带模糊量词的性质命题推理*

高东平
（中山大学逻辑与认知研究所，中山大学哲学系，广东 广州，510275）

摘要：本文讨论了带模糊量词的性质命题之间的对当关系，详细论述了带模糊量词的性质命题的变形推理及三段论推理，给出了模糊量词推理有效的规则，并证明了规则是可靠性且所有有效的三段论形式都是符合修改规则的。

关键词： 模糊量词；模糊三段论；周延度
中图分类号：B81 **文献标识码**：A

1． 引言

在传统逻辑中，对当关系方阵很好的刻画了全称性质命题和特称性质命题之间的关系，三段论的推理规则给出了判断三段论推理形式是否有效的标准，然而，在日常生活中，人们并不仅仅应用全称和存在两个量词，而经常会使用带有“绝大多数”，“几乎所有”，“很多”等词的命题进行交流或推理。这些词的广泛应用性使得对其进行深入研究变得非常必要。

广义量词理论的发展，使量词的研究范围得到了很大的扩展。在广义量词理论中，上面提到的具有量化意义的几个词都被视为量词。在本文中我们对模糊量词的理解也是在广义量词理论的框架下，对可以将语义模糊化的一类具有量化意义的词语的广义的理解。

对于这些非全称和存在的量词，Peterson, Philip.L 曾在[1]中研究了：“极少数”，“很多”“大多数”三个词的语义，及其在对当关系方阵中的位置。Thompson [2]则将“大多数”加入到对当方阵中，并修改了一些传统的判断三段论有效的规则。在前述成果的基础上，Peterson[2000]给出了判断带中间量词：“几乎所有，大多数，很多”的三段论有效的规则。

本文中，笔者将三段论前提中所带量词的范围扩大到模糊量词，并完善修改了Peterson[2000]提出的规则，使其能够作为判断模糊三段论是否有效的标准。

2.模糊量词

广义量词理论概括了各种自然语言量化表达式的语义性质，把自然语言中具有量化意义的表达式归结为各种类型的量词，这些类型表现为<1>,<1,1>,<<1,1>,1>等。其中，类型为<1>的量词在模型中对应论域 E 的子集的集合，即对应从 P(E)到{0，1}的函项，类型为<1>的量词所指称的函项集合记为：TYPE<1>。专名或名词短语对应此类型的量词；<1,1>类型的量词是限定词所对应的广义量词，指称从 P(E)到 TYPE1 的函项。这类量词在表现方式上比较接近正统逻辑中的量词。如：一些，每一个，不多于，大多数等。<<1,1>,1>类型的量词为二元限定词对应的量词，指称从 P(E)×P(E)到 TYPE<1>的函项。这类量词与两个普通名词组合构成名词短语，如：fewer…than…, five more…than…等。[3，4]

在广义量词理论涉及的限定词中，有一些是可以将语义本身模糊化的，如“很”，“稍许”，“极”，“略”，“非常”，“比较”，“微”，“特别”，“大约”，“近似于”……普林斯及合作者根据它们影响命题内容的方式的不同将其分别称为“改变算子”和“模糊化算子”。通过“改

收稿日期：2006-1
基金项目：本文获得教育部哲学社会科学研究重大课题攻关项目资助。

变算子”(adaptor)，使词语变得非典型(比如，“很多”中的“很”，“非常多”中的“非常”)；通过“模糊化算子”(rounder)，使精确词语含有模糊意义(比如，“大约三十”中的“大约”)。[5] 舍乃尔将模糊化算子称为近似算子。[6]在模糊数学界，也有些学者将“改变算子”称为“语气算子”(因为，这类算子调整了词义的肯定程度。)[7]

本文中，我们对模糊量词进行如下定义：

定义 1：具有使语义模糊化功能的限制词所对应的广义量词称为模糊量词。

在本文中将着重讨论{许多、很数、大多数、几乎全部……}这一系列的模糊量词。

3.带模糊量词的性质命题推理

在本节中我们将详细讨论带模糊量词的性质命题在关系方阵中基本关系及性质推理。

3.1 模糊量词的关系方阵

在本小节中，我们将详细分析带上述模糊量词的性质命题之间的对当关系。在讨论对当关系之前，首先给出模糊量词 M 的语义下限的概念：

定义 2：对任意的 A, B$\subseteq$U，若对任意的 B，$|A|\leqslant|B|$，“$|B|$S（不）是 P”为真，则“[M]S（不）是 P”为真，则称$|A|$为模糊量词 M 的语义下限。

