

利用多变量动态马尔科夫转移因子模型

对我国经济周期波动的经验研究

石柱鲜，刘俊生

(吉林大学数量经济研究中心，吉林大学商学院，吉林 长春 130012)

摘要: 本文应用多变量动态马尔科夫转移因子模型对我国 1991 年 1 月以来的经济周期波动进行研究。通过选取两组与经济景气一致的宏观经济指标进行实证分析，结果表明多变量动态马尔科夫转移因子模型对不同组指标的分析是一致的；根据模型所构造出的景气指数与一致合成指数的对比分析，我们发现这两个指数不论从变动趋势和峰谷转折点，还是波动幅度上都极其相似；通过对经济周期转折点测定，并与我国经济运行状况对比，我们认为用多变量动态马尔科夫转移因子模型刻画经济周期的特征是有效的。

关键字: 经济周期；协同运动；非对称性；局面转移模型；动态因子模型

中图分类号: F224.0

文件标识码: A

1 前言

自 1946 年 Burns 和 Mitchell (1946) 对经济周期的开创性研究以来，许多学者针对经济周期的度量及其转折点的识别问题进行了大量的研究工作。Burns 和 Mitchell 认为经济周期存在两个关键的特征：一是经济变量间的协同运动 (Comovement)，Lucas (1976) 强调由于许多经济部门之间的协作，导致了部门间产出的协同运动，并且正是由于变量之间具有协同运动的特征，因此可以用各种先行、一致和滞后的合成指标来度量经济景气；二是经济周期可以被简单的区分为扩张局面和收缩局面，由此定义局面发生转移的转折点日期，即经济周期的转折点。此后很长一段时间内，对上述两个关键特征的实证研究都仅仅关注经济周期的时间序列特性，并且大都是以线性差分方程作为分析工具，这些研究中不仅忽略了许多变量间的协同运动，而且只关注为数不多的几个宏观经济变量，特别是当经济变量时间序列存在非对称性时，线性时间序列模型就存在一定的失误和偏差。

Stock 和 Watson (1989, 1991, 1993) 使用动态因子模型，通过从一系列宏观经济序列中得到一个单公因子 (single common factor) 来描述他们之间的协同运动；Hamilton (1989) 建立了一个实际 GNP 在扩张和收缩局面之间离散转移的非线性模型，刻画经济景气在不同局面下的非对称性特征。然而，不论是动态因子还是局面转移，都只是孤立地考察协同运动或局面非对称的一个方面，Diebold 和 Rudebusch (1996) 提出了带有马尔科夫局面转移的多变量动态因子模型 (MS-SW 模型)，将经济周期的这两大特征综合到一个框架内。但这样导致模型变得很复杂，模型求解极其困难，Kim (1994) 和 Kim&Nelson(1998) 分别提出了近似极大似然估计和 Gibbs 抽样方法估计参数，使得 MS-SW 模型估计成为可能，由此涌现出大量应用此类模型对经济周期的实证研究，另外也出现了另外一些的模型求解方法，如 Kaufmann (2000) 利用 MCMC(Markov Chain Monte Carlo) 模拟方法估计模型参数等。

本文应用 Diebold 和 Rudebusch (1996) 提出的 MS-SW 模型，综合考虑经济周期协同运动和非对称性的两大特征，利用 Kim (1994) 提出的近似极大似然估计和度量我国的经济周期并识别其

转折点。本文共分为四个部分，第二部分为 MS-SW 模型和算法的简单描述；第三部分应用 MS-SW 模型，通过选取两组与经济景气一致的宏观经济指标对我国经济周期进行实证分析，然后将模型构造出的两个景气指数与一致合成指数进行对比，并基于概率的方法测定了经济周期的转折点，第四部分为结论。

