

朱载堉新法密率的哲学意蕴

吴鸿雅

(厦门大学哲学系, 福建 厦门 361005)

摘要: 朱载堉发明“新法密率(即十二平均律)”的过程, 既体现了连续与间断的逻辑统一; 又反映了精确与模糊的相互补充。连续, 间断之所依; 间断, 连续之所伏。精确, 模糊之所依; 模糊, 精确之所伏。由此, 揭示连续与间断、精确与模糊辩证统一的方法论意义。

关键词: 朱载堉; 新法密率; 连续与间断; 精确与模糊; 辩证统一

中图分类号: N09 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003 - 5680(2004)04 - 0075 - 04

一 朱载堉与新法密率

明代中国音乐史上出现了一件具有划时代意义的事件——“新法密率”的发明。新法密率即十二平均律, 它的发明, 解决了中国古代音乐史两千年来在乐律学上存在的黄钟不能还原的问题, 解决了十二律旋宫问题的所有矛盾。^[1] 这位发明者就是被李约瑟誉为“东方文艺复兴式人物”的朱载堉。他既是一位音乐家, 同时又是一位在科学史上很有影响的科学家。

朱载堉(公元1536年 - 1611年), 字伯勤, 号句曲山人, 是明仁宗朱高炽(公元1378年 - 1425年)的第六代孙, 也即明朝开国皇帝朱元璋(公元1328年 - 1398年)的第九代孙。朱载堉于嘉靖十五年(公元1536年)生于郑王封地怀庆府(今河南沁阳市)。嘉靖二十五年(公元1546年)被册封为世子。嘉靖二十九年(公元1550年), 朱氏十五岁时, 父亲郑恭王朱厚烷(公元1518年 - 1591年)以无罪系狱, 后经十八年之久, 始获赦免, 恢复王爵。此事可能是促使朱载堉矢志不移, 潜心律吕历算的一个重要因素。“世子载堉笃学有至性, 痛父非罪见系筑土室宫门外, 席藁独处者十九年。”^[2] 嘉靖三十九年(公元1560年), 他完成音乐学方面的大型处女作《琴瑟》一书, 并于庚申季夏十有三日(公元1560年7月6日)为该书作序。可见, 虽居土室, 其志弥坚。“隆庆元年四月壬子(1567年6月5日), 复郑世子载堉冠带, 以郑王复爵也。”^[3] 厚烷复爵还国后, 与朱载堉合作撰写了《操缦》、《旋宫》等谱。

“臣父昔年居凤阳时, 怨艾之余, 琴书自适。……彼时亲写《操缦谱稿》, 藏诸篋笥。还国, 出以示臣, 且谕臣曰: ‘尔宜

在润色之, 为我著成一书, 以便观览。’及有口授, 指示甚详。臣既受教, 乃于暇日采古今传记及先儒旧说, 续以新闻, 附以愚见, 著成琴瑟操缦、旋宫等谱启进。臣父览之, 颇以为然。”^[4] 这就是《乐律全书》中的《操缦古乐谱》。因而, 从某种意义上说, 朱载堉新法密率乃是其“述家学、成父志”^[5] 的结果。万历十九年(公元1591年), 朱厚烷去世, 朱载堉让爵不袭, 自称道人, 在怀庆继续倾其心血著述。

朱载堉自幼聪明过人, “儿时即悟先天学。稍长, 无师授, 辄能累黍定黄钟, 演为象法、算、审律、制器、音协节和, 妙有神解。”^[6] 弱冠之时, 即喜读《性理大全》、《律吕新书》、《洪志》、《皇极内篇》等著作, 而且“口不绝诵, 手不停披, 研究既久, 数学之旨颇得其要”^[7]。他的著作有《乐律全书》、《嘉量算经》、《律吕正论》、《瑟谱》等, 其中《乐律全书》代表了他的最高成就。《乐律全书》是一部划时代的巨著, 全书共四十七卷, 涉及律学、乐学、舞学、历学、算学等学科, 汇集十四种著作而成, 包括《律学新说》, 四卷; 《乐学新说》, 不分卷; 《算学新说》, 不分卷; 《律吕精义》, 内外篇各十卷; 《操缦古乐谱》, 不分卷; 《旋宫合乐谱》, 不分卷; 《乡饮诗乐谱》, 六卷; 《六代小舞谱》, 不分卷; 《小舞乡乐谱》, 不分卷; 《二佾缀兆图》, 不分卷; 《灵星小舞谱》, 不分卷; 《圣寿万年历》, 二卷; 《万年历备考》, 三卷; 《律历融通》, 四卷。有关新法密率的计算成果在《律历融通》、《律学新说》、《律吕精义》、《算学新说》中都有所见。新法密率的发明是朱载堉在中国律学史上作出的最伟大的贡献。朱载堉详细地记述了新法密率的计算方法和数值:

“度本起于黄钟之长, 则黄钟之长即度法一尺。命平方一尺为黄钟之率。东西十寸为句, 自乘得百寸为句幂; 南北十寸为股, 自乘得百寸为股幂; 相并共得二百寸为弦幂。乃置弦幂为实, 开平方除

【收稿日期】 2003 - 07 - 16

【作者简介】 吴鸿雅, 厦门大学科技哲学专业硕士生, 研究方向: 传统音乐科学思想。

之,得弦一尺四寸一分四厘二毫一丝三忽五微六纤二二三七三〇九五〇四八八〇一六八九为方之斜,即圆之径,亦即蕤宾倍律之率。以句十寸乘之,得平方积一百四十一寸四十二分一十三厘五十六毫二十三丝七十三忽〇九五〇四八八〇一六八九为实,开平方除之,得一尺一寸八分九厘二毫〇七忽一微一纤五〇〇二七二一〇六六七一七五,即南吕倍律之率。仍以句十寸乘之,又以股十寸乘之,得立方积一千一百八十九寸二百〇七分一百一十五厘〇二毫七百二十一丝〇六十六忽七一七五为实,开立方除之,得一尺〇五分九厘四毫六丝三忽〇九纤四三五九二九五二六四五六一八二五,即应钟倍律之率。盖十二律黄钟为始,应钟为终,终而复始,循环无端,此自然真理,犹贞后元生,坤尽复来也。是故各律皆以黄钟正数十寸乘之为实,皆以应钟倍数十寸〇五分九厘四毫六丝三忽〇九纤四三五九二九五二六四五六一八二五为法除之,即得其次律也”。^[8]

上述的记载显示了朱载堉利用“勾股术”、“开平方术”、“开立方术”等数学成就来完成自己的运算。他先求出八度的二分之一即蕤宾律之长($\sqrt[2]{2} = 1.414213 \dots$),次求八度的四分之一即南吕律之长($\sqrt[4]{2} = 1.189207 \dots$),再求八度的十二分之一即应钟律之长($\sqrt[12]{2} = 1.059463 \dots$)。十二律中黄钟为始,应钟为终,周而复始,循环无端。应钟之数既得,欲求十二律中的某律的数值,以比其律低一律的数值乘以黄钟正律十寸,再除以应钟倍数数 1.059463……寸即可得。

二 连续与间断并重

所谓连续,是指“事物的毗连性和连续性,事物或运动无差异地衔接和贯通在一起,各个部分都等同,都彼此同一。”连续是与间断相对而言的。间断,是指“事物的分立性与跳跃性,事物或运动分为许多层次或类型,各个层次各种类型都有差别,彼此各异。”^[9]朱载堉新法密律的发明,既有其连续性,又有其间断性,体现了连续与间断的逻辑统一。

1、连续、间断之所依

中国传统乐律理论,数千年延绵不绝,自成体系。自先秦以来中国乐律学即与音乐文化史、自然科学史中的许多问题互有关联,分别在度、量、衡的计量科学,古代声学,古算法,天文与历学,乐器制造工艺,古乐的宫调体系、旋宫方法、记谱法等各个方面互有关联地发展着。从史料记载^[10]可知,从周代州鸠十二律的产生,到宋代蔡元定十八律的出现,其间历经了京房六十律、钱乐之和沈重的三百六十律、何承天的新律、荀的笛律、纯律等乐律方面的变革。从某种意义上说,京房的多于“十二律”的变律,继承了先秦的某些传统,以理论的形式,部分保留了钟律的特性,在汉代有一定的实践意义。没有它,不会有三百六十律的发展。有人认为,律数的极端出现,会导致数字神秘主义,用它去附会迷信学说。但仔细揣摩,应当明了,追求数字概念的精密工作,一方面是诸如钱乐之等天文学家计算力求准确的科学研究态度的反映,另一方面,也由于律数的极端出现,才有了后来返回十二律传统的必然。“经过历史的发展,人们发现原来所依据的事例是狭隘的,或者发现原来对于那些事例的认识包含一些错误。但是这个命题仍然反映了一定的普遍规律,因而必须

