欺骗与自我欺骗

李小五

(中山大学逻辑与认知研究所，中山大学哲学系，广东 广州 510275)

摘要: 首先，我们讨论两个主体之间的弱欺骗与强欺骗。其次，我们讨论两群主体之间的弱欺骗与强欺骗。再次，我们讨论单个主体的弱自我欺骗与强自我欺骗。最后，我们给出一个非保守扩充系统 **DE2**。

关键词: 欺骗; 自我欺骗; 非保守扩充系统

中国分类号: B81 文献标识码: A

本文我们从逻辑的角度讨论欺骗（deception）与自我欺骗（self-deception）这两个概念的含义，主要讨论相对一个命题的欺骗与自我欺骗。

本文固定 At＝$\{p_1,\ldots, p_n,\ldots\}$是可数个原子公式的集合。我们总用 p 表示 At 中的元素。

联结符$\vee$，$\rightarrow$和$\leftrightarrow$的缩写定义如通常。

我们也用符号$\Leftrightarrow$表示“当且仅当”，用$\Rightarrow$表示“若…，则…”。

1 两个主体之间的弱欺骗

令φ是一个命题。本节我们只考虑两个主体“你”和“我”。

我们认为**我用φ欺骗你**这个概念像下面那样直观表达应该是自然的：

（1）我用φ欺骗你，当且仅当，我知道φ假但对你说φ真。

因此**我用φ成功欺骗你**这个概念像下面那样直观表达应该是自然的：

（2）我用φ成功欺骗你，当且仅当，我知道φ假但使你相信φ真。

“成功欺骗”这个概念在我们日常生活中经常用“骗了”来表达，所以上面的表达式（2）可以重述为

（3）我用φ骗了你，当且仅当，我知道φ假但使你相信φ真。

那么（3）的右边到底是什么意思呢？从逻辑的角度来说，我们可以把“我知道φ假”处理为“我知道¬φ”（虽然这样的处理还是割舍了一部分直观意义）。“我使你相信φ真”可以做两种处理：

第一种处理：“我使你相信φ真”简单处理为“你相信φ”。所以（3）可以分析为

（4）我用φ骗了你，当且仅当，我知道¬φ但你相信φ。

这样，（4）可以形式化为

（5）$WD_{I,Y}\varphi$，当且仅当，$K_I\neg\varphi\wedge B_Y\varphi$。

第二种处理：“我使你相信φ真”处理为“我做了一个活动α其结果导致你相信φ”。这种处理应该更自然。在通常情况下，我把你骗了当然是我有所作为才使你上当受骗。

根据第二种处理，（3）可以分析为

（6）我做了活动α用φ骗了你，当且仅当，我知道¬φ但我做了活动α使你相信φ。

收稿日期：2005-3-28；

基金项目：本文得到教育部哲学社会科学研究重大课题攻关项目 (04JZD0006) 资助；

作者简介：李小五(1955-)，男，河北人，中山大学教授，博士生导师，北京书生科技有限公司书生研究中心客座研究员。

这样，（6）可以形式化为

（7）$WD_{I, Y, \alpha}\varphi$，当且仅当，$K_I\neg\varphi\wedge[\alpha]B_Y\varphi$。

下面我们主要考虑（7）。易见（7）不仅涉及认知算子，还涉及活动，所以我们要用动态认知逻辑来描述。

定义 1.1 公式的形成规则

（1）我们的语言除了 At 还有有穷多个指称活动的符号$\alpha_1,\ldots, \alpha_n$ 和两个**认知模态算子** K_I 和 B_Y。

（2）我们总用φ, ψ和θ（加或不加下标）表示公式，其形成规则如下：

$p \mid \neg\varphi \mid (\varphi\wedge\psi) \mid K_I\varphi \mid B_Y\varphi \mid [\alpha_i]\varphi$ ， 其中$\alpha_i\in\{\alpha_1,\ldots, \alpha_n\}$。┤

说明：

$K_I\varphi$的直观意义是：我知道φ。

$B_Y\varphi$的直观意义是：你相信φ。

根据我们的要求，$\alpha_1,\ldots, \alpha_n$ 意指我做的活动，所以$[\alpha_i]\varphi$的直观意义是："我做了α_i后使φ真"是必然的（It is necessary that after executing α_i, φ is true，参见参考文献[1]第 166 页）。

为了简单，下面我们省略 $K_I\varphi$, $B_Y\varphi$和$[\alpha_i]\varphi$的下标。

规定与缩写 1.2

（1）缩写定义

$WD_{I, Y, \alpha}\varphi ::= K\neg\varphi\wedge[\alpha]B\varphi$。

（2）本节我们总用O表示$\{K, B, [\alpha_1],\ldots, [\alpha_n]\}$中任一元素。┤

说明：

为了简单，下面我们省略 $WD_{I, Y, \alpha}\varphi$的 3 个下标。

定义 1.3

极小系统 S1 是下列公理化系统：

公理（模式）：

（C_O） $O\varphi\wedge O\psi\to O(\varphi\wedge\psi)$。 （O-合取律）

推理规则：

（MP） $\varphi, \varphi\to\psi／\psi$。

（RM_O） $\varphi\to\psi／O\varphi\to O\psi$。 （O-单调规则）┤

注意：

C_O表示 3 条公理模式：

$K\varphi\wedge K\psi\to K(\varphi\wedge\psi)$，$B\varphi\wedge B\psi\to B(\varphi\wedge\psi)$，$[\alpha]\varphi\wedge[\alpha]\psi \to[\alpha](\varphi\wedge\psi)$。

RM_O也相应地表示 3 条推理规则。

定义 1.4

（1）我们用$\vdash\varphi$表示φ是 **S1** 的**内定理**：φ在 **S1** 中有一个形式证明。

（2）称$\varphi_1,\ldots, \varphi_n／\psi$是 **S1** 的**导出规则**，当且仅当，在 **S1** 中有一个从$\varphi_1,\ldots, \varphi_n$ 到ψ的形式推演：$\varphi_1,\ldots, \varphi_n\vdash\psi$。┤

引理 1.5

下列是 **S1** 的内定理和导出规则：

（1）$\varphi\leftrightarrow\psi$／$O\varphi\leftrightarrow O\psi$，（$RE_O$）

（2）$O(\varphi\wedge\psi)\rightarrow O\varphi\wedge O\psi$（$M_O$）

（3）$\varphi\wedge\psi\rightarrow\theta$／$O\varphi\wedge O\psi\rightarrow O\theta$，（$RR_O$）

（4）$WD\varphi\wedge WD\psi\rightarrow WD(\varphi\wedge\psi)$，（WD-合取律）

（5）$K\psi\rightarrow(WD(\varphi\wedge\psi)\rightarrow WD\varphi)$，（WD-单调律）

（6）$\varphi\leftrightarrow\psi$／$WD\varphi\leftrightarrow WD\psi$，（WD-规则）

（7）$\neg WD\varphi\leftrightarrow(K\neg\varphi\rightarrow\neg[\alpha]B\varphi)$。

证明：

我们只给出证明的主要步骤和主要根据。请读者自行补充细节。

（1）－（2）据 RM_O。

（3）

① $\varphi\wedge\psi\rightarrow\theta$ 假设

② $O(\varphi\wedge\psi)\rightarrow O\theta$ TA，RM_O

③ $O\varphi\wedge O\psi\rightarrow O\theta$。 ②，$C_O$

（4）

① $K\neg\varphi\wedge K\neg\psi\rightarrow K\neg(\varphi\wedge\psi)$ TA，（3）

② $B\varphi\wedge B\psi\rightarrow B(\varphi\wedge\psi)$ TA，（3）

③ $[\alpha]B\varphi\wedge[\alpha]B\psi\rightarrow[\alpha]B(\varphi\wedge\psi)$ ②，（3）

④ $K\neg\varphi\wedge[\alpha]B\varphi\wedge K\neg\psi\wedge[\alpha]B\psi\rightarrow K\neg(\varphi\wedge\psi)\wedge[\alpha]B(\varphi\wedge\psi)$ ①，③