例如：若论域为 100 个学生，当“大于等于 80 个学生是戴眼镜的”为真时，“绝大多数学生是戴眼镜的”为真，则称 80 是“绝大多数”的语义下限。

显然，论域不同，同一个模糊量词所对应的语义下限也是不同的。

命题 1：对语义下限大于半数的量词 M，“[M]S 是 P”与“[M]S 不是 P”是反对关系。

证明：因为 M 的语义下限大于半数，因此 $\min\{|[M]|\} > |U|/2$, 所以“[M]S 是 P”与“[M]S 不是 P”不能同真；若存在 n 个 S 是 P($|n|\leqslant|U|/2$)，则“[M]S 是 P”与“[M]S 不是 P”均为假。因此，“[M]S 是 P”与“[M]S 不是 P”是反对关系。

命题 2：对语义下限小于半数的量词 M，“[M]S 是 P”与“[M]S 不是 P”是下反对关系。

证明：同为真的情况显然；若同为假，则论域中存在个体既不是“P”，也不是“不是 P”，在二值逻辑的框架下，不存在这种情况，因此，对语义下限小于半数的量词 M，“[M]S 是 P”与“[M]S 不是 P”是下反对关系。

由命题 1 和命题 2 可以看出，我们并没有考虑量词“一半”，因为，“一半 S 是 P”和“一半 S 不是 P”为等价关系，为了与传统的对当关系方阵保持一致，本文中，我们不打算详细讨论等价关系。

命题 3：对肯定性质的模糊量词 M1, M2，对同一论域，若 M1 的语义下限大于 M2 的语义下限，则“[M1]S（不）是 P”与“[M2]S（不）是 P”具有差等关系。

在传统逻辑中，“所有 S 是 P”蕴涵“一些 S 是 P”成立，是因为其中的“一些”解释为不受限制的，即至少一个，或者更多。但要是被解释为“一个，一些，许多但不是大多数”的话，那么“所有 S 是 P”则不能蕴涵“一些 S 是 P”。同样，对于模糊量词，我们也将其解释为不受限制的，即对模糊量词 M，其语义是“至少 M，或者更多”。这样，“所有 S（不）是 P”蕴涵“大多数 S（不）是 P”，“大多数 S（不）是 P”蕴涵“很多 S（不）是 P”等均成立。在此解释下，命题 3 显然成立。

对否定性质的模糊量词，则正好相反，例如：“极少数 S 是 P”则蕴含“少数 S 是 P”

对于矛盾关系我们给出下述判定命题，

命题 4： M1，M2 为模糊量词，对同一论域 U，M1 的语义下限为 x，M2 的语义下限为 y，“[M1]S 是 P”与“[M2]S 不是 P”为矛盾关系，当且仅当，$x+y=|U|+1$

证明：因为|[M1]|+|M2|>|U|，所以“[M1]S 是 P”与“[M2]S 不是 P”不能同真；

假设“[M1] S 是 P”为假，令 S*={s|s∈S∧s∈P}，则|S*|<x，因此，max{|S*|}=x-1；即 min{|{s|s∈S∧s∉P}|}=|U|-x+1 =y。因此，“[M2]S 不是 P”为真。

因此，“[M1]S 是 P”与“[M2]S 不是 P”为矛盾关系。

为了讨论的方便，我们将模糊量词的词集限定为{存在，许多，很多，大多数，几乎所有，所有}。若我们认为“大多数”的语义下限与“很多”的语义下限之和恰为|U|+1，“几乎所有”的语义下限与“许多”的语义下限之和恰为|U|+1，则其对当关系如下图所示：

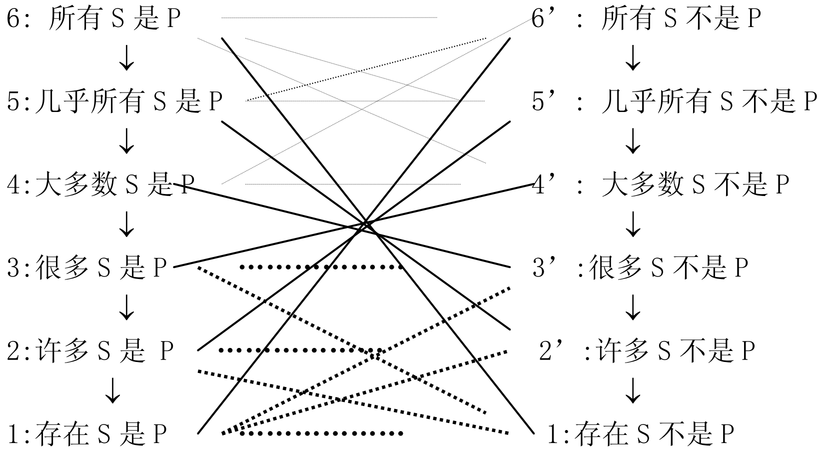

图 1

图中：↓ 表示差等关系；⋯ 表示反对关系；⋯ 表示下反对关系；___ 表示矛盾关系。

3.2 周延与周延度

在传统逻辑中，周延性的概念如下：在一个直言命题中，如果陈述了它的主项（或谓项）的全部外延，那么这个命题的主项（或谓项）就是周延的。因此，全称命题的主项和否定命题的谓项是周延的，其他位置的词项都是不周延的。

