经典逻辑视野中的弗协调逻辑*

杜国平[1，2]

（1. 南京航空航天大学计算机系 210016；2. 南京大学哲学系 210093）

内容提要： 本文以科斯塔弗协调逻辑系统的技术处理为依据来分析命题A与其弗协调否定$\neg A$之间的逻辑关系、弗协调矛盾和不矛盾律与经典逻辑矛盾和不矛盾律的差别；指出科斯塔弗协调逻辑不是真正意义上的弗协调逻辑，但是科斯塔弗协调逻辑作为非经典逻辑其理论意义是重大的，这正如非欧几何之与欧氏几何。

关键词： 否定 弗协调逻辑 不矛盾律 下反对关系

中图分类号：B81 **文献标识码：A**

在经典逻辑中有一条重要的思想原则，即不矛盾律是普遍有效的。作为这一原则的重要体现，经典逻辑中有这样一条定理：$\vdash A\wedge\sim A\rightarrow B$。直观地说就是：矛盾蕴涵一切。这与人们的直觉以及科学理论中推理的实际相去甚远。例如，在素朴集合论中，即使存在像罗素悖论、康托尔悖论这样的矛盾，但是实际上在悖论发现之前并没有由此推出一切。由此人们自然地可以产生一个重要的非经典逻辑思想：取消不矛盾律的普遍有效性，限制矛盾的作用范围。一般把在这一思想指导下建立的逻辑系统称之为弗协调逻辑（Paraconsistent Logic）系统。弗协调逻辑思想的萌芽可以追溯到古希腊时代。伟大的哲学家亚里士多德就曾经设想过不矛盾律不普遍有效的逻辑。近代波兰逻辑学家卢卡西维茨和瓦西里耶夫也论述了逻辑与几何的相似，认为几何中有欧氏几何和非欧几何，那么逻辑也应该有承认不矛盾律的经典逻辑和不承认不矛盾律的非经典逻辑，并建议建立不承认不矛盾律的弗协调逻辑[1]。我国学者沈有鼎先生也曾经设想建立“使矛盾局部化”的弗协调逻辑系统[2]。巴西逻辑学家科斯塔（N・C・A・da Costa）建立起来的一系列弗协调逻辑系统$C_n(1\leq n<\omega)$近年来引起了我国学者的广泛关注，特别是张清宇先生、桂起权先生等在这方面做了大量的工作[3]。本文拟以这一系列系统的技术处理为依据来剖析其思想背景，以期正确认识这一系列非经典逻辑系统。

一、弗协调否定

经典逻辑的否定“～”在语形上遵守反证律$(\sim A\rightarrow B)\rightarrow((\sim A\rightarrow\sim B)\rightarrow A)$，因此在正命题逻辑系统的基础上可以证明，命题$A$与其经典否定$\sim A$之间有如下关系：

[1] $\vdash A\rightarrow\sim(\sim A)$

[2] $\vdash(\sim A)\rightarrow\sim A$

[3] $\vdash\sim A\rightarrow(\sim A)$

[4] $\vdash\sim(\sim A)\rightarrow A$

经典逻辑的否定“～”在语义上遵循如下语义规则：

对于任一语义赋值v，$v(\sim A)=1$当且仅当$v(A)=0$。

收稿日期：2005-9-10

基金项目：国家社科基金项目（02CZX008）；南京大学引进人才基金项目。

作者简介：杜国平（1965-），男，汉族，江苏盱眙人，南京大学哲学系副教授。

具体地说，命题 A 与其经典否定 $\sim A$ 之间有如下关系：

[1] 若 A 真，则 $\sim A$ 假；

[2] 若 $\sim A$ 真，则 A 假；

[3] 若 A 假，则 $\sim A$ 真；

[4] 若 $\sim A$ 假，则 A 真。

所以，无论是语形还是语义，命题 A 与其经典否定 $\sim A$ 之间都存在通常所说的矛盾（既不能同真，也不能同假）关系。

在弗协调逻辑系统 $C_n(1 \le n < \omega)$ 中，弗协调否定“$\neg$”在语形上遵守下列规则：

[1] $A \vee \neg A$

[2] $\neg\neg A \to A$

[3] $B^{(n)} \to ((A \to B) \to ((A \to \neg B) \to \neg A))$

[4] $A^{(n)} \wedge B^{(n)} \to (A \wedge B)^{(n)} \wedge (A \vee B)^{(n)} \wedge (A \to B)^{(n)}$