⑤ $WD\varphi\wedge WD\psi\rightarrow WD(\varphi\wedge\psi)$。 ④，1.2（1）

（5）

① $[\alpha]B(\varphi\wedge\psi)\rightarrow[\alpha]B\varphi$ TA，RM_O，RM_O

② $K\neg(\varphi\wedge\psi)\wedge K\psi\rightarrow K\neg\varphi$ TA，（3）

③ $K\neg(\varphi\wedge\psi)\wedge K\psi\wedge[\alpha]B(\varphi\wedge\psi)\rightarrow K\neg\varphi\wedge[\alpha]B\varphi$ ①，②

④ $K\psi\rightarrow(WD(\varphi\wedge\psi)\rightarrow WD\varphi)$。 ③，1.2（1）

（6）

① $\varphi\leftrightarrow\psi$ 假设

② $K\neg\varphi\leftrightarrow K\neg\psi$ ①，RE_O

③ $[\alpha]B\varphi\leftrightarrow[\alpha]B\psi$ ①，RE_O，RE_O

④ $WD\varphi\leftrightarrow WD\psi$。 ②，③，1.2（1）

（7）

① $\neg WD\varphi\leftrightarrow\neg(K\neg\varphi\wedge[\alpha]B\varphi)$ 1.2（1）

② $\neg WD\varphi\leftrightarrow(K\neg\varphi\rightarrow\neg[\alpha]B\varphi)$。 ┤

说明：

比较（4）和 C_O，易见 WD 和O在合取律方面有相同的形式。

但另一方面，据（5）和（2），易见 WD 与O在单调律方面有不同的形式：我们没有类似（2）那样的内定理 $WD(\varphi\wedge\psi)\rightarrow WD\varphi\wedge WD\psi$，只有如（5）那样的单调律或如下的单调律：

$$K\varphi\wedge K\psi\rightarrow(WD(\varphi\wedge\psi)\rightarrow WD\varphi\wedge WD\psi)。$$

如果我们考虑下列经典动态认知系统，则我们可以得到更丰富的关于 WD 的规律和推理规则。

定义 1.6

认知系统 DE1 定义如下：

公理（模式）：

（TA） 所有重言式的代入特例，

（K_O） $O(\varphi\to\psi)\wedge O\varphi\to O\psi$，

（T_K） $K\varphi\to\varphi$，

（D_B） $\neg B\bot$， 其中⊥是某个固定的常假式（某个重言式的否定），

（**4**$_K$） $K\varphi\to KK\varphi$，

（**4**$_B$） $B\varphi\to BB\varphi$，

（**5**$_K$） $\neg K\neg\varphi\to K\neg K\neg\varphi$，

（**5**$_B$） $\neg B\neg\varphi\to B\neg B\neg\varphi$，

（$A_\cup$） $[\alpha\cup\beta]\varphi\leftrightarrow[\alpha]\varphi\wedge[\beta]\psi$，[1]

（$A_;$） $[\alpha;\beta]\varphi\leftrightarrow[\alpha][\beta]\varphi$，

（$A_?$） $[\psi?]\varphi\leftrightarrow(\psi\to\varphi)$，

（A_*） $\varphi\wedge[\alpha][\alpha^*]\varphi\leftrightarrow[\alpha^*]\varphi$，

（IA_*） $\varphi\wedge[\alpha^*](\varphi\to[\alpha]\varphi)\to[\alpha^*]\varphi$。 （*-归纳公理）

推理规则：

（MP） $\varphi, \varphi\to\psi／\psi$，

（RN_O） $\varphi／O\varphi$。⊣

显然，适于 **S1** 的语义是邻域语义，适于 **DE1** 的语义是关系语义。

上述系统的框架可靠性定理和完全性定理如通常证明。

上述弱欺骗还有几个变种值得研究：

$WD_0\varphi::=\neg\varphi\wedge K\neg\varphi\wedge B\varphi$， （第一种处理的变种）

$WD_1\varphi::=K\neg\varphi\wedge KB\varphi$， （第一种处理的变种）

$WD_2\varphi::=K\neg\varphi\wedge K[\alpha]B\varphi$，

$WD_3\varphi::=K\neg\varphi\wedge[\alpha]KB\varphi$，

$WD_4\varphi::=K\neg\varphi\wedge[\alpha]K_YB\varphi$， 若语言中还加入“你知道”算子 K_Y，

$WD_5\varphi::=K\neg\varphi\wedge K[\alpha]K_YB\varphi$， 若语言中还加入“你知道”算子 K_Y，

……。

例如，$WD_1\varphi$和 $WD_2\varphi$在通常的认知逻辑中等价 $K(\neg\varphi\wedge B\varphi)$和 $K(\neg\varphi\wedge[\alpha]B\varphi)$，它们的直观意义也相当自然。

2 两个主体之间的强欺骗

在上节，我们通过缩写定义在形式系统中得到一些关于欺骗算子的规律和推理规则（如引理 1.5 所展示的），但这样的系统不过是一个保守扩充，所以得到结果是相当平凡的。因此我们下面来考虑非缩写定义的**强欺骗**概念。

我们先从形式语义入手。

定义 2.1 公式的形成规则

（1）在前节的语言中增加一个**强欺骗算子** $SD_{I,Y,\alpha}$。

（2）公式的形成规则如下：

$p \mid \neg\varphi \mid (\varphi\wedge\psi) \mid K_I\varphi \mid B_Y\varphi \mid [\alpha_i]\varphi \mid SD_{I,Y,\alpha}\varphi$。⊣

[1] 生成复合型活动的规则请见参考文献［1］p.173。

说明：

强欺骗 $SD_{I, Y, \alpha}\varphi$的直观意义以后讨论。

为了简单，在不致混淆之处，我们省略上述算子的下标。

因为强欺骗不是缩写定义，所以我们要用语义来规定它。

令 X 是任一集合，本文我们总用 P(X)表示 X 的幂集。

定义 2.2

（1）称 $F=\langle W, R\rangle$是**关系框架**，简称 F 是 **R-框架**，当且仅当

① W 是非空集，

② R 是下列映射：

对每一$O\in\{K_I, B_Y, [\alpha_1],\ldots, [\alpha_n]\}$，R(O)是 W 上的二元通达关系。

（2）称 $M=\langle W, R, [\ ]\rangle$是**关系模型**，简称 M 是 **R-模型**，当且仅当$\langle W, R\rangle$是 R-框架且

③ [ ]是从 At 到 P(W)中的指派映射。┤

说明：

根据习惯，我们以后把 R(O)缩写为 R_O。

至本节末，我们若不特别说明，总用O表示$\{K_I, B_Y, [\alpha_1],\ldots, [\alpha_n]\}$中的任一元素。

定义 2.3

令$\langle W, R\rangle$是 R-框架。

（1）$R_O(w)::=\{u\in W：wR_Ou\}$， 任给 $w\in W$。

（2）归纳定义$O^n\varphi$如下：

$O^0\varphi=\varphi,\ldots, O^{n+1}\varphi=OO^n\varphi$。┤

定义 2.4 真值集定义

令 $M=\langle W, R, [\ ]\rangle$是 R-模型。

对每一复合公式φ，定义φ相对 M 的**真值集**[φ]如下：任给 $w\in W$，

（1）$w\in[\neg\varphi] \Leftrightarrow w\notin[\varphi]$，

（2）$w\in[\varphi\wedge\psi] \Leftrightarrow w\in[\varphi]$且 $w\in[\psi]$，

（3）$w\in[O\varphi] \Leftrightarrow R_O(w)\subseteq[\varphi]$，

（4）$w\in[SD\varphi] \Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝1, 2, …，有 $w\in[K_I^n\neg\varphi\wedge[\alpha]B_Y^n\varphi]$。┤