承认这个命题的提出是对于人类认识史一个重要的贡献。”^[11]

朱载堉在论述其思想来源时,讲了中国律学史的发展过程,谈到“《史记》、《汉书》所载律皆三分损益,惟《淮南子》及《晋(书)》、《宋书》所载此法,独非三分损益,盖与新法颇同。”^[12]并提出,“古人乐谱今虽失传,然其理则未尝亡也。学者不过穷理而已,必欲穷究古乐未亡之理,莫若先自今乐所易知者,以发明之。其理既明,一通百达,举而措之,斯无难矣,乃捷要之法也。”“借今乐明古乐不亦可乎”。^[13]“无古不成今,今之乐犹古之乐也。故取古之词章,今之音节,今古融通,使人易晓。或于乐学庶几有小补焉。”“《(乐)记》曰:‘凡音之起,由人心生也。’人心无古今之异,而音岂有古今之异哉?用古之词章,配今之腔调,使人易晓,而悟乐之理,如此其妙也。”^[14]这也就是说,今乐是古乐的发展结果,通过今乐不仅可以理解、认识古乐,而且可以表现古乐。每一个时代都有该时代所能接受的音乐形式,而这种为社会所喜闻乐见的音乐形式亦有助于古乐在新时代的再生。由此,创造性发展的主客观条件就集中并体现在朱氏的学术活动之中,进而使其完成新法密率的发明,实现了古代音乐思想和科学技术的高度统一。

可见,朱载堉之所以能发明十二平均律,除了他所处的时代和个人独有的环境影响外,还得益于我国律学史发展本身的内在逻辑。在乐律发展的每一历史阶段,认识中所包含的需要改善的因素,总毫无例外地多于不需要改善的或正确的因素。因而,需要把握的是,在发展的进程中,许多卓越的思想家,在不同程度上或多或少地发现了一些真理。进而“判断历史的功绩,不是根据历史活动家没有提供现代所要求的東西,而是根据他们比他们的前辈提供了新的东西。”^[15]由此领会在乐律研究中,律制的发展从来不能被看作可以一次了结地被证实或被推翻,演化中的研究传统具有很强的连续性。“从一个阶段到下一个阶段,研究传统的大多数重要假定总被保留。在演化过程中,大多数解题技巧和原则被保留。研究传统所要解决的经验问题的相对重要性大体上相同。但这里必须强调演化过程中相继阶段之间的相对连续性。”^[16]因为新的证据不断地显示:常见的科学思维方法总有前人看不见的局限,任何给定的乐律科学体系最终都要失去其促进知识增长方面的效用。在革命性的乐律科学变革时期,当一种新的体系有望取代老体系时,作为证据的老事实会在不同的概念结构内得到重新定位。

2、间断、连续之所伏

恩格斯指出:“整个自然界,从最小的东西到最大的东西,从沙粒到太阳,从原生生物到人,都处于永恒的产生和消灭中,处于不断的流动中,处于无休止的运动和变化中。”^[17]朱载堉通过对中国乐律史长河的考察,发现了以下问题:其一,旧律制既不能达到旋宫的目的,又和乐器(如七弦琴)界定的音阶位置、发音状态不协和,这说明了旧律制的正确性可疑。其二,原有的计算方法为了适合旧律制的需求而人为地修改数据,这说明旧律制的不合理。旧律制误导了发现新律制的方向。正是这两个问题为朱载堉发明新律制,确立了