2 MS-SW 模型描述

动态因子模型是 Stock 和 Watson (1991) 建立的刻画一系列宏观经济变量协同运动的概率模型，认为很多宏观经济变量之间的联动存在一种共同趋势成分，即公因子。用 ΔY_{it} 表示第 i 个宏观指标的增长率在 $t \in \{1, \dots, T\}$ 期的变动，用 Δy_{it} 表示 ΔY_{it} 对其均值的偏离，即 $\Delta y_{it} = \Delta Y_{it} - \overline{\Delta Y_{it}}$ ，用 Δc_t 表示的 Δy_{it} 的公因子成分， z_{it} 表示第 i 个宏观指标的异质成分，那么第 i 个宏观指标的模型就可以表示成：

$$y_{it} = (\varphi_{i0} + \varphi_{i1} \cdot L + \dots + \varphi_{ir_i} \cdot L^{r_i}) \cdot \Delta c_t + z_{it} \quad (1)$$

$$\Delta c_t = \mu + \phi(1 - \phi_1 \cdot L - \dots - \phi_p \cdot L^p)^{-1} \cdot v_t, \quad v_t \sim i.i.d.N(0, \sigma^2) \quad (2)$$

$$z_{it} = (1 - \psi_{i1} \cdot L - \dots - \psi_{iq_i} \cdot L^{q_i})^{-1} \cdot e_{it}, \quad e_{it} \sim i.i.d.N(0, \sigma_i^2) \quad (3)$$

其中， L 为滞后算子。这样通过 (1) - (3) 式，就将经济指标分解为公因子和异质因子两个自回归过程。

现假设公因子中的 μ 和 σ 的取值依赖于不可观测的二值状态变量 $s_t \in \{0, 1\}$ 的实现，我们用 s_t 表示景气在 t 期的局面状态， $s_t = 0$ 表示收缩局面； $s_t = 1$ 表示扩张局面，这样不同局面状态下的 μ 和 σ 不同，它们的取值取决于 t 时期所处的局面状态，用 μ_{s_t} 和 σ_{s_t} 表示，这样将 (2) 式改写为带有局面转移的形式：

$$\Delta c_t = \mu_{s_t} + \phi(L)^{-1} \cdot v_t, \quad v_t \sim i.i.d.N(0, \sigma_{s_t}) \quad (4)$$

假设 s_t 服从一阶马尔科夫过程，那么转移概率 p_{ij} 就可表示为：

$$P(s_t = j | s_{t-1} = i) = p_{ij}, \quad \sum_{k=0}^1 p_{ik} = 1$$

如果各期的状态 $S^T = (s_1, \dots, s_T)$ 已知，那么就可以通过标准的极大似然估计方法使用 Kalman 滤波估计上面模型参数，但由于 s_t 是不可观测的，只能基于 y_t 过去信息的条件密度对当前 s_t 进行推断，这要通过 Hamilton 滤波¹来计算，而且在每期都会产生有两个不同的动态路径，经过 t 期累计后，状态的路径将会达到 2^t 种，使得模型变得不可识别。

由于在状态空间模型中参数带有了局面转移的性质，标准的 Kalman 滤波并不能直接应用求解。利用 Lam 的一般化 Hamilton 模型可以精确的得到极大似然估计结果，Monte Carlo 试验也可以得到相对较好的结果，但是都需要有很高的计算成本。Kim (1994) 提出的 Kim 滤波使用近似极大似然估

计来处理，实际上 Kim 滤波是 Kalman 滤波和 Hamilton 滤波的叠加，是在先完成 Kalman 滤波之后对 2^p 种状态的条件信息近似化简为 2 种状态的非条件信息以进行 Hamilton 滤波。Kim 比较了 Lam 和 Kim 滤波的结果，发现计算量很小的 Kim 滤波结果是 Lam 模型很好的近似。

Kim 和 Yoo (1995) 中假设公因子成分中的截距具有状态转移性质，而不是 (4) 式中假设公因子的均值具有状态转移，这样将 (4) 式改成 (5) 式的截距转移形式：

$$\phi(L) \cdot \Delta c_t = \mu_{s_t} + v_t, \quad v_t \sim i.i.d.N(0,1) \quad (5)$$