说明：

从（4）显见 SDφ不能用缩写定义来表示。强欺骗 SDφ的直观意义：

我知道…我知道φ假但我做了活动α使你相信…你相信φ真。

在日常语言中可能没有如此含义的欺骗概念，但作为一种极限，我们认为强欺骗概念至少在逻辑理论上是存在的。

上述（4）还有一些变种值得研究：

（4_0）$w\in[SD_0\varphi] \Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝0, 1, …，有 $w\in[K_I^n(\neg\varphi\wedge K_I\neg\varphi\wedge B_Y\varphi)]$，[2]

（4_1）$w\in[SD_1\varphi] \Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝0, 1, …，有 $w\in[K_I^n(K_I\neg\varphi\wedge B_Y\varphi)]$，[3]

（4_2）$w\in[SD_2\varphi] \Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝0, 1, …，有 $w\in[K_I^n(K_I\neg\varphi\wedge[\alpha]B_Y\varphi)]$（$=[K_I^nWD\varphi]$），

（4_3）$w\in[SD_3\varphi] \Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝1, 2, …，有 $w\in[K_I^n\neg\varphi\wedge[\alpha]K_I^nB_Y\varphi]$，

（4_4）$w\in[SD_4\varphi] \Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝1, 2, …，有 $w\in[K_I^n\neg\varphi\wedge[\alpha]K_Y^nB_Y\varphi]$，

若语言中还加入“你知道”算子 K_Y，

2 第一种处理的变种。

3 第一种处理的变种。

（4_5）$w\in[SD_5\varphi]\Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝1, 2, …，有 $w\in[K_I{}^n\neg\varphi\wedge K_I[\alpha]K_Y{}^nB_Y\varphi]$，

若语言中还加入“你知道”算子 K_Y，

……。

定义 2.5 有效性定义

令 F＝⟨W, R⟩是 R-框架，M＝⟨W, R, [ ]⟩是 R-模型。

（1）称φ在 M 中**有效**，记为 $M\vDash\varphi$，当且仅当[φ]＝W；否则称φ在 M 中**不有效**，记为 $M\nvDash\varphi$。

（2）称φ在 F 中**有效**，记为 $F\vDash\varphi$，当且仅当，对 F 上的任意指派映射[ ]，有[φ]＝W；否则称φ在 F 中**不有效**，记为 $F\nvDash\varphi$ 。

（3）称规则$\varphi_1,\ldots,\varphi_n$／φ相对 M **保持有效性**，当且仅当，若$[\varphi_1]=\ldots=[\varphi_n]=W$，则[φ]＝W。⊣

引理 2.6

下列公式在任意 R-框架中有效：

（1）$SD\varphi\to K_I{}^n\neg\varphi\wedge[\alpha]B_Y{}^n\varphi$，　对所有自然数 n=1, 2, …。

（2）$SD\varphi\to WD\varphi$。⊣

说明：

强欺骗和弱欺骗的称谓的根据来自（2）。

定义 2.7

定义系统 **S2** 是下列公理化系统：

（K_O）　$O\varphi\wedge O(\varphi\to\psi)\to O\psi$。

（SD）　$SD\varphi\to K_I{}^n\neg\varphi\wedge[\alpha]B_Y{}^n\varphi$，　对所有自然数 n=1, 2, …。

（MP）　$\varphi,\varphi\to\psi$／ψ。

（RN_O）　φ／Oφ。　　　　（O-概括规则）⊣

说明：

显然 $SD\varphi\to WD\varphi$是上述系统的内定理。

以后我们另外撰文讨论上述系统的框架可靠性和框架完全性。

3 两群主体间的弱欺骗

本节和下节我们来研究一群主体如何成功欺骗另一群主体，这是在军事上常用的手段。

本节我们只考虑两群主体 G 和 H。如通常，我们规定 G 和 H 都是有穷集。

我们认为 G **用φ成功欺骗** H 这个概念像下面那样直观表达应该是自然的：

（1）G 用φ成功欺骗 H，当且仅当，G 知道φ假但使 H 相信φ真。

如前，上面的表达式（1）可以重述为

（2）G 用φ骗了 H，当且仅当，G 知道φ假但使 H 相信φ真。

从逻辑的角度来说，我们可以把“G 知道φ假”处理为“G 知道¬φ”。后者又可以做两种处理：

（3）G 中每一主体知道¬φ。

（4）¬φ相对 G 是公共知识。

本节我们只关注（3），而把（4）留到下一节讨论。

如前，“我使你相信φ真”可以做两种处理：

第一种处理："G 使 H 相信φ真"简单处理为"H 相信φ"。后者又可以做两种处理：

（5）H 中每一主体相信φ。

（6）φ相对 H 是公共信念（common belief）。

本节我们只关注（5），而把（6）留到下一节讨论。所以（2）可以分析为

（7）G 用φ骗了 H，当且仅当，G 中每一主体知道φ假但 H 中每一主体相信φ真。

这样，（7）可以形式化为

（8）$WD_{G,H}\varphi$，当且仅当，$K_G\neg\varphi\wedge B_H\varphi$。

第二种处理："G 使 H 相信φ真"处理为"G 做了一个活动α其结果导致 H 相信φ"。其中 H 相信φ又可以如（5）和（6）那样处理。我们在此仍考虑（5），所以，（2）可以分析为

（9）G 做了活动α用φ骗了 H，当且仅当，G 中每一主体知道φ假但 G 做了活动α使 H 中每一主体相信φ真。

G 是如何做活动的？是 G 中每一主体分别做了α的一部分，还是 G 作为一个整体做了一个集体活动α？这个问题我们在本文不深入讨论。我们将另外发表文章讨论此问题。

这样，（9）可以形式化为

（10）$WD_{G,H,\alpha}\varphi$，当且仅当，$K_G\neg\varphi\wedge[\alpha]B_H\varphi$。

下面我们考虑（10）。

定义 3.1　公式的形成规则

（1）我们的语言除了 At 还有有穷多个指称活动的符号$\alpha_1,\ldots,\alpha_n$和两组认知模态算子

$\{K_g: g\in G\}$，　$\{B_h: h\in H\}$。

（2）公式的形成规则如下：

$p\mid\neg\varphi\mid(\varphi\wedge\psi)\mid K_g\varphi\mid B_h\varphi\mid[\alpha_i]\varphi$，　其中 $g\in G$，$h\in H$，$\alpha_i\in\{\alpha_1,\ldots,\alpha_n\}$。┤

说明：

$K_g\varphi$的直观意义是：g 知道φ。

$B_h\varphi$的直观意义是：h 相信φ。

$[\alpha_i]\varphi$的直观意义如前。

为了简单，下面我们省略$[\alpha_i]\varphi$的下标。

定义 3.2

（1）缩写定义

$K_G\varphi::=\bigwedge\{K_g\varphi: g\in G\}$，　$B_H\varphi::=\bigwedge\{B_h\varphi: h\in H\}$。

（2）缩写定义

$WD_{G,H,\alpha}\varphi::=K_G\neg\varphi\wedge[\alpha]B_H\varphi$。┤

说明：

$K_G\varphi$表示$\{K_g\varphi: g\in G\}$中所有元素的一个合取，$B_H\varphi$表示$\{B_h\varphi: h\in H\}$中所有元素的一个合取。

如前，我们可以构造相应的公理化系统，证明相应的内定理和导出规则。

如前，上述弱欺骗还有几个变种值得研究：

$WD_{G,H,\alpha,0}\varphi::=\neg\varphi\wedge K_G\neg\varphi\wedge K_GB_H\varphi$，　（第一种处理的变种）

$WD_{G,H,\alpha,1}\varphi::=K_G\neg\varphi\wedge K_GB_H\varphi$，　（第一种处理的变种）

$WD_{G,H,\alpha,2}\varphi::=K_G\neg\varphi\wedge K_G[\alpha]B_H\varphi$，

$WD_{G,H,\alpha,3}\varphi::=K_G\neg\varphi\wedge[\alpha]K_GB_H\varphi$，

$WD_{G,H,\alpha,4}\varphi::=K_G\neg\varphi\wedge[\alpha]K_HB_H\varphi$，　若语言中增加能相应定义 K_H 的算子，