（其中 $A^0 =_{def} \neg(A \wedge \neg A)$； $A^k =_{def} A^{00\cdots 0}$，这里一共有 k 个 0，k 为正整数；$A^{(n)} =_{def} (\cdots((A^1 \wedge A^2) \wedge A^3)\cdots \wedge A^n)$。）

根据定义：$\sim A =_{def} (\neg A \wedge A^{(n)})$，在弗协调逻辑系统 $C_n(1 \le n < \omega)$ 中可以证明：

$(\sim A \to B) \to ((\sim A \to \sim B) \to A)$

对于任一语义赋值 v，$v(\sim A) = 1$ 当且仅当 $v(A) = 0$。

这样，在正命题逻辑系统之上，弗协调逻辑系统 $C_n(1 \le n < \omega)$ 中的符号“$\sim$”就获得了经典否定“$\sim$”的所有规定。因此，弗协调逻辑系统 $C_n(1 \le n < \omega)$ 中的符号“$\sim$”实际可以视为经典否定“$\sim$”。根据定义 $\sim A =_{def} (\neg A \wedge A^{(n)})$ 可知，经典否定“$\sim$”是弗协调否定“$\neg A$”的加强，而弗协调否定“$\neg A$” 是经典否定“$\sim$”的弱化。

在正命题逻辑系统的基础上可以证明，命题 A 与其弗协调否定 $\neg A$ 之间语形上有如下关系：

[1] $\vdash \sim A \to \neg A$

[2] $\vdash \sim \neg A \to A$

弗协调逻辑 $C_n(1 \le n < \omega)$ 中的否定“$\neg$”在语义上遵循如下语义规则：

对于任一语义赋值 v，

[1] 如果 $v(A) = 0$，则 $v(\neg A) = 1$；

[2] 如果 $v(\neg\neg A) = 1$，则 $v(A) = 1$，

[3] 如果 $v(B^{(n)}) = v(A \to B) = v(A \to \neg B) = 1$，则 $v(A) = 0$，

[4] 如果 $v(A^{(n)}) = v(B^{(n)}) = 1$，则

$v((A \wedge B)^{(n)}) = v((A \vee B)^{(n)}) = v((A \to B)^{(n)}) = 1$。

根据这一语义规则，在一赋值 v 下，当 $v(A) = 1$ 时，对于弗协调否定公式 $\neg A$ 的值有如下判定程序：

[1] 如果 A 为否定式 $\neg B$。那么当 B 与 $\neg B$ 的值不同时，$\neg A$ 的值为 0；当 B 与 $\neg B$ 的值相同时，那么 $\neg A$ 的值可以为 0，也可以为 1。

[2] 如果 A 为 $B \wedge C$、$B \vee C$ 或 $B \to C$。那么：

①当 A 形如 $D^{n-1} \wedge \neg D^{n-1}$ 或 $\neg D^{n-1} \wedge D^{n-1}$ 时，$\neg A$ 的值为 0；

②当 A 不形如 $D^{n-1} \wedge \neg D^{n-1}$ 或 $\neg D^{n-1} \wedge D^{n-1}$ 时，那么：当 B 和 $\neg B$ 的值不同并且 C 和 $\neg C$ 的值也不同时，$\neg A$ 的值为 0；否则，$\neg A$ 的值可以为 0，也可以为 1[4]。

由此可见，命题 A 与其弗协调否定 $\neg A$ 之间有如下关系：

[1] 若 A 假，则 $\neg A$ 真；

[2] 若 $\neg A$ 假，则 A 真；

[3] 若 A 真，则 $\neg A$ 可以为真，也可以为假；

[4] 若 $\neg A$ 真，则 A 可以为真，也可以为假。

根据弗协调逻辑系统 $C_n(1 \leq n < \omega)$ 相对于上述语义的可靠性定理，可以证明下述语形定理在弗协调逻辑系统 $C_n(1 \leq n < \omega)$ 中不成立：

[1] $\vdash A \to \sim \neg A$

[2] $\vdash \neg A \to \sim A$

所以，无论是语形还是语义，在 $C_n(1 \leq n < \omega)$ 中，命题 A 与其弗协调否定 $\neg A$ 之间都存在通常所说的下反对（可以同真，但不能同假）关系。