我们在讨论带模糊量词的直言命题词项的周延性问题时，采用“周延度”的概念。Philip L.Peterson 在研究 almost-all、most 和 many 这几个量词时，提出了周延度的概念，并分别对带这几个量词的命题的主项和谓项在肯定和否定两种情况下的周延性进行了区分。本文中我们借鉴 Philip L.Peterson 的方法，并将其推广为一般情况。

为了表示“周延”与“不周延”质的区别，我们将传统的“不周延”定义为 0 度周延，记为 DI0；传统的“周延”定义为 1 度周延，记为 DI1。因此，特称命题的主项和所有肯定命题的谓项的周延度为 0。其他模糊量词的周延度介于 0-1 之间。若词集中有 n 个模糊量词，模糊量词 M 在词集中按其语义下限排序后的位置为 i（尽管“存在”和“全部”不是模糊量词，但为了叙述的方便，我们在任意模糊量词的词集中增加“存在”为第一个量词，“全部”为最后一个量词），则其对应的命题的主项的周延度为(i-1)/(n-1)，记为：DI (i-1)/(n-1)；对于否定命题，仍然是陈述了其谓项的所有外延，因此，对于带模糊量词的否定命题的谓项仍然是传统意义上的周延，周延度为 1，即与“全部”的主项的周延度相同。例如：若模糊量词的词集中只有{存在，许多，很多，大多数，几乎所有，全部}这几个量词，则：

所有肯定命题的谓项：DI0
存在的主项：DI0
许多的主项：DI1/5
很多的主项：DI2/5
大多数的主项：DI3/5

几乎所有的主项：　　DI4/5
全部的主项：　　　　DI1
所有否定命题的谓项：DI1

3.3 模糊量词命题的变形推理

命题变形推理是指通过改变性质命题的联项或者改变性质命题的主项和谓项的位置，或者即改变联项又改变主项和谓项的位置，从而得出结论的推理。

首先我们来考虑换质法，对带有模糊量词的性质命题，换质法仍然成立，如：

很多 S 是 P→很多 S 不是非 P

几乎所有的 S 不是 P→几乎所有的 S 是非 P

即：[M]S 是 P→[M]S 不是非 P

　　[M]S 不是 P→[M]S 是非 P

规则为：（1）只改变前提的质；（2）结论中的谓项是前提中谓项的矛盾概念。

再来考虑换位法：

我们给出换位法的规则如下：

(1) 只更换主项与谓项的位置，命题的质不变；

(2) 更换后主项，谓项的周延度不得高于原命题中的周延度。

由规则可以保证非全称否定命题不能换位。如：几乎所有 S 不是 P，若进行换位的话，由于命题的质不变，因此换位后仍是否定命题，但 S 做为换位后的谓项其周延度大于原命题中的周延度，因此非全称否定命题不能换位。

另外由换位规则也可以得到：所有肯定命题换位后都得到一个特称命题。例如："大多数 S 是 P"进行换位推理，因为 P 的周延度为 1，换位后 P 做为命题主项，其周延度要不大于 1，因此命题只能是特称的。

对于换质位推理，没有特殊的规则，但由换质推理和换位推理的规则可知：所有非全称肯定命题不能换质位。

4. 模糊三段论推理

我们将含有模糊量词的三段论称为模糊三段论。本节我们将给出保证模糊三段论有效的推理规则，并证明所有符合修改规则的都是有效的推理形式，所有有效的推理形式都是符合修改规则的。

在经典逻辑中，有效的三段论能通过应用下列 4 条规则定义：

1、 中项在前提中至少周延一次；

2、 在前提中不周延的项在结论中不得周延；

3、 两个否定前提不能得出结论；

4、 结论是否定的，当且仅当，前提中有一个是否定的；

两个导出规则：

1、 至少一个前提必须全称。

2、 如果前提有一个是特称，则结论必为特称。

在 Perterson[8]那里，研究 almost-all, most 和 many 几个量词组成的三段论时，把推理规则改为：

（1）　中项在前提中的周延度大于 5；

（2）　结论中的周延度不得大于前提中的周延度；

（3） 两个否定前提不能得出结论；

（4） 结论是否定的，当且仅当，前提中有一个是否定的；

其中，DI=1：特称的主项和存在的谓项；

DI=2：many 的主项；

DI=3：most 的主项；

DI=4：almost 的主项；

DI=5：all 的主项和否定的谓项；

但是，考虑下面前提：

Most M are S	Most M are not P
Most M are P	Most M are S

对于第一组前提一定可以得出存在 S 是 P!对第二组前提一定可以得出存在 S 不是 P!但其中中项 M 的周延度并不大于 5！因此笔者在 Peterson 研究的基础上将带模糊量词的三段论有效的规则修改为：