大致的方向,指引了解答的途径。基于此,朱载堉一开始就确立了能旋宫转调的新律必须不用三分损益之法,不拘隔八相生之序,不取围径皆同之论。这样,许多的经验知识在新的思路指导下,得到了新的归纳、总结和解释。由此,朱载堉提出了用等比数列的方法解决十二平均律的数学表达的问题。“用勾股之术及开立方求之所得也。是以隔八隔六,循环无端,上下相生,首尾一贯,以证往而不返之说为非。”^[18]朱载堉不守黄钟九寸之说,认为起始音弦长数值的确定只是“算家之立率耳”,这为其采用新法计算新律提供了数理基础,即以 $\sqrt{2}$ 为公比的等比数列的解法,其计算过程更为可行,“创立新法:置一尺为实,以密率除之,凡十二遍,所求律吕真数,比古四种术尤简捷而精密。”^[19]可见,对朱载堉的科学认识过程来说,从十二不平均律到十二平均律,体现了连续的渐进过程的中断,即出现了间断性。但是,这种间断性又不是绝对的:从十二不平均律到十二平均律,是一个连续变化而形成的新律制:

“是以新法不用三分损益,不拘隔八相生,然而相生有序,循环无端,十二律吕,一以贯之。此盖二千余年之所未有,自我圣朝始也,学者宜尽心焉。”^[20]

3、方法论意义

可见,认识是连续和间断的统一。认识在什么地方都不能到达一条重新从零开始的界限。这就证明了一种思想,即科学的内容是创造者们共同努力的结果。科学不断地把过去得到的知识搜集,在新的模型中重新铸造、不断改善。这样一来,它在前进的每一点上一般能以发展的形式总结出过去的整个的发展过程。无论是先秦的钟律,汉代京房的六十律,晋代荀的笛律,南朝何承天的传统乐律学以及朱载堉的新法密率,其无不发端于各个历史时代的需要,为适应各个时期音阶形态与旋宫性能而创造新律和提供理论基础。这一系列的阶段,即是间断性,是人们实践和认识的间断性的体现。律制上新的方法起源于旋宫的要求,新律制的应用亦为重新确立宫调系统的原因。这说明了各门学科的发展又可成为历史连续的统一系列,因而又是连续的。由此,纵观中国古代乐律理论,始终围绕如下问题而发展的,即:乐器的调律;宫调的调律;宫调体系与一定律制、一定乐器的关系;一定乐种在音乐实践中的乐、律关系以及有关记谱法的规范等。简言之,即音乐中律、调、谱、器四者之间的综合关系。因此,“就量在它的直接自身联系中来说,或者就量为通过引力所设定的自身同一的规定来说,便是连续的量;就量所包含的一的另一规定来说,便是分离的量。但连续的量也同样是分离的,因为它只是多的连续;而分离的量也同样是连续的,因为它的连续性就是作为许多一的同一或同一的‘—’。”^[21]

乐律史的发展表明,事物的发展是演变和进化的过程,是连续性和间断性的统一。乐律的发明作为事物发展过程应该是一个符合辩证法的发展过程。

三 精确与模糊并重

所谓精确性和模糊性,是标志“事物的确定性和非确定

性、明晰性和非明晰性的范畴,也是认识各种事物的‘非此即彼’和‘亦此亦彼’矛盾关系的反映。”^[22]模糊和精确,是一对矛盾,根据不同的情况,有时要求精确,有时要求模糊。有些现象本质上就是模糊的,如果硬要使之准确,自然难以符合实际。另一方面,有些现象是精确的,但是,适当地模糊化可能使问题得到简化,灵活性大为提高。精确与模糊,有本质的差别,又有内在的联系,两者相互区别、相互依存亦可相互转化。从一定意义上说,模糊亦是精确。朱载堉的发明,不仅反映了连续与间断的逻辑统一,而且也体现了精确与模糊的相互补充。可以这么说,朱载堉新律制方法的灵感也得益于精确与模糊这对范畴的判断。

1、精确,模糊之所依

朱载堉认为十二平均律的思想,“非自古所未有,疑古有之,失其传也。”^[23]因此,关键在于找到一个精确的可操作的计算方法。他说:

“达音数之理者,变而通之,不可执于一也。是故不用三分损益之法,创立新法。置一尺为实,以密率除之凡十二遍,所求律吕真数,比古四种术尤简捷而精密。数与琴音互相校正,最为吻合。惟博学明礼之儒、知音善算之士,详味此术,必有取焉者矣,岂庸俗所能识哉!”^[24]在这段引文中,朱载堉提出了音与数的辨证关系,认为音要与数相吻合,但又不可偏执于一方,两者之间可以变通。

由此,朱载堉提出,应以算术定音律。

“然窃论之,以黍验其容受,未若以算术推其容受也;以竹考其声音,未若以算术定其声音也。声音、容受,皆形而下者也,安能出于算术之范围哉!盖彼黍粒有小有大,容受有虚有实,人手有轻有重,轻则虚而易满,重则实而容多,触动振摇,陷亏不定,一时再校,即无同者。若不先以算术预定所容之黍,则其偶然一校,何足据哉!凡竹管之理,两端厚薄不等,孔内亦各不同。两端相似,万中无一。选遍天下之竹,使之为管,求其与律合者,亦未有也。”^[25]这说明了由于计算手段的不合理,使律制的数值和音阶不协和,因为“律由声制,非由度出。”^[26]听律在先,算律在后,“数真则音无不合矣。若音或有不合,是数之未真也。”^[27]因此,以精确性为基础,方能有效地寻找新的计算手段。

“臣尝宗朱熹之说,依古三分损益之法以求琴之律位。见律位与琴音不相协而疑之。昼夜思索,穷究此理。一旦豁然有悟,始知古四种律皆近似之音耳。此乃二千年间言律学者之所未觉。惟琴家安徽,其法四折去一,三折去一,俗工口传,莫知从来。”^[28]

以上可见,朱载堉认为三分损益法的律位与琴音不相协和,穷究此理,得出二千年间乐律家们所信奉的古四律只是近似之音;在对琴弦“折去”的试验中,分别作了二折、三折、四折、五折、六折、八折的实验,不厌其烦地运算和调音,可见其对精确的执着。

2、模糊,精确之所伏

另外,亦是最关键的是,在对琴弦“折去”的理解中,“折去”本意为折叠,朱载堉在冥思苦想中,将其与古代的数学家进行开方运算过程中说的“折”相联系,悟为开方运算。可能由此得出“四折去一、三折去一”是正律与倍律的弦长比作被

开方数,将3和4作根指数并进行连续两次的开方运算,开4次方之后,再开3次方。朱载堉是以弦长的比例来确定八度音高的数值。他“命平方一尺为黄钟之率”,即12,可见他设定一尺长的弦为黄钟,即黄钟为1;他第一次作开方运算,是分别将句十寸、股十寸的平方数相加。由此,句一尺股一尺之和即两尺是为倍黄钟,即倍黄钟为2。构成完全八度的弦长比值2:1。通过一系列的计算之后,弦线从2变为1,其长度越来越短;发音从倍黄钟到正黄钟,音调却越来越高。弦长比与发音频率成倒数关系。朱载堉将表示八度音程的弦长比2开平方、又开平方、再开立方,得到了2的12次方根的数值1.059463……。这值就是通常所说的半音,我国传统说法称之为应钟律数。然后,将八度值2连续除以应钟值,累除十二次,就得到了相应的平均律中八度内十二个音的音高。因此,这个平均律就是以 $\sqrt[12]{2}$ 为公比数的等比数列。朱载堉将这个公比数称之为“密的长度”。

这就是从模糊的概念判断中突破了难点,赢得成功的绝好例证。

3、方法论意义

从整个的人类认识史来说,人类的整个认识活动中存在着模糊性、精确性、模糊性辩证转化的逻辑必然性。恩格斯如是说:

“一切差异都在中间阶段融合,一切对立都经过中间环节而互相过渡……辩证法不知道什么绝对分明的和固定不变的界限,不知道什么无条件的普遍有效的“非此即彼!”,它使固定的形而上学的差异互相过渡,除了“非此即彼!”,又在适当的地方承认“亦此亦彼!”,并且使对立互为中介;辩证法是最高的、最普遍地适合于自然观的这一发展阶段的思维方法。”^[29]