$WD_{G, H, \alpha, 5}\varphi ::= K_G\neg\varphi \wedge K_G[\alpha]K_HB_H\varphi$，　若语言中还增加能相应定义 K_H 的算子，
……。

例如，$WD_{G, H, \alpha, 1}\varphi$和 $WD_{G, H, \alpha, 2}\varphi$在通常的认知逻辑中等价

$K_G(\neg\varphi \wedge B\varphi)$，和　$K_G(\neg\varphi \wedge [\alpha]B\varphi)$，

它们的直观意义也相当自然。

4　两群主体间的强欺骗

现在我们来考虑群体之间的**强欺骗**概念。这个概念与前面的强欺骗概念不同的地方是它可以看作是一个缩写定义。

定义 4.1　公式的形成规则和缩写

（1）在前节的语言中增加两个**认知模态算子** CK_G 和 CB_H。

（2）公式的形成规则如下：

$p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \psi) \mid K_g\varphi \mid B_h\varphi \mid [\alpha_i]\varphi \mid CK_G\varphi \mid CB_H\varphi$，

其中 $g \in G$，$h \in H$，$\alpha_i \in \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$。

（3）缩写定义

$SD_{G, H, \alpha}\varphi ::= CK_G\neg\varphi \wedge [\alpha]CB_H\varphi$。⊣

说明：

$CK_G\neg\varphi$的直观意义是：$\neg\varphi$是 G 的公共知识（common knowledge）。

$CB_H\varphi$的直观意义是：φ是 H 的公共信念。

强欺骗 $SD_{G, H, \alpha}\varphi$后面简写为 $SD\varphi$，它的直观意义是：$\neg\varphi$是 G 的公共知识且 G 做了活动α使φ成为 H 的公共信念。

定义 4.2

（1）称 $F = \langle W, R\rangle$是**关系框架**，简称 F 是 **R-框架**，当且仅当

①　W 是非空集，

②　R 是下列映射：

对每一$O \in \{K_g: g \in G\} \cup \{B_h: h \in H\} \cup \{[\alpha_1], \ldots, [\alpha_n]\}$，$R_O$是 W 上的二元通达关系。

（2）称 $M = \langle W, R, [\ ]\rangle$是**关系模型**，简称 M 是 **R-模型**，当且仅当$\langle W, R\rangle$是 R-框架且

③　[ ]是从 At 到 P(W)中的指派映射。⊣

说明：

至本节末，若不特别说明，我们总用O表示$\{K_g: g \in G\} \cup \{B_h: h \in H\} \cup \{[\alpha_1], \ldots, [\alpha_n]\}$中的任一元素。

定义 4.3

令$\langle W, R\rangle$是 R-框架。

（1）$R_O(w) ::= \{u \in W: wR_Ou\}$，　任给 $w \in W$。

（2）令O是 3.2（1）中的 K_G 或 B_H。归纳定义$O^n\varphi$如下：

$O^1\varphi = O\varphi, \ldots, O^{n+1}\varphi = OO^n\varphi$。⊣

定义 4.4　真值集定义

令 $M = \langle W, R, [\ ]\rangle$是 R-模型。

对每一复合公式φ，定义φ相对 M 的**真值集**$[\varphi]$如下：任给 $w \in W$，

（1）$w\in[\neg\varphi]\Leftrightarrow w\notin[\varphi]$，
（2）$w\in[\varphi\wedge\psi]\Leftrightarrow w\in[\varphi]$且 $w\in[\psi]$，
（3）$w\in[O\varphi]\Leftrightarrow R_O(w)\subseteq[\varphi]$，
（4）$w\in[CK_G\varphi]\Leftrightarrow$ 对所有自然数 n=1, 2, …，有 $w\in[K_G{}^n\varphi]$，
（5）$w\in[CB_H\varphi]\Leftrightarrow$ 对所有自然数 n=1, 2, …，有 $w\in[B_H{}^n\varphi]$。┤

说明：

关于描述 CK_G 和 CB_H 的公理化系统，读者可以参见文献［2］和［3］。

虽然 $SD_{G,H,\alpha}$是用 CK_G 和 CB_H 来缩写定义的，但因为后两者不是用诸 K_G 和 B_H 来缩写定义的（除非在无穷逻辑中），所以 $SD_{G,H,\alpha}$可以看作是一个半缩写定义：因为我们总能在语言中不用 CK_G 和 CB_H 作为初始算子，而是直接用 $SD_{G,H,\alpha}$作为初始算子。下面我们来简述这种观点。首先，把定义 4.1 中的（2）改为：

（2A）公式的形成规则如下：

$p\mid\neg\varphi\mid(\varphi\wedge\psi)\mid K_g\varphi\mid B_h\varphi\mid[\alpha_i]\varphi\mid SD_{G,H,\alpha}$，　其中 $g\in G$，$h\in H$，$\alpha_i\in\{\alpha_1,\ldots,\alpha_n\}$。

然后把定义 4.4 改为：

定义 4.4A　真值集定义

令 $M=\langle W, R, [\ ]\rangle$是 R-模型。

对每一复合公式φ，定义φ相对 M 的**真值集**[φ]如下：任给 $w\in W$，

（1）$w\in[\neg\varphi]\Leftrightarrow w\notin[\varphi]$，
（2）$w\in[\varphi\wedge\psi]\Leftrightarrow w\in[\varphi]$且 $w\in[\psi]$，
（3）$w\in[O\varphi]\Leftrightarrow R_O(w)\subseteq[\varphi]$，
（4）$w\in[SD_{G,H,\alpha}\varphi]\Leftrightarrow$ 对所有自然数 n=1, 2, …，有 $w\in[K_G{}^n\neg\varphi\wedge B_H{}^n\varphi]$，

其中 K_G 和 B_H 如 3.2（1）那样定义。┤

说明：

上述（4）还有一些变种值得研究：

（4_0）$w\in[SD_{G,H,\alpha,0}\varphi]\Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝0, 1, …，有 $w\in[K_G{}^n(\neg\varphi\wedge K_G\neg\varphi\wedge B_H\varphi)]$，[4]
（4_1）$w\in[SD_{G,H,\alpha,1}\varphi]\Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝0, 1, …，有 $w\in[K_G{}^n(K_G\neg\varphi\wedge B_H\varphi)]$，[5]
（4_2）$w\in[SD_{G,H,\alpha,2}\varphi]\Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝0, 1, …，有 $w\in[K_G{}^n(K_G\neg\varphi\wedge[\alpha]B_H\varphi)]$，

而$[K_G{}^n(K_G\neg\varphi\wedge[\alpha]B_H\varphi)]=[K_G{}^n WD_{G,H,\alpha}\varphi]$，

（4_3）$w\in[SD_{G,H,\alpha,3}\varphi]\Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝1, 2, …，有 $w\in[K_G{}^n\neg\varphi\wedge[\alpha]K_G{}^nB_H\varphi]$，
（4_4）$w\in[SD_{G,H,\alpha,4}\varphi]\Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝1, 2, …，有 $w\in[K_G{}^n\neg\varphi\wedge[\alpha]K_H{}^nB_H\varphi]$，

若语言中还加入“H 知道”算子 K_H，

（4_5）$w\in[SD_{G,H,\alpha,5}\varphi]\Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝1, 2, …，有 $w\in[K_G{}^n(\neg\varphi\wedge[\alpha]K_H{}^nB_H\varphi)]$，

若语言中还加入“H 知道”算子 K_H，

……。

易见上述算子都不是缩写定义的算子。

如前定义有效概念。我们有：

引理 4.5

下列公式在任意 R-框架中有效：

（1）$SD_{G,H,\alpha}\varphi\rightarrow K_G{}^n\neg\varphi\wedge[\alpha]B_H{}^n\varphi$，　对所有自然数 n=1, 2, …。