R1：推理形式为第一格，第二格，第四格，第三格前提均为肯定命题时，中项的周延度的最大值必须在三段论中为最大。

在两个前提中，中项可以有不同的周延度，并不要求中项在两个前提中的周延度都比其他各项大。

R2：每一个项在结论中的周延度不得高于其在前提中的周延度。

这样同样可以保证某一概念在结论中所陈述的对象范围不超出它在前提中所陈述的范围。

R3：两个否定前提不能得出结论。

R4：结论是否定的，当且仅当，前提中有一个是否定的。

R5：只有第三格允许两个前提均为非全称，且两个前提的模糊量词的语义下限之和必须大于论域的基数。

易见，若词集中只有存在和全称两个量词，则上述规则退化为传统规则，即上述修改规则可以推出传统规则。因此，在经典逻辑中有效的 24 个三段论在修改以后的理论中仍然保持有效。而且，没有一个在经典逻辑中无效的三段论推理形式在修改以后的理论中变得有效。而且进一步，我们可以得到下面结论：

结论 1：修改规则是可靠的。

为了证明上述结论，我们首先给出有效性，可靠性的定义。

定义 3：一个模糊三段论推理形式是有效的，如果没有一种解释使得它的前提为真，而结论为假。

定义 4：修改规则是可靠的，如果满足它的推理形式都是有效的。

以图 1 为例，我们证明修改后规则的可靠性。可靠性的证明与 Peterson[2000]中的证明类似。

我们分别用 1-6 来表示从“存在”到“所有”的肯定命题，用 1’-6’表示从“存在”到“所有”的否定命题。

按照中项在前提中的位置的不同，带模糊量词的三段论同样可分为 4 个格：

(1)	(2)	(3)	(4)
M P	P M	M P	P M
S M	S M	M S	M S
S P	S P	S P	S P

则我们可将所有满足修改规则的三段论按不同的格列出：

第一格：

666 665 664 663 662 661	6’66’ 6’65’ 6’64’ 6’63’ 6’62’ 6’61’
655 654 653 652 651	6’55’ 6’54’ 6’53’ 6’52’ 6’51’
644 643 642 641	6’44’ 6’43’ 6’42’ 6’41’
633 632 631	6’33’ 6’32’ 6’31’
622 621	6’22’ 6’21’
611	6’11’

第二格：

66’6’ 66’5’ 66’4’ 66’3’ 66’2’ 66’1’	6’66’ 6’65’ 6’64’ 6’63’ 6’62’ 6’61’
65’5’ 65’4’ 65’3’ 65’2’ 65’1’	6’55’ 6’54’ 6’53’ 6’52’ 6’51’
64’4’ 64’3’ 64’2’ 64’1’	6’44’ 6’43’ 6’42’ 6’41’
63’3’ 63’2’ 63’1’	6’33’ 6’32’ 6’31’
62’2’ 62’1’	6’22’ 6’21’
61’1’	6’11’

第三格：

661 561 461 361 261 161	6’61‘ 6’51’ 6’41’ 6’31’ 6’21’ 6’11’
651 551 451 351 251	5’61’ 5’51’ 5’41’ 5’31’ 5’21’
641 541 441 431	4’61’ 4’51’ 4’41’ 4’31’
631 531 431	3’61’ 3’51’ 3’41’
621 521	2’61 2’51’
611	1’61

第四格：

661	66’6	6’61
561	66’5	6’51
461	66’4	6’41
361	66’3	6’31
261	66’2	6’21
161	66’1	6’11