经典否定“～”是一个一元真值函数。实际上，二值一元真值函数可能有如下四种，分别用 f_1、 f_2、 f_3 和 f_4 表示之。它们的真值表是：

A	$f_1(A)$	$f_2(A)$	$f_3(A)$	$f_4(A)$
1	1	1	0	0
0	1	0	1	0

实际上 f_1 和 f_4 是一元常函数， f_2 是一元恒等函数，而 f_3 就是经典否定“～”。因此，弗协调否定“$\neg$”根本就不是二值一元真值函数。

科斯塔在上述弗协调语义之外还提出了弗协调逻辑 $C_n(1 \leq n < \omega)$ 的一个三值逻辑语义[5]：

A \ B	$A \wedge B$			$A \vee B$			$A \to B$			$\neg A$
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
1	1	1	3	1	1	1	1	1	3	3
2	1	1	3	1	1	1	1	1	3	1
3	3	3	3	1	1	3	1	1	1	1

其中，1 和 2 是特征值。不难看出，在此语义下，弗协调否定“$\neg$”是一个三值一元真值函数。但是，如果我们将特征值类比为二值的“真”的话，在 $C_n(1 \leq n < \omega)$ 中命题 A 与其弗协调否定 $\neg A$ 之间存在着的仍然是通常所说的下反对关系。

二、不矛盾律

不矛盾律说的是一对互相否定的命题不能都是真的。由于经典否定和弗协调否定的不同，因此它们在经典逻辑和弗协调逻辑 $C_n(1 \leq n < \omega)$ 中的形式是不同的。在经典逻辑中，不矛盾律的形式是：$\sim(A \wedge \sim A)$；在弗协调逻辑 $C_n(1 \leq n < \omega)$ 中，不矛盾律的形式是：$\neg(A \wedge \neg A)$。由于在经典逻辑中，命题 A 与其否定 $\sim A$ 之间是矛盾关系，因此不矛盾律 $\sim(A \wedge \sim A)$ 不可能不普遍有效；由于在弗协调逻辑 $C_n(1 \leq n < \omega)$ 中，命题 A 与其否定 $\neg A$ 之间是下反对关系，A 和 $\neg A$ 可以同真，因此 $A \wedge \neg A$ 可以真，在此情况下作为 $A \wedge \neg A$ 的下反对关系不矛盾律 $\neg(A \wedge \neg A)$ 当然可以是真的，也可以是假的。所以在弗协调逻辑 $C_n(1 \leq n < \omega)$ 中不矛盾律 $\neg(A \wedge \neg A)$ 就不是普遍有效的。

但是，在弗协调逻辑 $C_n(1 \leq n < \omega)$ 中不矛盾律 $\neg(A \wedge \neg A)$ 不是普遍有效的决不意味着经典逻辑中不矛盾律 $\sim(A \wedge \sim A)$ 是无效的。实际上，从上述分析可以看出，站在经典逻辑

的立场，弗协调逻辑$C_n(1\le n<\omega)$中不矛盾律$\neg(A\wedge\neg A)$不是普遍有效的，在经典逻辑中也是可以合理解释的。因为在经典逻辑中，$\neg(A\wedge\neg A)$表示的也仅仅是一对下反对关系命题的合取之下反对关系命题，这当然不是普遍有效的。例如，在经典命题逻辑中，$p\vee q$和$\sim p\vee\sim q$就是一对下反对关系的命题，作为它们的合取$(p\vee q)\wedge(\sim p\vee\sim q)$之下反对关系命题$p\to q$和$p\to\sim q$都不是普遍有效的。

与不矛盾律相关的是在弗协调逻辑$C_n(1\le n<\omega)$中，$A\wedge\neg A$可以是真的。这就是弗协调逻辑学者所说的在弗协调逻辑$C_n(1\le n<\omega)$中“容忍矛盾”。其实，站在经典逻辑的立场看，$A\wedge\neg A$表示的也仅仅是一对下反对关系的命题之合取可以是真的，这在经典逻辑中也显然如此。

三、弗协调逻辑$C_n(1\le n<\omega)$

弗协调逻辑的基本出发点之一是限制矛盾的作用范围，使它不危害整个理论（这里的矛盾一般应理解为经典逻辑的矛盾，否则的话，如果把矛盾理解为$A\wedge *A$，其中$*A$是A的否定，但不是经典的否定，那么，只要$*A$和A可以同真，则$A\wedge *A\to B$在经典逻辑中就已经不是有效式了。那么经典逻辑就已经可以达到将“矛盾”$A\wedge *A$圈起来的效果，而无须新创一套别的逻辑系统）。那么弗协调逻辑系统$C_n(1\le n<\omega)$实现了这一目标了吗？