[4] 第一种处理的变种。
[5] 第一种处理的变种。

（2）$SD_{G, H, \alpha}\varphi \to WD_{G, H, \alpha}\varphi$。┤

定义 4.6

定义系统 **S3** 是下列公理化系统：

（K_O） $O\varphi \wedge O(\varphi \to \psi) \to O\psi$。

（SD） $SD_{G, H, \alpha}\varphi \to K_G{}^n \neg\varphi \wedge [\alpha]B_H{}^n\varphi$， 对所有自然数 n=1, 2, …。

（MP） $\varphi, \varphi \to \psi / \psi$。

（RN_O） $\varphi / O\varphi$。 （O-概括规则）┤

说明：

显然 $SD_{G, H, \alpha}\varphi \to WD_{G, H, \alpha}\varphi$是上述系统的内定理。

以后我们另外撰文讨论上述系统的框架可靠性和框架完全性。

5 单主体的弱自我欺骗

本节我们讨论相对一个命题的自我欺骗问题。

根据前面的讨论，我们认为**用φ成功自我欺骗**这个概念应该直观表达为：

（1）我用φ成功欺骗自己，当且仅当，我知道φ假但使自己相信φ（真）。

所以（1）可以简单表达为：

（2）我用φ骗了自己，当且仅当，我知道¬φ且我相信φ。

（2）又可以形式化为：

（3）$WSD_I\varphi$，当且仅当，$K_I\neg\varphi \wedge B_I\varphi$。

这里表达的自我欺骗概念是一种弱欺骗。下节我们再讨论强欺骗。

根据前面的思路，（1）中的“使”可以理解为一个活动α，所以（1）也可以形式化为：

（4）$WSD_{I, \alpha}\varphi$，当且仅当，$K_I\neg\varphi \wedge [\alpha]B_I\varphi$。

这里的α可以理解为 I 做出的一个活动，也可以理解为其他主体做出的一个活动。后者可能更好理解。例如，我知道她不爱我，但她送我一块巧克力使我相信她爱我（虽然客观上（在建模者看来）她还是不爱我，只是出于其他目的送我巧克力，否则就不是自我欺骗了）。

为了简单，下面我们考虑（3）。

定义 5.1 公式的形成规则

（1）我们的语言除了 At 还有两个**认知模态算子** K_I 和 B_I。

（2）公式的形成规则如下：

$p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \psi) \mid K_I\varphi \mid B_I\varphi$。┤

说明：

$K_I\varphi$的直观意义是：我知道φ。

$B_I\varphi$的直观意义是：我相信φ。

规定与缩写 5.2

缩写定义 $WSD_I\varphi ::= K_I\neg\varphi \wedge B_I\varphi$。┤

说明：

为了简单以后我们省略 WSD_I，K_I 和 B_I 的下标。

这样我们可以有类似定义 1.3 那样的系统，类似引理 1.5 那样的结果。例如，我们有

（1）$WSD\varphi \wedge WSD\psi \to WSD(\varphi \wedge \psi)$， （WSD-合取律）

（2）$K\psi\rightarrow(WSD(\varphi\wedge\psi)\rightarrow WSD\varphi)$，　　　　　　　　（WSD-单调律）
（3）$\varphi\leftrightarrow\psi$／$WSD\varphi\leftrightarrow WSD\psi$，　　　　　　　　（WSD-规则）
（4）$\neg WSD\varphi\leftrightarrow(K\neg\varphi\rightarrow\neg B\varphi)$。

如前，弱自我欺骗还有几个变种值得研究：

$WSD_0\varphi::=\neg\varphi\wedge K\neg\varphi\wedge KB\varphi$，
$WSD_1\varphi::=K\neg\varphi\wedge KB\varphi$，
$WSD_2\varphi::=K\neg\varphi\wedge K[\alpha]B\varphi$，　若语言中还加入活动算子$[\alpha]$，
$WSD_3\varphi::=K\neg\varphi\wedge[\alpha]KB\varphi$，　若语言中还加入活动算子$[\alpha]$，
……。

另外，我们还有一个绝对的自我欺骗概念：

$WSD\bot::=K\neg\bot\wedge B\bot$。

这里的“绝对”区别前面的“相对一个命题φ”的自我欺骗概念（注意：相对前面几节，我们也有相应的“绝对”欺骗概念）：

$WSD\varphi::=K\neg\varphi\wedge B\varphi$。

若我们的系统有内定理 $K\neg\bot$（通常如此），则要想让“绝对的自我欺骗”$WSD\bot$成为内定理，就要使 $B\bot$成为内定理。且不说加入 $B\bot$的系统是否协调（或能否通过调整其他公理或推理规则达到协调）。就是从语义的角度来看也成问题：在关系语义中，$B\bot$对应的框架条件是

（1）$R_B(w)=\varnothing$，　对任意 $w\in W$。

这会使框架$\langle W, R_K, R_B\rangle$退化为$\langle W, R_K\rangle$。

如果我们采用邻域语义，那么 $B\bot$对应的框架条件是

（2）$\varnothing\in N_B(w)$，　对任意 $w\in W$。

（2）看起来虽然比（1）好一些，但通常人们总要采用或容纳相当自然的单调性框架条件：

（3）$X\in N_B(w)$且 $X\subseteq Y\Rightarrow Y\in N_B(w)$，　对任意 $w\in W$。

而这会使 $N_B(w)=P(W)$，从而造成另一种退化。

6　单主体的强自我欺骗

最后我们讨论强自我欺骗概念。

定义 6.1　公式的形成规则

（1）我们的语言除了 At 还有两个**认知模态算子** K 和 B。
（2）公式的形成规则如下：

$p\mid\neg\varphi\mid(\varphi\wedge\psi)\mid K\varphi\mid B\varphi\mid SSD\varphi$。┤

说明：

$K\varphi$的直观意义是：我知道φ。
$B\varphi$的直观意义是：我相信φ。
强欺骗 $SSD\varphi$的直观意义以后讨论。

定义 6.2

（1）称 $F=\langle W, R\rangle$是**关系框架**，简称 F 是 **R-框架**，当且仅当

① W 是非空集，
② R 是下列映射：

对每一$O\in\{K, B\}$，$R(O)=R_O$是 W 上的二元通达关系。

（2）称 $M=\langle W, R, [\ ]\rangle$是**关系模型**，简称 M 是 **R-模型**，当且仅当$\langle W, R\rangle$是 R-框架且

③ $[\ ]$是从 At 到 P(W)中的指派映射。┤

说明：

下面总规定$O\in\{K, B\}$。

定义 6.3

令$\langle W, R\rangle$是 R-框架。

（1）$R_O(w)::=\{u\in W: wR_Ou\}$，　任给 $w\in W$。

（2）归纳定义$O^n\varphi$如下：

$O^0\varphi=\varphi,\ldots, O^{n+1}\varphi=OO^n\varphi$。┤

定义 6.4　真值集定义

令 $M=\langle W, R, [\ ]\rangle$是 R-模型。

对每一复合公式φ，定义φ相对 M 的**真值集**[φ]如下：任给 $w\in W$，

（1）$w\in[\neg\varphi] \Leftrightarrow w\notin[\varphi]$，

（2）$w\in[\varphi\wedge\psi] \Leftrightarrow w\in[\varphi]$且 $w\in[\psi]$，

（3）$w\in[O\varphi] \Leftrightarrow R_O(w)\subseteq[\varphi]$，

（4）$w\in[SSD\varphi] \Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝1, 2, …，有 $w\in[K^n\neg\varphi\wedge B^n\varphi]$。┤

说明：

从（4）显见 SSDφ不能用缩写定义来表示。强自我欺骗 SSDφ的直观意义：

我知道…我知道¬φ且我相信…我相信φ。

上述（4）还有几个变种值得研究：其中有的要在形式语言中增加活动算子[α]，

（4_0）$w\in[SSD_0\varphi] \Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝0, 1, …，有 $w\in[K^n(\neg\varphi\wedge K\neg\varphi\wedge B\varphi)]$，