这样 Kalman 滤波中只需要考虑 2^2 种状态，状态种数与 p 无关。

通过 Kim 滤波我们可以得到公因子 Δc_t 的序列，由此可以根据下面 (6) 式生成一个描述经济景气波动的指数 C_t ：

$$C_t = C_{t-1} + \Delta c_t + \delta \quad (6)$$

由于 Kalman 滤波过程中的稳态增益无法求得，那么 δ 只能做近似常数处理。为了使指数 C_t 与一致合成指数 CI_t 具有可比性，我们做出如下假设：

$$C_0 = CI_0 \quad (7)$$

$$C_t = C_{t-1} + \Delta c_t \cdot \sigma_{\Delta CI} / \sigma_{\Delta c} + u_{\Delta CI} \quad (8)$$

这样新指标 C_t 和 CI_t 的差分就具有相同的均值和方差。

通过 Hamilton 滤波，可以得到各期局面状态的统计推断概率。通常把用直到当期的信息来推断当期状态的概率称为滤波概率(filtering probability)，记为 $P[S_t | \psi_t]$ ；用直到前一期的信息来推断当期状态的概率称为预测概率(predicting probability)，记为 $P[S_t | \psi_{t-1}]$ ；用全部的信息来推断当期的概率称为平滑概率(smoothing probability)，记为 $P[S_t | \psi_T]$ ，由于平滑概率具有“后验”的特征，因此本文基于这样的平滑概率，通过设定一定的规则，对经济周期的峰和谷的日期进行测定。

3 MS-SW 模型估计和结果分析

3.1 指标数据

MS-SW模型对经济景气的分析，首先是要选取一组宏观经济指标。根据模型的要求，指标选取应考虑以下几个原则：指标应与经济景气变动基本一致、应能反映各主要经济活动领域变化，且相互独立、有一定的代表性。因此，我们选取出两组一致指标以进行模型的对比分析，第一组指标（设为模型A）的组成为：社会需求指数²、广义货币供应量、城镇居民可支配收入、工业生产指数，这四个指标分别从需求、货币、收入、生产四个方面反映了经济领域的变动，这也跟一致合成指数的构成指标相同；第二组指标（设为模型B）的组成为：固定资产投资完成额、社会消费品零售额、消费物价指数，工业增加值，这四个指标从投资、消费、物价、生产四个方面反映出经济领域的变动，指标选择都具有相当的代表性。

为了得到指标增长率去趋势的平稳周期成分，我们对指标取对数差分，然后进行季节调整以消除季节性因素和不规则因素的影响，得到第 i 个宏观指标的增长率序列 Y_{it} ，进而我们得到 $y_{it} = \Delta Y_{it} - \overline{\Delta Y_{it}}$ 。我们选取从 1991 年 1 月到 2005 年 2 月的月度数据建立 MS-SW 模型。图 1 是模型所选取各指标的序列图。

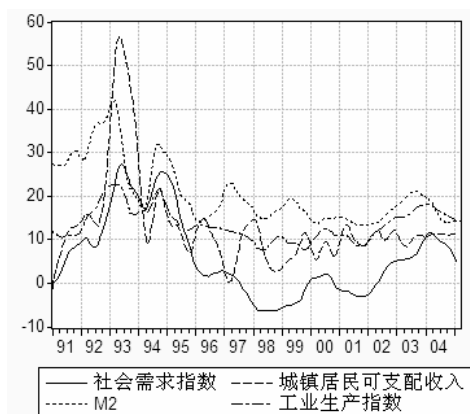


图 1a 模型 A 选取指标序列

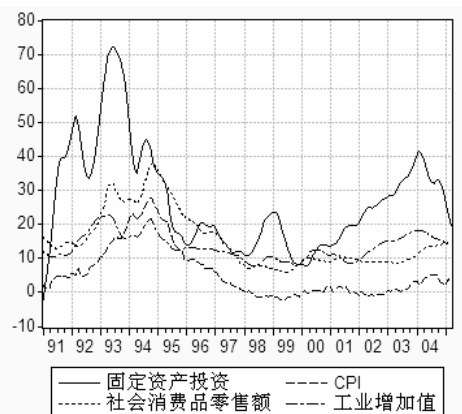


图 1b 模型 B 选取指标序列

3.2 模型选择和检验

模型中的延迟构造，即 (1)、(3)、(5) 式中参数 (r, p, q) 的确定，主要是根据 BIC 准则，同时参考 AIC 准则和对数似然函数值的大小来决定的。

$$BIC = -2\log L(f(r, p, q)) + n\log(nT) \quad (8)$$

其中， $\log L(f(r, p, q))$ 表示在参数 (r, p, q) 设定下的对数似然函数值， n 为待估参数的个数， T 为样本长度。表 1 列出了模型在不同参数 (r, p, q) 下的 BIC 准则大小：