在弗协调逻辑系统$C_n(1\le n<\omega)$中，有定理$\vdash A\wedge\neg A\to B$，但是如上所述，在语义上这仅仅表示的是由下反对关系命题的合取不能推出所有命题。在弗协调逻辑$C_n(1\le n<\omega)$中，真正需要圈起来的矛盾是$A\wedge\sim A$。需要取消其有效性，避免矛盾带来爆炸性结果的是定理：$\vdash A\wedge\sim A\to B$。但这一定理在弗协调逻辑系统$C_n(1\le n<\omega)$中恰恰是成立的。

因此，弗协调逻辑系统$C_n(1\le n<\omega)$并不能称为真正意义上的弗协调逻辑。在防止矛盾带来爆炸性结果方面，其实亚里士多德的三段论系统就是一个典范[6]。因为在亚里士多德的三段论系统中，要求有且只有三个词项，而结论中的两个词项必定在前提中出现过，因此不论前提是什么样的两个前提，结论都不会是任意的，所以$A\wedge\sim A\to B$在亚里士多德三段论系统中不可能是一个有效式，当然爆炸性结果就不会出现。

尽管弗协调逻辑系统$C_n(1\le n<\omega)$不是真正意义上的弗协调逻辑，但是它作为一个非经典逻辑系统，其理论意义是非常巨大的。

为了阐明这一点，我们有必要简单地考察一下直觉主义逻辑的否定。

在直觉主义逻辑系统中，直觉主义否定“$\neg$”在语义上遵循如下语义规则：

直觉主义模型M 是一个三元组$<W,\ \le,\ \sigma>$，其中：

[1] $W\ne\varnothing$；

[2] $\le$是W上的自返且传递关系；

[3] 对于任一命题变元p，任意的w_1、$w_2\in W$，如果$w_1\le w_2$且$\sigma(p,\ w_1)=1$，则$\sigma(p,\ w_2)=1$；

[4] $\sigma(\neg A,\ w_1)=1$当且仅当任给$w_2\in W$，如果$w_1\le w_2$，则$\sigma(A,\ w_2)=0$[7]。

根据这一语义规则不难看出命题A与其直觉主义否定$\neg A$之间基本上有如下关系：

[1] 若$\sigma(A,\ w)=1$，则$\sigma(\neg A,\ w)=0$；

[2] 若$\sigma(\neg A,\ w)=1$，则$\sigma(A,\ w)=0$；

[3] 若$\sigma(A,\ w)=0$，则$\sigma(\neg A,\ w)$可以为 1，也可以为 0；

[4] 若$\sigma(\neg A,\ w)=0$，则$\sigma(A,\ w)$可以为 1，也可以为 0。

所以，命题A与其直觉主义否定$\neg A$之间存在着通常所说的上反对（可以同假，但不能同真）关系。

比较一下经典逻辑、直觉主义逻辑和弗协调逻辑$C_n(1\le n<\omega)$可以发现，它们在正命

题逻辑系统方面基本上没有区别。区别的主要是对于否定的规定不同：经典逻辑中命题 A 与其否定 $\sim A$ 是矛盾关系，直觉主义逻辑中命题 A 与其否定 $\neg A$ 是上反对关系，弗协调逻辑 $C_n(1 \le n < \omega)$ 中命题 A 与其否定 $\neg A$ 是下反对关系。因此，在此意义上，我们可以称经典逻辑为矛盾关系逻辑，直觉主义逻辑为上反对关系逻辑，弗协调逻辑 $C_n(1 \le n < \omega)$ 为下反对关系逻辑。

直觉主义逻辑和弗协调逻辑 $C_n(1 \le n < \omega)$ 之与经典逻辑的意义正如非欧几何与欧氏几何的意义一样重大。

在教学中发现，非逻辑专业的学生中有些科斯塔“弗协调逻辑”的“追星族”们常常不问青红皂白地认为：科斯塔弗协调逻辑取消了不矛盾律的普遍有效性（在所有情况下），科斯塔弗协调逻辑容忍矛盾（经典意义上的），将矛盾圈起来，让它不危害整个理论等等，并进而在此基础上谈论一些莫名其妙的问题。对于这些情况，下面的比喻或许是不恰当的：