证明：

由模糊量词差等关系知：

A1：$6\rightarrow5\rightarrow4\rightarrow3\rightarrow2\rightarrow1$

A2：$6'\rightarrow5'\rightarrow4'\rightarrow3'\rightarrow2'\rightarrow1'$

对于第一格：

首先，经典逻辑中有效的三段论在修改后的系统中仍然是有效的。即 666, 661，611，6’66’, 6’61’, 6’11’都是有效的。

若前提为：6mp

5sm

因为“几乎所有 s 是 m”，“所有 m 是 p”，则所有是 m 的 s 都是 p，因为所有是 m 的 s 组成的集合的基数在“几乎所有”的语义范围内，因此，我们认为 655 是有效的，同样，我们也可以接受 644, 633, 622, 6’55’, 6’44’, 6’33’, 6’22’的有效性。由上述三段论的有效性及 A1,，A2 可得：

a. 因为 666 是有效的，由 A1 可得：665, 664，663，662，661 是有效的。

b. 因为 655 是有效的，则由 A1 可得：654，653，652，651 是有效的。

c. 因为 644 是有效的，则由 A1 可得：643，642，641 是有效的。

d. 因为 633 是有效的，则由 A1 可得：632，631 是有效的。

e. 因为 622 是有效的，则由 A1 可得：621 是有效的。

f. 因为 6’66’是有效的，由 A2 可得：6’65’, 6’64’, 6’63’, 6’62’, 6’61’是有效的。

g. 因为 6’55’是有效的，由 A2 可得：6’54’, 6’53’, 6’52’, 6’51’是有效的。

h. 因为 6’44’是有效的，由 A2 可得：6’43’, 6’42’, 6’41’是有效的。

i. 因为 6’33’是有效的，由 A2 可得：6’32’, 6’31’是有效的。

j. 因为 6’22’是有效的，由 A2 可得：6’21’ 是有效的。

对于第二格：

如果 66’6’, 65’5’, 64’4’, 63’3’, 62’2’,61’1’, 6’66’, 6’55’, 6’44’, 6’33’, 6’22’,6’11’的推理形式是有效的，则通过 A1，A2 可以得到：66’5，66’4, 66’3, 66’2, 66’1；65’4, 65’3, 65’2, 65’1；64’3, 64’2, 64’1；63’2, 63’1；62’1；6’65’, 6’64’,6’63’,6’62’, 6’61’；6’54’, 6’53’, 6’52’, 6’51’；6’43’, 6’42’, 6’41’；6’32’， 6’31’，6’21’是有效的。

对于 66’6’, 65’5’, 64’4’, 63’3’, 62’2’, 61’1’, 6’66’, 6’55’, 6’44’, 6’33’, 6’22’,6’11’的有效性可以经典逻辑中有效的三段论形式及第一格中已经证明了的有效形式得到。例如：

对于 66’6’：

6pm
6’sm
———
6’sp

用结论的矛盾命题来代替小前提：

6pm
1sp
———
1sm

1sm 恰好为小前提的矛盾命题，因此 66’6 是有效的。

对于 65’5’,

6pm
5’sm
———
5’sp

用结论的矛盾命题代替小前提，由对当关系可知，则前提变为：

6pm
2sp
———
2sm

很容易看出，此三段论的结论与 65’5’的小前提矛盾。因此，65’5’是有效的。相似的可以通过第一格中 655 的有效性证明 62’2 的有效性，通过第一格中 644 的有效性证明 63’3’的有效性。通过第一格中 633 的有效性证明 64’4’的有效性。

对于 6’55’：

6’pm
5sm
———
5’sp

由换位推理知 6’pm↔6’mp，因此将大前提变换为 6’mp，则即为第一格的 6’55’,由第一格中 6’55’的有效性可知，第二格中 6’55’有效。同样，第二格中的 6’44’，6’33’，6’22’,6’11’均可以通过变换对应于第一格的 6’44’，6’33’，6’22’,6’11’。因此，由第一格中上述三段论推

理形式的有效性可以得到第二格中所对应形式的有效性。

对于第三格：

假设下列前提集是真的：

(1) 6mp　(2) 6mp　(3) 6mp　(4) 6mp

5ms　4ms　3ms　2ms

在小前提上通过 A1，可得 1ms 是真的。因此下面的前提集是真的：

6mp

1ms

上述前提可以得到 1sp，因此，1sp 可以从上述的每一对前提得出。因此，651, 641, 631, 621 是有效的。相似的，可以得出 561, 461, 361, 261 是有效的。同样的原因可以证明 6’51’, 6’41’, 6’31’, 6’21’；5’61’, 4’61’, 3’61’, 2’61’是有效的。

再考虑 551:

5mp

5ms

1sp

假设前提为真，结论为假，则根据对当关系，6sp 为真。用结论的矛盾命题来代替大前提：

6sp

5ms

5’ mp

但是，结论 5’mp 和前提中的 5mp 是反对关系，如果 5’mp 是真的，那么 5mp 一定是假的。但是 5mp 和 5ms 假设为真，因此，前提为真，它的结论必须也为真。即 551 是有效的。相似的可以证明 441 是有效的。

