。检验给出零假设（比如其中规定正确模型的资产相关性为 5%），检验统计量是基于对转换变量 $z_t$ 的单变量正态分布的对数似然函数计算的。

$$\log L = -\frac{T}{2}\log 2\pi - \frac{T}{2}\log\sigma^2 - \sum_{t=1}^{T}\frac{(z_t-u)^2}{2\sigma^2} \tag{5}$$

其中 T 是年份数，而对转换变量的均值和方差的极大似然估计为：

$$\hat{\mu}_{ML} = \frac{\sum z_t}{T} \quad , \quad \hat{\sigma}^2_{ML} = \frac{\sum (z_t - \hat{\mu}_{ML})^2}{T} \tag{6}$$

然后构造 LR--检验以对 $z_t$ 具有均值为 0、方差为 1 的联合假设进行检验。

$$\lambda = 2\left[\log L\left(\mu = \hat{\mu}_{ML}, \sigma^2 = \hat{\sigma}^2_{ML}\right) - \log L\left(\mu = 0, \sigma^2 = 1\right)\right] \tag{7}$$

这个统计量被认为是服从一个自由度为 2 的 $\chi^2$ 分布。如果零假设与真实模型一致,则应该满足给定的显著性水平（通常为 10%）.所以在计算中一旦满足了显著性水平的要求,我们就有理由认为 $z_t$ 是 iid(0,1),即转换观测值是不相关的.在消除了数据的相关性问题以后，我们就可以运用各种标准的统计方法对信用风险模型进行检验并作出相应的评价。

**4 结论**

这里我们主要描述了评价信用风险模型的过程和一些基本的框架。特别是主要针对 Lopez 和 Saidenberg 的截面数据重新抽样模拟产生的子组合的相关性问题给予了证明并提出

Berkowitz 检验过程，通过一个转换过程将带有相关性的数据转换成独立同分布的的变量。以满足统计检验的要求。在 Hergen Frerichs 和 Gunter Loffler（2002）的文章中通过 Monte Carlo 模拟显示，检验的效果是可以令人接受的。但是我们注意到这个检验过程是基于整个损失分布的的，而风险管理者和监管者可能只关心极端情况的出现概率，也就是损失分布尾部的一些特性。在这样的一个样本数量极为有限的情况下，即使通过重新抽样产生了大量的模拟数据，这些数据也将可能不包含管理者关心的极端事件。但不管怎么样，这样方法对选择分布给出了一种很好的指导。

参考文献:

**[ 1 ]** Jose A. Lopez and Marc R. Saidenberg , Evaluating Credit Risk Models,Journal of Banking and Finance, 2000,24:151-165.

**[ 2 ]** Hergen Frerichs and Gunter Loffler, Evaluating credit risk models:A critique and a proposal,2002.

**[ 3 ]** Jeremy Berkowitz,Testing Density Forecasts with Applications to Risk Management,Journal of Business & Economic Statistics, 2001,19:465-474.

# Estimating Credit Risk Models

Xie Chunyan, Zhang Guilian, Yu Yan

(Research Center of Quantitative Economics, Jilin University, Changchun 130012, China)

**Abstract:** Over the past decade,commercial banks and bank regulators more and more focus on the credit risk that is old but important.Many banks have developed a large number of credit risk models to measure credit risk. However,an important question for both banks and their regulators is how they evaluate the accuracy of the credit models.For characteristic of the credit risk,namely its typically long planning horizons,we can't obtain enough available data to test the model.We apply a simulation approach to solve the problem.Now we introduce cross-sectional resampling techniques(Lopez and Saidenberg 2000) in order to make efficient use of available data,But we consider that the techniques disregards cross-sectional dependence in resampled portfolios,which can produce much errors in statistical tests.We show Berkowitz(2001)procedure that relies on standard likelihood ratio tests performed on transformed loss data.By this transformation we can eliminate the dependence.Then we can evaluate the credit risk models with various statistical methods.

**Key words:** credit risk models; cross-sectional resampling techniques; likelihood ratio tests

收稿日期: 2006-05-10

作者简介: 谢春岩，吉林大学数量经济研究中心研究生。