（4_1）$w\in[SSD_1\varphi] \Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝0, 1, …，有 $w\in[K^n(K\neg\varphi\wedge B\varphi)]$（$=[K^nWSD\varphi]$），

（4_2）$w\in[SSD_2\varphi] \Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝0, 1, …，有 $w\in[K^n(K\neg\varphi\wedge[\alpha]B\varphi)]$，

（4_3）$w\in[SSD_3\varphi] \Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝1, 2, …，有 $w\in[K^n\neg\varphi\wedge[\alpha]K^nB\varphi]$，

（4_5）$w\in[SSD_5\varphi] \Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝1, 2, …，有 $w\in[K^n\neg\varphi\wedge K[\alpha]K^nB\varphi]$，

（4_6）$w\in[SSD_6\varphi] \Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝1, 2, …，有 $w\in[K^n(\neg\varphi\wedge[\alpha]B\varphi)]$。

（4_7）$w\in[SSD_7\varphi] \Leftrightarrow$ 对所有自然数 n＝1, 2, …，有 $w\in[K^n\neg\varphi\wedge[\alpha]B^n\varphi]$。

……。

引理 6.5

下列公式在任意 R-框架中有效（有效性如 2.5 定义）：

（1）$SSD\varphi\to K^n\neg\varphi\wedge B^n\varphi$，　对所有自然数 n=1, 2, …。

（2）$SSD\varphi\to WSD\varphi$。┤

定义 6.6

定义系统 **S4** 是下列公理化系统：

（K_O）　$O\varphi\wedge O(\varphi\to\psi)\to O\psi$。

（SSD）　$SSD\varphi\to K^n(\neg\varphi\wedge B\varphi)$，　对所有自然数 n=1, 2, …。

（MP）　$\varphi, \varphi\to\psi／\psi$。

（RN_O）　$\varphi／O\varphi$。　　（O-概括规则）┤

说明：

显然 $SSD\varphi \rightarrow WSD\varphi$是上述系统的内定理。

以后我们另外撰文讨论上述系统的框架可靠性和框架完全性。

最后值得说明的是，我们在以上各节都提出相应的欺骗概念的若干变种。实际上，在逻辑理论中，这样的变种多半用公理或推理规则来表示它们之间的联系，以避免它们都被初始引入。例如，下面公式可以作为公理

$WD_2\varphi \rightarrow WD_3\varphi$。

欺骗概念还有很多其他意义。下面我们简单举出几种：

1、不平等欺骗：骗者（骗子）与受骗者具有不同的信用度。例如，骗者如果比受骗者的信用度高（在受骗者看来），则容易把对方骗了：大人容易把孩子骗了，老师容易把学生骗了，……。

2、通过第三者的欺骗：有时我把你骗了是因为他的缘故，若没有他我是骗不了你的。下面是几种描述：等式左边表示“我由于他（通过某些活动）骗了你”：

$TD_{I, He, Y, \alpha_I, \beta_{He}, 1}\, \varphi ::= K_I\neg\varphi \wedge [\alpha_I]B_{He}\varphi \wedge [\beta_{He}]B_Y\varphi$，

（我知道$\neg\varphi$且我做了活动α使他相信φ且他做了活动β使你相信φ）；

$TD_{I, He, Y, \alpha_I, \beta_{He}, 2}\, \varphi ::= K_I\neg\varphi \wedge [\alpha_I]B_{He}\varphi \rightarrow [\beta_{He}]B_Y\varphi$，

（若我知道$\neg\varphi$且我做了活动α使他相信φ，则他做了活动β使你相信φ）；

$TD_{I, He, Y, \alpha_I}\, \varphi ::= K_I\neg\varphi \wedge [\alpha_I]B_{He}\varphi \rightarrow B_Y\varphi$，

（若我知道$\neg\varphi$且我做了活动α使他相信φ，则你相信φ）；

$TD_{I, He, Y}\, \varphi ::= K_I\neg\varphi \wedge K_I (B_{He}\varphi > B_Y\varphi)$，[6]

（我知道$\neg\varphi$且我知道他相信φ会导致你相信φ）；

……。

3、误骗：我没想骗你，但我知道我做了活动α导致你受骗。

4、互相欺骗：两个主体或两群主体互相欺骗对方。也许一方骗了另一方，也许双方都骗了对方。

上述现象在社会生活非常普遍，值得研究。

7　一个非保守扩充的系统DE2

本节我们给出一个非保守扩充的系统。

一、形式系统及其证明论

定义 7.1.1　公式的形成规则

（1）为了简单，我们在经典句子语言中引入一个活动算子$[\alpha]$和两个认知算子 K 和 B 以及一个欺骗算子 D。本文统称这 4 个算子为**模态算子**。

（2）我们总用φ, ψ和θ（加或不加下标）表示公式，其形成规则如下：

---

[6] 这里的＞是条件句算子，通常用于刻画模态“会”。请参见参考文献［4］。

$p \mid \neg\varphi \mid (\varphi\wedge\psi) \mid K\varphi \mid B\varphi \mid [\alpha]\varphi \mid D\varphi$。

（3）所有公式的集合记为 Form。┤

说明：

Kφ的直观意义是：我知道φ。

Bφ的直观意义是：你相信φ。

[α]φ的直观意义是："我做了α后使φ真"。

Dφ的直观意义是：我做了活动α用φ骗了你。

通常的动态认知逻辑处理可数无穷多个活动，特别是这些活动之间的相互作用。本文为了简单，只考虑"我"做的一个活动。因为我们只想描述"我骗了你"这一概念的基本逻辑性质。

规定与缩写 7.1.2

（1）为了叙述方便，我们规定**联结符的结合力**从左到右依次减弱：

¬，K，B，[α]，D，∧，∨，→，↔。

（2）T 定义为 $p_1\vee\neg p_1$，⊥ 定义为¬T。

（3）本节若不特别指出，总用Δ表示 K, B, [α]或 D：即Δ∈{K, B, [α], D}；我们总用O表示 K, B 或[α]：即O∈{K, B, [α]}。┤

定义 7.1.3

描述欺骗的系统 DE2 定义如下：

公理（模式）：

（TA）　所有重言式的代入特例，

（C_Δ）　$\Delta\varphi\wedge\Delta\psi\to\Delta(\varphi\wedge\psi)$，

（De）　$D\varphi\to K\neg\varphi\wedge[\alpha]B\varphi$，

（D_D）　$D\varphi\to\neg D\neg\varphi$，

（T_K）　$K\varphi\to\varphi$，

（D_B）　$\neg B\bot$。

推理规则：

（MP）　φ, φ→ψ／ψ，

（RM_O）　φ→ψ／Oφ→Oψ，

（RDE）　φ↔ψ／Dφ↔Dψ。┤

说明：

（1）由 TA 和 MP 构成的系统称为**经典句子系统**，记为 **PC**。我们也用 $\mathbf{PC}_0$ 表示用不含模态算子的语言表述的 **PC**。

（2）C_Δ表示 4 条公理模式：

$K\varphi\wedge K\psi\to K(\varphi\wedge\psi)$，　$B\varphi\wedge B\psi\to B(\varphi\wedge\psi)$，

$[\alpha]\varphi\wedge[\alpha]\psi\to[\alpha](\varphi\wedge\psi)$，　$D\varphi\wedge D\psi\to D(\varphi\wedge\psi)$。