我们都知道 1＋1 等于 2，当有个叫“弗协逻”的人对你说：1＋1 不等于 2，而等于 10 的时候，请你先不要着急和他辩论，让我们先告诉他：我们说的是在十进制中，1＋1 等于 2。当我们进一步了解到“弗协逻”说的意思是：在二进制中，1＋1 不等于 2，而等于 10，让我们对他说：你说得不仅正确，而且使我们认识了新进制。这时假如有些道听途说了“弗协逻”的一些观点叫做“后弗协逻”的人对我们嚷嚷“1＋1 不等于 2，只等于 10”的时候，请让我们保持沉默。

由于弗协调逻辑 $C_n(1 \le n < \omega)$ 在初始概念“否定 $\neg$ ”上就与人们通常（经典逻辑意义）理解的不一样，因此弗协调逻辑 $C_n(1 \le n < \omega)$ 中的“矛盾”、“不矛盾律”等都不是人们通常理解的意义。既然人们一般把否定理解为矛盾关系，弗协调逻辑 $C_n(1 \le n < \omega)$ 在用词上确实存在一种误导的隐患。

为了正视听，在这里我们甘愿冒“顽固坚持经典逻辑话语霸权”之天下之大不韪，建议在科斯塔弗协调逻辑中：

[1] A 的否定命题 $\neg A$ 改称为：A 的下反对关系命题 $\neg A$[8]；

[2] 矛盾 $A \wedge \neg A$ 改称为：一对下反对关系命题的合取；

[3] 不矛盾律 $\neg(A \wedge \neg A)$ 改称为：下反对关系命题的合取命题之下反对关系命题；

[4] 强调 $A \wedge \neg A \to B$ 不普遍有效仅仅意味着：下反对关系命题的合取不能推出所有命题；

[5] 如果把经典逻辑称为矛盾关系逻辑，则弗协调逻辑系统 $C_n(1 \le n < \omega)$ 可称为下反对关系逻辑。

顺便建议在直觉主义逻辑中：

[1] A 的否定命题 $\neg A$ 改称为：A 的上反对关系命题 $\neg A$；

[2] 排中律 $A \vee \neg A$ 改称为：上反对关系命题的析取命题；

[3] 强调 $B \to A \vee \neg A$ 不普遍有效仅仅意味着：上反对关系命题的析取不能由任一命题推出；

[4] 如果把经典逻辑称为矛盾关系逻辑，则直觉主义逻辑可称为上反对关系逻辑。

注释和参考文献：

[1] 张清宇．弗协调逻辑[M]　中国社会出版社，2003.1—5.

[2] 王　浩．数理逻辑通俗讲话[M]　科学出版社，1981.158.

[3] 桂起权 陈自立 朱喜福．次协调逻辑与人工智能[M] 武汉大学出版社，2002.

[4] 张清宇．弗协调逻辑[M]　中国社会出版社，2003.42—43.

[5] N·C·A·da Costa. On the theory of inconsistent formal systems[J], Notre Dame Journal of Formal Logic, Volume 15, Number 4, October 1974. pp. 499—450.

[6] D.M.Gabbay ＆ F.Guenthner. Handbook of Philosophical Logic[M] Vol.6. 2002. pp.293.
[7] 宋文坚 郭世铭. 逻辑学[M] 人民出版社，1998. 426—427.
[8] B.H.Slater. Paraconsistent logic?[J] Journal of Philosophical Logic 24:451—454, 1995.

Paraconsistent Logic in the Field of Classical Logic

Du Guo-ping[1,2]

(1.Nanjing University. Nanjing 210093,China; 2.Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016,China)

Abstract: In the article by the skill of N.C.A da costa paraconsistent logic system is regarded as basis to analyse the logic connection between proposition A and negation of paraconsistent logic $\neg A$, difference between contradiction of paraconsistent, law of contradiction and contradiction of classical logic, law of contradiction. It points out that N.C.A da costa paraconsistent logic is not true meaning of paraconsistent logic. But N.C.A da costa paraconsistent logic is important in the theory of non-classical logic, as non-Eudidean geometry and Eudidean geometry.

Key words: negation; paraconsistent logic; law of contradiction; subcontrary opposition