在乐律研究中,宋代蔡元定的《律吕新书》对此也作了探索,提出了“十八律”理论。该律用“三分损益法”生成十二律之后,继续从仲吕下生六律,称为“变律”,共十八律。它们是:

黄变太太变夹姑变仲蕤林变夷南变无应变
黄太姑林南应
钟钟吕族族钟洗洗吕滨钟钟则吕吕射钟钟

蔡元定在解释为什么止于十二个正律、六个变律时,认为是为了精确性;从他的九进制所得数值与十进制所得数值的比较来看,其单一化了精确性,忽视了精确模糊的辩证关系。当然,我们不能因此苛求古人。他“有功律学亦多,但未勘破王莽刘歆班固之谬,是犹有遗憾焉。”^[30]这也许是蔡元定发现不了十二平均律的缘由吧!

近年来,当语言学家为获得模糊集这一工具而感到高兴时,模糊集的概念也进入了文学艺术领域。文艺理论家开始应用模糊集的概念讨论模糊性与精确性的问题,模糊性不再被视为“异类”,已成为严肃研究的对象。再则,一个新的科学思想的最初轮廓,一般来说,更多地开始于一种模糊的、不确定的形式之中。另外,严格地说来,所有的精密方法,都是相对模糊而言,并包括这一定的模糊性。所有的科学方法都

是既有精确性又有模糊性的方法。科学抽象的本身,尽管主要的方面是精确的,但在许多的方面则是模糊的。分析和综合,归纳和演绎,也都是在取舍中前进,在抓住主要矛盾和矛盾的主要方面的前提下,力图近似地接近本质。

通过对朱载堉新法密率发明的考察,可以看出其科学实践是连续与间断、精确与模糊并重的过程。因此,科学就其莫基于事实之上并永无止境地探索真理而言,必定是连续与间断、精确与模糊辩证统一。那么,值得深思之处还在于,是什么样的力量促使朱载堉突破连续、挑战精确,从而能以间断、模糊的新视角审视过去,这,许是一种科学的精神。

(附注:在此文写作过程中,得到了我的导师郭亚彬教授、周畅教授、乐爱国副教授的悉心指导,在此一并致谢。)

【参 考 文 献】

- [1]参阅冯文慈点注本:律学新说[M],北京:人民音乐出版社,1986.1.
- [2]明史[M].卷一百十九·诸王列传·第十二册.3627-3628.
- [3]明穆宗实录[M].卷七.
- [4][5]朱载堉.律吕精义[M].进律书奏疏.《(四库全书)》本,并参阅冯文慈点注本:律吕精义[M].北京:人民音乐出版社,1998.下同.)
- [6](清·顺治)河南通志[M].卷五十八·人物.
- [7]朱载堉.乐学新说[M].进历书奏疏.
- [8]朱载堉.律吕精义[M].内篇·卷一·不用三分损益第三.
- [9][22]沈小峰、王德胜.自然辩证法范畴论[M].北京:北京师范大学出版社,1990.176、271.
- [10]详见笔者学位论文史料整理材料(一).
- [11]张岱年.中国哲学史方法论发凡[M].北京:中华书局,2003.52.
- [12][23][30]朱载堉.律吕精义[M].内篇·卷四·新旧法参校第六.
- [13]朱载堉.乐学新说[M].
- [14]朱载堉.灵星小舞谱[M].
- [15]列宁.评经济浪漫主义列宁全集第2卷[M].北京:人民出版社,1984.150.
- [16]拉德·劳丹.进步及其问题[M].刘新民译.北京:华夏出版社,1999.99.
- [17][29]恩格斯.自然辩证法[M].北京:人民出版社,1971.16、190.
- [18]朱载堉.律历融通[M].附录·音义.
- [19][24][27][28]朱载堉.律学新说[M].卷一·密率律度相求第三.
- [20]朱载堉.律吕精义[M].内篇·卷一·不拘隔八相生第四.
- [21]黑格尔.小逻辑[M].北京:商务印书馆,1980.221.
- [25]朱载堉.律学新说[M].卷二·证之以律声.
- [26]朱载堉.乐律全书[M].序.

(责任编辑 殷杰)