表 1 模型 A 和 B 在不同参数下的 BIC

参数 (r, p, q)	模型 A	模型 B
(1, 1, 1)	-654	-326
(1, 1, 2)	-1140	-620
(1, 2, 2)	-1231	-771
(1, 2, 1)	-746	-466
(2, 1, 1)	-748	-488
(2, 1, 2)	-1207	-735
(2, 2, 2)	-1256	-856
(2, 2, 1)	-839	-539

由表 1，依据选取最小 BIC 值的准则，我们将模型的参数设定为 (2, 2, 2) 形式，表 2 列出了模型的参数估计结果：

表 2 模型估计结果

参数	模型 A	模型 B
φ_{11}	0.114	0.085
φ_{12}	0.107	-0.053
φ_{21}	0.077	0.056
φ_{22}	0.019	0.068
φ_{31}	0.071	0.057
φ_{32}	0.037	0.058
φ_{41}	0.005	0.126
φ_{42}	0.133	0.152
ϕ_1	1.54	1.41
ϕ_2	-0.59	-0.50
ψ_{11}	1.66	1.56
ψ_{12}	-0.69	-0.61
ψ_{21}	1.52	1.63
ψ_{22}	-0.58	-0.66
ψ_{31}	1.60	0.28
ψ_{32}	-0.64	0.19
ψ_{41}	1.58	1.48
ψ_{42}	-0.62	-0.55
μ_0	-3.91	-1.98
μ_1	2.49	3.43
$\sigma_{\mu 0}$	2.81	2.74
$\sigma_{\mu 1}$	2.97	2.40
σ_1	0.049	0.259
σ_2	0.274	0.199
σ_3	0.217	0.866
σ_4	0.229	0.001
p_{00}	0.9228	0.938
p_{11}	0.9411	0.891
$(1-p_{00})^{-1}$	12.96	16.15
$(1-p_{11})^{-1}$	16.98	9.19
对数似然值	701.38	485.01

3.3 MS-SW 指数与一致合成指数比较

根据文中建立的 MS-SW 模型，我们可以得到公因子成分 Δc_t 序列，再参考 CI 指数，通过 (7) 式计算，得到跟 CI 指数具有可比性的 MS-SW 指数，图 2 是 MS-SW 指数和 CI 指数的时间序列图形。