类似地，RM_O表示 3 条相应的推理规则：

φ→ψ／Kφ→Kψ，　φ→ψ／Bφ→Bψ，　φ→ψ／[α]φ→[α]ψ。

（3）D_D 直观表示：若我做了活动α用φ骗了你，则我做了活动α用¬φ骗不了你。

（4）T_K 和 D_B 是两条经典认知逻辑通常接受的公理，但这两条公理在我们系统中不是本质的，可以去掉。当然，若去掉 T_K，则 De 应改为

（De'）　$D\varphi\to\neg\varphi\wedge K\neg\varphi\wedge[\alpha]B\varphi$。

（5）上面除 TA 以外的公理称为 **DE2** 的**特征公理**，RM_O称为 **DE2** 的**特征规则**。这样

称谓是因为我们在后面将看到，需要一定的语义条件才能保证这些特征公理有效，才能保证 RM_O 保持有效。

定义 7.1.4

（1）我们用 $\vdash\varphi$ 表示 φ 是 **DE2** 的**内定理**：φ 在 **DE2** 中有一个形式证明。

（2）**DE2** 的全体内定理的集合记为 Th(**DE2**)。

（3）我们也用 $\nvdash\varphi$ 表示 $\varphi\notin$ Th(**DE2**)。┤

引理 7.1.5

下面是 **DE2** 的导出规则和内定理：

（1）$\varphi\leftrightarrow\psi／O\varphi\leftrightarrow O\psi$， （$RE_O$）

（2）$O(\varphi\wedge\psi)\rightarrow O\varphi\wedge O\psi$， （$M_O$）

（3）$D\varphi\rightarrow\neg\varphi\wedge K\neg\varphi\wedge[\alpha]B\varphi$，

（4）$D\varphi\rightarrow\neg K\varphi\wedge\neg\varphi\wedge K\neg\varphi\wedge[\alpha]B\varphi$，

（5）$D\varphi\wedge D\neg\varphi\rightarrow K\top\wedge[\alpha]B\bot$，

（6）$D\varphi\wedge D\neg\varphi\rightarrow[\alpha]B\bot$。

证明：

我们只给出证明的主要步骤和主要根据。请读者自行补充细节。

（1）－（2）据 RM_O。

（3）据 De 和 T_K。

（4）据（3）和 T_K。

（5）

①	$D\varphi\wedge D\neg\varphi\rightarrow D(\varphi\wedge\neg\varphi)$	C_Δ
②	$D(\varphi\wedge\neg\varphi)\rightarrow K\neg(\varphi\wedge\neg\varphi)\wedge[\alpha]B(\varphi\wedge\neg\varphi)$	De
③	$D(\varphi\wedge\neg\varphi)\rightarrow K\top\wedge[\alpha]B\bot$	②，RE_O
④	$D\varphi\wedge D\neg\varphi\rightarrow K\top\wedge[\alpha]B\bot$	①，③

（6）据（5）。┤

下面我们研究 **DE2** 与 $\mathbf{PC}_0$ 的关系。我们要证明前者可以协调地退化为后者。

定义 7.1.6

（1）定义从 Form 到不含模态算子的子语言 $Form_0\subseteq Form$ 的**翻译映射** t 如下：

$t(p)=p$， 对所有原子公式 p；

$t(\neg\varphi)=\neg t(\varphi)$；

$t(\varphi\wedge\psi)=t(\varphi)\wedge t(\psi)$；

$t(O\varphi)=t(\varphi)$；

$t(D\varphi)=t(\bot)$。

（2）对每一公式 $\varphi\in$ Form，我们称 $t(\varphi)$ 是 φ 的 **t-翻译**。┤

定义 7.1.7

令 **S** 和 **T** 是任意两个公理化系统。

我们称 **S** 能 **t-退化**为 **T**，当且仅当 **S** 的所有内定理都能 t-翻译为 **T** 的内定理。┤

定理 7.1.8

DE2 能 t-退化为 $\mathbf{PC}_0$。

证明：

证明显然。┤

定义 7.1.9

称公理化系统 **S** 是**协调系统**，当且仅当不存在φ使得φ和¬φ都是 **S** 的内定理。┤

定理 7.1.10

DE2 是协调的。

证明：

假设 **DE2** 不协调，则存在φ使得φ和¬φ都是 **DE2** 的内定理。据上面的定理，t(φ)和¬t(φ)都是 $\mathbf{PC}_0$ 的内定理，矛盾于 $\mathbf{PC}_0$ 的协调性。┤

二、邻域语义和可靠性定理

任给集合 X，我们总用 P(X)表示 X 的幂集。

定义 7.2.1

（1）称二元组 F＝⟨W, N⟩是**邻域框架**，简称 F 是 **N-框架**，当且仅当

① W 是非空的可能世界集，　且

② N 是{K, B, [α], D}上的映射：对每一Δ∈{K, B, [α], D}，

N(Δ)是一个从 W 到 P(P(W))中的**邻域映射**。

（2）称三元组 M＝⟨W, N, [ ]⟩是**邻域模型**，简称 M 是 **N-模型**，当且仅当⟨W, N ⟩是 **N-**框架且

③ [ ]是从全体原子公式到 P(W)的指派映射。

（3）[ ]也称为框架⟨W, N⟩上的指派映射。┤

说明：

为了自然，以后我们把 N(Δ)写作 N_Δ。

定义 7.2.2　真值集定义

令 M＝⟨W, N, [ ]⟩是 **N-**模型。

对每一复合公式φ，定义φ相对 M 的**真值集**[φ]如下：任给 w∈W，

（1）$w\in[\neg\varphi] \Leftrightarrow w\notin[\varphi]$，

（2）$w\in[\varphi\wedge\psi] \Leftrightarrow w\in[\varphi]$且 $w\in[\psi]$，

（3）$w\in[\Delta\varphi] \Leftrightarrow [\varphi]\in N_\Delta(w)$。┤

说明：

据上面的（3），我们有

$[\Delta\varphi]=\{w\in W：[\varphi]\in N_\Delta(w)\}$。

定义 7.2.3

（1）称 **N-**框架 F＝⟨W, N⟩是**描述欺骗的框架**，简称 F 是 **de2-框架**，当且仅当下列**框架条件**成立：对任意 w∈W 和 X, Y ⊆W，

(cδ)　　$X, Y\in N_\Delta(w) \Rightarrow X\cap Y\in N_\Delta(w)$；

(de)　　$X\in N_D(w) \Rightarrow \underline{X}\in N_K(w)$且$\{u\in W：X\in N_B(u)\}\in N_{[\alpha]}(w)$，　其中 $\underline{X}=W-X$；

(dd) $X \in N_D(w) \Rightarrow \underline{X} \notin N_D(w)$；

(tk) $X \in N_K(w) \Rightarrow w \in X$；

(db) $\varnothing \notin N_B(w)$；

(rmo) $X \in N_O(w)$且 $X \subseteq Y \Rightarrow Y \in N_O(w)$。

（2）所有的 **de2**-框架的类记作 Frame(**de2**)。┤

定义 7.2.4　有效性定义

令 F＝⟨W, N⟩是 **N**-框架，M＝⟨W, N, [ ]⟩是 **N**-模型。

（1）称φ在 M 中**有效**，记为 M⊨ φ，当且仅当[φ]＝W；否则称φ在 M 中**不有效**，记为 M⊭φ。

（2）称φ在 F 中**有效**，记为 F⊨ φ，当且仅当，对 F 上的任意指派映射[ ]，有[φ]＝W；否则称φ在 F 中**不有效**，记为 F⊭ φ 。

（3）称规则$\varphi_1,\ldots,\varphi_n$／φ相对 M **保持有效性**，当且仅当，若$[\varphi_1]=\ldots=[\varphi_n]=W$，则[φ]＝W。┤