因为 441 是有效的，而 5→4，因此分别加强大小前提而得到 541 和 451 都是有效的。

再考虑 531 和 431 假设下述三段论的前提是真的：

5mp

3ms

1sp

把大前提换为结论的否定得到下面的前提集：

6’sp

3ms

如果 531 中的前提是真的，在归缪假设的情况下，6’sp 和 3ms 也都是真的. 此时，前提为第一格的形式，上面已经证明，第一格中，6’和 3 为真时，3’,2’,1’都为真。但是 2’mp 矛盾于 5mp，3’mp 矛盾于 4mp。因此，如果 531, 431 中的前提是真的，那么结论也是真的。因此，531, 431 是有效的。对 521 同样，用结论的否定替换大前提，可以得到 2’，与 5 矛盾。因此，521 也是有效的。

接下来，假设下面的前提是真的

3mp　2mp　3mp

5ms　5ms　4ms

那么重新排序后：　5ms　5ms　4ms

3mp　2mp　3mp

也是真的。

但是，因为 531, 521, 431 已经证明是有效的了，因此 1ps 可以由重新排序后的前提得到。

因此也可以由上述前提 3，5；2，5；3，4 得到。即如果 3，5；2，5；3，4 是真的，那么 1sp 也是真的。因此，351，251，341 是有效的。

对于大前提为否定命题的情况，用结论的否定去代替大前提，则前提变为：

6sp

(1-6)ms

则对应于第一格的形式，而得到的有效的结论均可以找到一个和大前提矛盾或反对关系的命题。用这种方法可以证明，第三格中的所列出的三段论形式都是有效的。

对于第四格：

a. 因为 66’6’是有效的，由 A1 知：66’5’, 66’4’, 66’3’, 66’2’是有效的。

b. 因为 161 是有效的，通过连续的加强大前提，可以得到 261，361，461，561 是有效的。

c. 因为 6’11’是有效的，通过连续的加强小前提，可以得到 6’21’, 6’31’, 6’41’, 6’51’是有效的。

因此，符合修改规则的所有形式的模糊三段论都是有效的，因此，修改规则是可靠的。

结论 2：所有有效的三段论形式都是符合修改规则的。

证明如下：

如果我们能够表明没有一个违反规则的三段论形式是有效的，那么我们也就能说所有有效的形式都是符合修改规则的。因此，我们只需证明没有一个违反任何一个修改规则的三段论是有效的。

对于第一格：[M1]mp

[M2]sm

[M]sp

情况 1：若违反第一条规则，即：中项在前提中的周延度不最大。

若前提都为肯定，则由 R5 知 M2 为全称，由 R4 知结论为肯定。

如果 Us⊆Um∩¬Up，则可得到“所有 s 不是 p”因此，无论 M1，M 为何种量词，都可以找到一种解释，使得前提为真，而结论为假，即推理是无效的。

如果前提中有一否定命题，则一定是[M1]mp 为否定，否则 m 有最大的周延度，与假设矛盾，且结论为否定命题。存在可能：Us⊆Up，使得[M1]mp 和[M2]sm 同时为真，而此时，可得到结论“所有 s 是 p”，即不论[M]为何种模糊量词，都可以找到一种解释，上述情况都可以是结论为假。即推理无效。

情况 2：若违反修改规则 2，即：存在一项结论中的周延度大于前提中的周延度。

若前提都为肯定命题，由 R1，R5 知[M1]为全称量词。考虑下述可能情形：

Um=Up，且恰有 M2 的最小下限个 S 是 M，此时前提均为真，但只有[M2]的最小下限个 S 是 P，而[M]的最小下限大于[M2]，因此结论为假。即推理无效。

若前提有一是否定命题，则有两种形式：a.[M1]mp 为全称否定命题；b.[M2]sm 为否定命题。对于 a.若恰有[M2]的最小下限个 s 是 m，且所有不是 m 的 s 都是 p，则[M]sp 为假，因为[M]的最小下限大于[M2]。对于 b.结论为否定命题，但存在可能 Us⊆Up，不论 M1，M2 为何种量词，都可以使得前提都为真，但此时，不论 M 为何种量词，结论都为假。

综上所述，违反修改规则 2 的第一格推理形式都是无效的。

情况 3：若违反修改规则 3，即：前提都是否定命题。

由 R4 知，结论一定是否定命题。存在可能 Us⊆Up，不论 M1，M2 为何种量词，都可以使得前提都为真，但此时，不论 M 为何种量词，结论都为假。即推理无效。