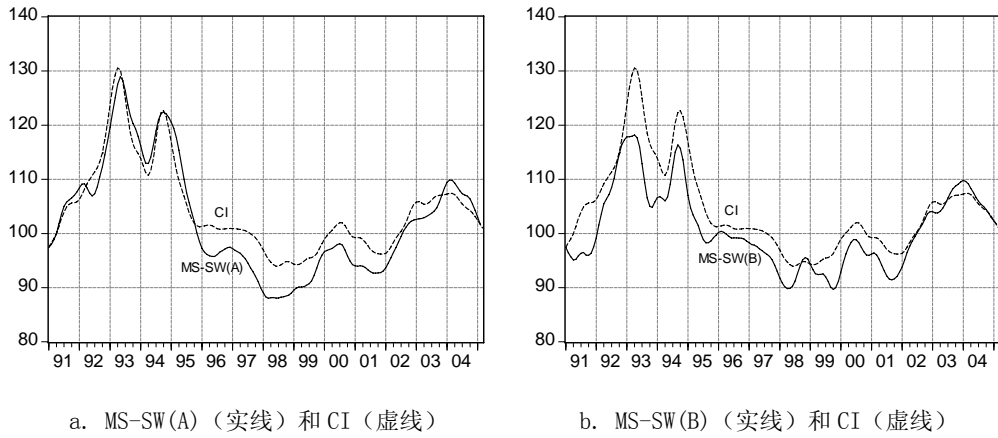


图 2 实线为 MS-SW 指数，虚线为 CI

从图 2a 中可以看出，由构成 CI 的一组经济指标通过 MS-SW 模型所构成的指数不但从形状上跟 CI 非常相似，而且曲线的峰和谷在时间点上也都一致；从波动幅度上看，1991 年到 1995 年这两个指数也很一致，1996 年到 2001 年间 MS-SW(A) 指数比 CI 稍低，到 2002 年时 MS-SW 指数幅度再次与 CI 一致。由于人们一般都认为 CI 既可以刻划经济周期的转折点，又描述了经济周期的波动大小，根据上面的结果分析表明，本文得到的 MS-SW(A) 指数描述经济景气是有效的。经检验，这两个指数的相关系数达 0.964。从图 2b 中可以看出，MS-SW(B) 指数跟 CI 曲线无论从变动趋势还是峰和谷转折点也都很一致，但 MS-SW(B) 指数较 CI 指数较低，只有到 2002 年之后两指数才靠近。经检验，MS-SW(B) 指数较 CI 指数之间的相关系数稍小，为 0.914。

MS-SW(A) 指数跟 MS-SW(B) 指数的差异反映了指标选取上的不同，MS-SW 指数与构成指标之间的关系可以通过相关系数反映出来，表 3 列出了 MS-SW 指数与各组内的指标间的相关性。

从表 3 和表 2 中我们看出，相关性较大的指标，在模型中的参数 φ 值也相应较大；模型 A 的相关系数和要大于模型 B 的相关系数和，这与参数估计中模型 A 的对数似然函数值大于模型 B 的对数似然函数值的事实一致，因此相比而言，模型 A 要比模型 B 好。这可能是因为：模型 A 用社会需求指数和模型 B 用固定资产投资和消费品零售额指标均反映了经济中的需求方面，工业生产指数和工业增加值以及 M2 和 CPI 也都反映了经济中相同方面，但模型 A 中还包含居民可支配收入指标，因而获得了较好的模型结果。

表 3 MS-SW 指数与指标间的相关性

模型 A 指标构成	与 MS-SW(A) 指数相关系数	模型 B 指标构成	与 MS-SW(B) 指数相关系数
社会需求指数	0.985	固定资产投资	0.779
M2	0.691	消费品零售额	0.625
居民可支配收入	0.727	CPI	0.606
工业生产指数	0.889	工业增加值	0.997
相关系数和	3.292	相关系数和	3.007

3.4 经济周期转折点测定

Kim 滤波的结果也可得到各期处于每个状态的条件概率，本文用平滑概率进行局面判定，即根据各期平滑概率是否大于 0.5，判定景气局面的状态，图 3 为 MS-SW 模型得到的收缩局面的概率序列。