情况 4：若违反修改规则 4，即：a.前提都是肯定命题，结论为否定命题；或者 b.前提有否定命题，而结论为肯定命题。

对于 a.前提都是肯定命题则 p 在前提中的周延度为 0，而结论是否定命题，则 p 在结论中的周延度为 1，与 R2 矛盾。上面已证，违反 R2 的第一格推理形式是无效的。因此，前提都是肯定命题，结论为否定命题的第一格推理形式是无效的。

考虑 b.由 R1 知，或者[M1]mp 为全称否定；或者[M2]sm 为否定。

对于上述两种情况都存在可能：$Us\cap Up=\varnothing$，使得无论 M1，M2 为何种量词，前提都为真，肯定结论都为假。

情况 5：若违反第五条修改规则，即：第一格的三段论前提都是非全称命题。（因为只有第三格前提中的模糊量词的论域相同，因此 R5 的后一条件其他格不会违反。）

若前提都是肯定命题，则结论为肯定。但存在可能：$Us\cap Up=\varnothing$，使得无论 M1，M2 为何种量词，前提都为真，肯定结论都为假。

若前提中有一否定命题，则结论为否定。由 R2 知，[M1]mp 为否定，由 R1 知[M1]为全称，否则中项在前提中不最大。矛盾与假设。

因此，违反第五条修改规则的第一格三段论推理形式无效。

对于第二格：[M1]pm

[M2]sm

[M]sp

情况 1：假设违反第一条修改规则。

若中项在前提中不最大，则前提只能是两个肯定命题，由 R4 知，结论为肯定命题。但存在可能：$Us\subseteq Um\cap\neg Up$，使得前提为真，此时结论为“所有 s 不是 p”因此无论[M]为何种模糊量词，都存在解释使得前提为真，结论为假。

情况 2：假设结论中存在一项周延度大于其在前提中的周延度。

若前提都是肯定命题，则由 R1 知，M1，M2 都是存在量词，违反 R5。

若前提有一否定命题，则结论为否定命题。

a.若[M1]pm 为非全称否定。则由 R5 知，[M2]sm 为全称肯定。则存在可能：$Us\subseteq Um\cap Up$，使[M1]无论为何量词，前提都为真，但此时无论[M]为何种量词，否定结论都为假。

b.若[M1]为全称否定。则[M2]必须是非全称量词，否则结论中 s，p 的周延度都不会大于其在前提中的周延度。若恰存在[M2]的语义下限个 s 是 m，且不是 m 的 s 都是 p，则前提都为真，但因为[M]的语义下限大于[M2]，因此结论为假。

c.若[M2]sm 为非全称否定。则由 R5 知，[M1]pm 为全称肯定。则存在可能：$Um=Up$，且恰有[M2]的语义下限个 s 不是 m，则前提为真，结论为假。

d.若[M2]sm 为全称否定。则存在可能：$Us\subseteq Up$，使[M1]无论为何量词，前提都为真，但此时无论[M]为何种量词，否定结论都为假。

因此，对于第二格违反修改规则 2 的推理形式都是无效的。

情况 3：假设前提为两个否定命题。

由 R4 知，结论一定是否定命题。但存在可能 $Us\subseteq Up$，不论 M1，M2 为何种量词，都可以使得前提都为真，但此时，不论 M 为何种量词，结论都为假。即推理无效。

情况 4：若违反修改规则 4，即：a.前提都是肯定命题，结论为否定命题；或者 b.前提有否定命题，而结论为肯定命题。

若前提都是肯定命题，则由 R1 知，M1，M2 必须都是存在命题。但这违反 R5，因此前提不能都是肯定命题。若前提中有否定命题，存在可能：$Us\cap Up=\varnothing$，不论 M1，M2 为何种量词，前提都为真，但不论 M 是何种量词，肯定结论都为假。

情况 5：若两个前提都是非全称命题。

若都是肯定命题，则由 R1 知，M1，M2 都只能是存在量词，但显然这是无效的。

若前提中存在否定命题，则由 R4 知结论为否定命题。由 R2 知，M1 为全称量词，矛盾

与假设。

因此，违反任何一条修改规则的第二格三段论推理形式都是无效的。

对于第三格：[M1]mp

[M2]ms

[M]sp

情况 1：显然对与第三格来说不会违反 R1。

情况 2：若结论中一项的周延度大于其在前提中的周延度。

若前提都为肯定命题，则结论为肯定命题。且由 R5 知，M1，M2 的语义下限都大于其相对应的论域的半数。p 在结论中的周延度为 0，则 s 的周延度必须大于 0，否则两个项在结论中的周延度都不大于其在前提中的。但存在可能，$|Um|=1$，$Um\subseteq Up$，$Um\subseteq Us$，$|Us|>>|Um|$ 且所有不是 m 的 s 都不是 p，则对任意模糊量词 M1，M2 前提都为真，而对非存在量词 M，结论为假。

若前提中有一否定命题。

a. [M1]mp 为否定命题。则由 R3，R4 知结论为否定命题且[M2]ms 为肯定命题。则只能是 s 在结论中的周延度大于前提中的，即 s 在结论中的周延度大于 0。但存在可能，$|Um|=1$，$Um\cap Up=\varnothing$，$Um\subseteq Us$，$|Us|>>|Um|$ 且所有不是 m 的 s 都是 p，则对任意模糊量词 M1，M2 前提都为真，而对非存在量词 M，结论为假。

b.[M2]ms 为否定命题。则[M1]mp 为肯定命题。但存在可能：$Um\subseteq Up$，$Us\subseteq Up$，$Um\cap Us=\varnothing$，使得无论 M1，M2 为何种量词，前提都为真，但不能得到否定结论。

情况 3：若前提都是否定命题。

则由 R4 知结论为否定。但存在可能：$Us=Up$，使得前提都为真，但对任意模糊量词 M，否定结论都不成立。

情况 4：若违反修改规则 4，即：a.前提都是肯定命题，结论为否定命题；或者 b.前提有否定命题，而结论为肯定命题。

a．前提都是肯定命题，则前提中 p 的周延度为 0，而在否定结论中，其周延度为 1，与 R2 矛盾。

b. 若[M1]mp 为否定命题，则存在可能 $Um\cap Up=\varnothing$，$Um=Us$，使得对任何模糊量词 M1，M2 前提都为真，但对任意模糊量词 M，肯定结论都为假。

若[M2]ms 为否定命题，则存在可能 $Um\cap Us=\varnothing$，$Um=Up$，使得对任何模糊量词 M1，M2 前提都为真，但对任意模糊量词 M，肯定结论都为假。

情况 5：若两前提都是非全称，且语义下限之和不大于论域的基数。

若前提都是肯定命题，则由 R4 知结论为肯定命题。若 M1 与 M2 的语义下限之和不大于论域的基数，则存在可能：$Us\cap Up=\varnothing$，使得前提都为真，但此时对任意模糊量词 M，肯定结论都是假。

若前提有一否定命题，由 R4 知结论为否定命题。若 M1 与 M2 的语义下限之和不大于论域的基数，a.[M1]mp 为否定命题，则存在可能：$Us\subseteq Up$ 使前提为真，但对任意模糊量词 M，否定结论都为假。b.[M2]ms 为否定命题，则结论中 p 的周延度大于前提中的周延度，违反 R2。

综上所述，对第三格违反任何一条修改规则的推理形式，都是无效的。

对于第四格：[M1]pm

[M2]ms

[M]sp

其论证过程类似于第一格，第二格，由于篇幅所限，不再累述。

因此，没有一个违反任何一条修改规则的三段论是有效的。因此，所有的并且仅仅是有效的三段论满足修改规则。

以上我们的证明仅仅是针对词集限定为6个模糊量词的证明，词集扩展为n个模糊量词，不影响证明结果。

参考文献

[1] Peterson, Philip L. On the Logic of ‘Few’,‘Many’,‘Most’.Notre Dame Journal of Formal Logic, 1979a, 155-179

[2] Thompson, Bruce E. Syllogisms with Statistical Quantifiers. Notre Dame Journal of Formal Logic, 1986,27(1), 93-103.

[3]邹崇理 逻辑、语言和信息----逻辑语法研究 人民出版社 2002 P99-128

[4] Barwise, J.and Cooper,R.(1981), *Generalized Quantifiers and Natural Language,* Ling. and Philos. **4**, 159—219.

[5]张乔 模糊语义学 中国社会科学出版社 1998。

[6] J. Channell, Value Language, Oxford University Press, 1994.

[7]杨纶标，高英仪，模糊数学原理及应用，华南理工大学出版社，2001.

[8] Peterson, Philip L. Intermediate Quantities, Ashgate Publishing Ltd, 2000.

Reasoning of the Categorical Propositions with Fuzzy Quantifiers

Gao Dong-ping

(Institute of Logic and Cognition, Department of Philosophy, Zhongshan University, Guangzhou, 510275)

Abstract: we argue in this article the relation of contradictoriness, contrariness, sub-contrariness and entailment of the categorical propositions with fuzzy quantifiers. And we discuss the fuzzy syllogism reasoning and the rules of the fuzzy syllogism in detail. Last we prove that all the amend rules we provide are sound, and all valid inference forms satisfy the amend rules.

Key words: fuzzy quantifiers, fuzzy syllogism, distribution degree