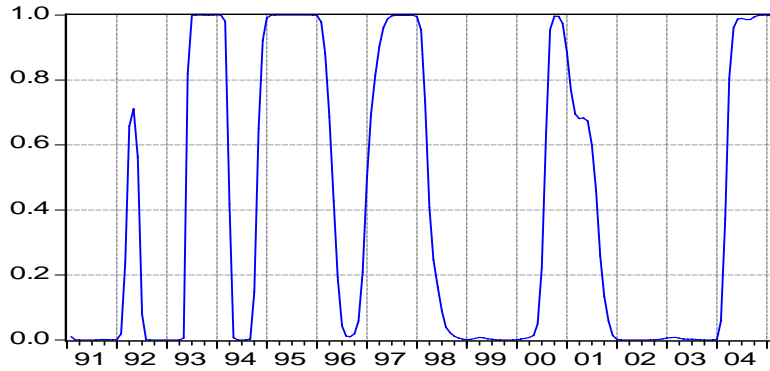


图 3a. MS-SW(A)指数收缩局面的概率序列

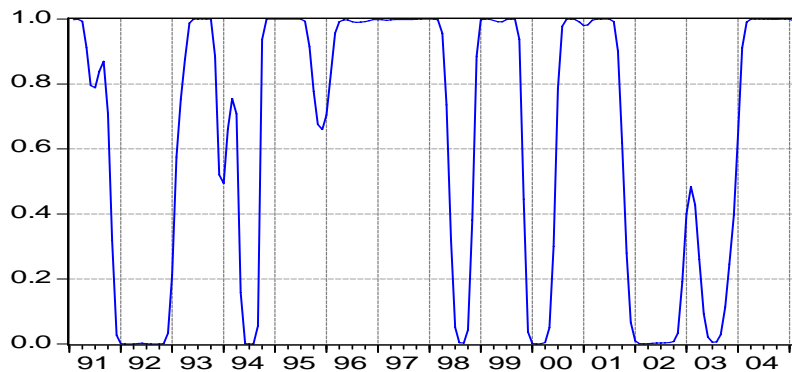


图 3b. MS-SW(B)指数收缩局面的概率序列

我们根据景气局面的判定结果，对样本区间内我国经济周期峰和谷的日期进行测定。参考 Layton(1996)使用的规则：假定当前至少已有 5 个连续时点收缩局面的平滑概率小于 0.5，如果紧接着至少还有 5 个时点的平滑概率大于 0.5，那么最后一个平滑概率小于 0.5 的时点就被确认为谷，反之被确认为峰；本文在此规则的基础上，加入了两条关于经济周期的基本约束以作为确认转折点的准则(董文泉等，1998)：(1) 要求峰和谷之间至少持续 6 个月以上；(2) 一个完整周期的持续时间应大于 15 个月。

基于以上判断峰和谷的规则，我们将用 MS-SW 模型确认的峰和谷日期及 CI 指数确认的峰和谷日期分别列在表 4 中：

从表 4 中我们发现，通过 3 个指数共同确认的谷有 3 个，峰有 4 个，其中的谷确认之间偏差都在 5 个月以内，峰确认之间的偏差都在 3 个月以内，表现出 MS-SW 模型结果的稳定性与与一致合成方法结果的一致性。然而，模型 A 单独确认了 1996 年 4 月的谷和 1997 年 1 月的峰，模型 B 单独确认了 1991 年 10 月的谷，1998 年 11 月的峰和 1999 年 10 月的谷。

从图 1a 中我们发现社会需求指数和 M2 这两个指标都呈现出模型 A 在 1996 年 4 月出现谷和 1997 年 1 月出现峰的特征；图 1b 中的固定资产投资和工业增加值这两个指标也呈现出模型 B 在 1991 年 10 月出现谷，1998 年 11 月出现峰和 1999 年 10 月出现谷的特征，结合表 2 的参数估计结果来看，我们又发现这些指标的估计参数在模型中贡献都是较大的，因此我们认为模型产生的特异性差异是由指标选取上的主观性及指标间的特性差异造成的。

根据 MS-SW (A) 指数的结果，结合我国景气经济的运行状况，从 1991 年至今，我国经济发展主要经历了 8 个阶段³：1991 年 1 月到 1993 年 5 月经济的扩张阶段，1993 年 6 月到 1994 年 3 月的短收缩阶段，1994 年 4 月到 1994 年 10 月的短扩张阶段，1994 年 11 月到 1998 年 3 月的收缩阶段，1998 年 4 月到 2000 年 7 月的短扩张阶段，2000 年 8 月到 2001 年 7 月的短收缩阶段，2001

年 8 月到 2004 年 3 月的扩张阶段，2004 年 4 月至今仍处于收缩阶段。从以上分析来看，MS-SW 指数所反映我国经济景气波动基本上与这八个阶段一致。

表 4 测定经济周期转折点日期的比较

谷日期			峰日期		
CI	MS-SW(A)	MS-SW(B)	CI	MS-SW(A)	MS-SW(B)
		1991 年 10 月	1993 年 4 月	1993 年 5 月	1993 年 1 月
1994 年 4 月	1994 年 3 月	1993 年 12 月	1994 年 10 月	1994 年 10 月	1994 年 9 月
	1996 年 4 月			1997 年 1 月	
1998 年 7 月	1998 年 3 月	1998 年 5 月			
					1998 年 11 月
		1999 年 10 月			
			2000 年 7 月	2000 年 7 月	2000 年 6 月
2001 年 12 月	2001 年 7 月	2001 年 10 月	2004 年 3 月	2004 年 3 月	2003 年 12 月

4 结论

本文应用多变量动态马尔科夫转移因子模型，通过选取两组与经济景气一致的宏观经济指标对我国 1991 年 1 月以来的经济周期波动进行研究，研究表明：多变量动态马尔科夫转移因子模型对不同组指标的分析结果是一致的；用模型所构造出的景气指数描述经济景气是有效的；不同组指标结果的差异反映了指标选取的主观性及指标间的特性差异。因此恰当的选择与经济景气一致的宏观经济指标，用多变量动态马尔科夫转移因子模型刻画我国的经济周期特征是有效的。

参考文献

- [1] Hamilton, J. D.. "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle" [J]. *Econometrica*, 57, 357-384, 1989.
- [2] Layton, A. P. and D. Smith . "A Further Note of the Three Phases of the US Business Cycle" [J]. *Applied Economics*, 32,1133-1143, 2000.
- [3] Kim, C.-J.. "Dynamic Linear Models with Markov-Switching" [J]. *Journal of Econometrics*, 60, 1-22, 1994.
- [4] Burns, A.F. and W.C. Mitchell. "Measuring Business Cycles" [W]. NBER.,1946.
- [5] Kim. "Dynamic Linear Models with Markov-Switching" [J]. *Journal of Econometrics*, 60, 1-22,1994.
- [6] Kim, M.-J. and J.-S. Yoo. "New Index of Coincident Indicators: A Multivariate Markov Switching Factor Model Approach" [J]. *Journal of Monetary Economics*, 36, 607-630..1995.
- [7] Diebold, F.X. and Rudebusch. "Measuring Bussiness Cycles: A Modern Perspective" [J]. *The Review of Economics and Statistics*, 78, 67-77, 1996.
- [8] Kim and Nelson. "Business Cycle Turning Points, a New Coincident Index, and Tests of Duration Dependence Based on a Dynamic Factor Model with Regime Switching" [J]. *The Review of Economics and Statistics*, 80, 188-201, 1998.
- [9] Stock and Watson. "New Indexes of Coincident and Leading Economic Indicators" [C]. NBER Macroeconomics

Annual, Cambridge. MA: MIT Press, 1989.

[10] Marcelle. "An Econometric Characterization of Business Cycle Dynamics With Factor Structure And Regime Switching" [J]. International Economic Review, 39, 4, 1998.

[11] Kaufmann. "Measuring business cycles with a dynamic Markov Switching factor model: an assessment using Bayesian simulation methods" [J]. Econometrics Journal, 3, 39-65, 2000.

The Empirical Research For Business Cycle In China Using the Multivariate Markov Regime-switching Model

Shi Zhu-xian, Liu Jun-sheng

(JiLin University, Center for Quantitative Economics, Jilin Changchun 130012)

Abstract: In this paper a dynamic factor model with Markov-switching is developed to investigate business cycle in china since 1991. After empirical analysis of two groups of macroeconomic indicators that are consistent with economic cycle, we find that multivariate dynamic factor model with Markov-switching is consistent in analyzing different groups of indicators; by comparing cycle index developed from model to coincident composite index, we finds that these two indexes are very similar in trend, turning points and level of fluctuation. Measuring the turning-point and comparing economic running-status, we conclude that applying the multivariate Markov regime-switching model to business cycle researches in China is a success.

Keywords: Business Cycle, Co-movement, Asymmetry, Regime-Switching Model, Dynamic. Factor Model

收稿日期: 2005-05-15

基金项目: 教育部人文社会科学博士点基金项目《我国外汇风险预警模型研究》(项目号: 03JB790043), 教育部人文社会科学重点研究基地重大课题《宏观金融风险形成的微观机理: 数理模型、计量方法与智能模拟研究》项目(项目号为 02JAZJD790008)。

作者简介: 石柱鲜(1947-), 男, 吉林延吉人, 吉林大学数量经济研究中心、教授、博士生导师。刘俊生(1980-), 男, 山西临汾人, 吉林大学商学院数量经济博士研究生。

¹ 由于篇幅限制, 不对Hamilton滤波详述。

² 数据来源于中经网(www.cei.gov.cn)。

³ 本文采用了Burns&Mitchell(1946)中对经济周期定义中的阶段划分