引理 7.2.5

令 M＝⟨W, N, [ ]⟩是 **N**-模型。则

（1）$[\neg\varphi]=W-[\varphi]$，

$[\varphi\wedge\psi]=[\varphi]\cap[\psi]$，

$[\varphi\vee\psi]=[\varphi]\cup[\psi]$，

$[\perp]=\varnothing$，$[\top]=W$。

（2）$[\varphi]\cap[\varphi\rightarrow\psi]\subseteq[\psi]$。

（3）$[\varphi\rightarrow\psi]=W \Leftrightarrow [\varphi]\subseteq[\psi]$。

（4）$[\varphi\leftrightarrow\psi]=W \Leftrightarrow [\varphi]=[\psi]$。┤

定义 7.2.6

（1）称系统 **S** 相对框架类 ***C*** 是**框架可靠系统**，当且仅当，**S** 的内定理在 ***C*** 的所有框架中有效。

（2）称系统 **S** 相对框架类 ***C*** 是**框架完全系统**，当且仅当，在 ***C*** 的所有框架中有效的公式是 **S** 的内定理。┤

定理 7.2.7　框架可靠性定理

DE2 相对框架类 Frame(**de2**)是可靠的。

证明：

任给 **de2**-框架 F＝<W, N>和 F 上赋值[ ]。

下面验证 **DE2** 的公理相对 M＝<F, [ ]>有效且 **DE2** 的推理规则相对 M 保持有效性。

验证公理 TA 和规则 MP：显然。（MP 甚至是逐点保真的。）

验证公理 C_Δ**：**任给 $w\in[\Delta\varphi\wedge\Delta\psi]$。则据引理 7.2.2（2）－（3），

$[\varphi], [\psi]\in N_\Delta(w)$。

据定义 7.2.3 的(cδ)，我们有

$[\varphi]\cap[\psi]\in N_\Delta(w)$。

据引理 7.2.5（1），我们有

$[\varphi\wedge\psi]\in N_\Delta(w)$。

再据 7.2.2（3），我们有 $w\in[\Delta(\varphi\wedge\psi)]$。

据 7.2.5（3），我们有 $w\in[\Delta\varphi\wedge\Delta\psi\rightarrow\Delta(\varphi\wedge\psi)]$。

验证公理 De：任给 $w\in[D\varphi]$。则$[\varphi]\in N_D(w)$。据定义 7.2.3 的(de)，我们有

① $W-[\varphi]\in N_K(w)$， 且

② $\{u\in W\text{：}[\varphi]\in N_B(u)\}\in N_{[\alpha]}(w)$。

据①和引理 7.2.5（1），我们有

③ $[\neg\varphi]\in N_K(w)$。

据②和引理 7.2.2（3）（以及后面的说明），我们有

④ $[B\varphi]\in N_{[\alpha]}(w)$。

据③，④和引理 7.2.2（3）－（2），我们有 $w\in[K\neg\varphi\wedge[\alpha]B\varphi]$。

验证公理 D_D：任给 $w\in[D\varphi]$。则$[\varphi]\in N_D(w)$。据定义 7.2.3 的(dd)，我们有

$W-[\varphi]\notin N_D(w)$。

再据引理 7.2.5（1），我们有

$[\neg\varphi]\notin N_D(w)$。

再据引理 7.2.2（3），有 $w\notin[D\neg\varphi]$，再据引理 7.2.5（1），有 $w\in[\neg D\neg\varphi]$。

验证公理 T_K：任给 $w\in[K\varphi]$。则$[\varphi]\in N_K(w)$。据定义 7.2.3 的(tk)，我们有 $w\in[\varphi]$。

验证公理 D_B：据定义 7.2.3 的(db)，我们有$\varnothing\notin N_B(w)$，据引理 7.2.5（1），我们有

$[\perp]\notin N_B(w)$，

所以我们有 $w\notin[B\perp]$，因此 $w\in[\neg B\perp]$。

验证规则 RM_O: 设$[\varphi\rightarrow\psi]=W$。据 7.2.5（3），有

（＃）$[\varphi]\subseteq[\psi]$。

任给 $w\in W$，我们有

$w\in[O\varphi]\Leftrightarrow[\varphi]\in N_O(w)$ 据 7.2.2（3）

$\Rightarrow[\psi]\in N_O(w)$ 据（＃）和 7.2.3 的(rmo)

$\Leftrightarrow w\in[O\psi]$ 据 7.2.2（3）。

因此据 w 的任意性，有$[O\varphi]\subseteq[O\psi]$，再据 7.2.5（3），我们有

$[O\varphi\rightarrow O\psi]=W$。

验证规则 RDE: 设$[\varphi\leftrightarrow\psi]=W$。据 7.2.5（4），有

（＃）$[\varphi]=[\psi]$。

任给 $w\in W$，我们有

$w\in[D\varphi]\Leftrightarrow[\varphi]\in N_D(w)$ 据 7.2.2（3）

$\Leftrightarrow[\psi]\in N_D(w)$ 据（＃）

$\Leftrightarrow w\in[D\psi]$ 据 7.2.2（3）。

因此据 w 的任意性，有$[D\varphi]=[D\psi]$，据 7.2.5（4），我们有

$[D\varphi\leftrightarrow D\psi]=W$。┤

三、完全性定理

定义 7.3.1

令 w 是公式集。

（1）称 w 是**一致集**，当且仅当对所有有穷公式序列$\varphi_1,\ldots,\varphi_n\in w$，有

$\nvdash \neg(\varphi_1\wedge\ldots\wedge\varphi_n)$。

（2）称 w 是**极大集**，当且仅当对所有$\varphi\in$ Form，有$\varphi\in w$ 或$\neg\varphi\in w$。

（3）称 w 是**极大一致集**，当且仅当 w 既是一致的又是极大的。

（4）称 **DE2** 是**一致系统**，当且仅当 Th(**DE2**)是一致的。┤

引理 7.3.2

DE2 是一致的。

证明：

假设 **DE2** 不一致。则 Th(**DE2**)不一致，所以存在$\varphi_1,\ldots,\varphi_n\in$ Th(**DE2**)使得

$\vdash \neg(\varphi_1\wedge\ldots\wedge\varphi_n)$。

另一方面，因为$\varphi_1,\ldots,\varphi_n\in$ Th(**DE2**)，所以易证

$\vdash \varphi_1\wedge\ldots\wedge\varphi_n$。

据定义 7.1.9，**DE2** 不协调，矛盾于定理 7.1.10。┤

因为 **DE2** 是 **PC** 的扩充，所以如通常证明，我们有下列结果。

引理 7.3.3

令 w 是公式集。

（1）令 w 是极大一致集。则

$\neg\varphi\in w \Leftrightarrow \varphi\notin w$，

$\varphi\wedge\psi\in w \Leftrightarrow \varphi\in w$ 且$\psi\in w$，

$\varphi\vee\psi\in w \Leftrightarrow \varphi\in w$ 或$\psi\in w$，

$\varphi\in w$ 且$\vdash \varphi\rightarrow\psi \Rightarrow \psi\in w$，

$\varphi\in w$ 且$\varphi\rightarrow\psi\in w \Rightarrow \psi\in w$，

$(\varphi\in w \Rightarrow \psi\in w) \Leftrightarrow \varphi\rightarrow\psi\in w$。

（2）Th(**DE2**)$\subseteq$w。

（3）若$\nvdash \varphi$，则存在极大一致集 w 使得$\varphi\notin w$。

（4）若 w 一致，则存在极大一致集 $u\in W$ 使得 $w\subseteq u$。┤

定义 7.3.4

$|\varphi|::=\{w$：w 是极大一致集使得$\varphi\in w\}$。┤

引理 7.3.5

（1）$|\neg\varphi|=W-|\varphi|$，　其中 W 是所有极大一致集的集合，

$|\varphi\wedge\psi|=|\varphi|\cap|\psi|$，

$|\varphi\vee\psi|=|\varphi|\cup|\psi|$，

$|\bot|=\varnothing$，$|\top|=W$。

（2）$|\varphi|\cap|\varphi\rightarrow\psi|\subseteq|\psi|$。

（3）$|\varphi\rightarrow\psi|=W \Leftrightarrow |\varphi|\subseteq|\psi| \Leftrightarrow \vdash \varphi\rightarrow\psi$。

（4）$|\varphi\leftrightarrow\psi|=W \Leftrightarrow |\varphi|=|\psi| \Leftrightarrow \vdash \varphi\leftrightarrow\psi$。

证明：

据上一引理易证。┤

定义 7.3.6

（1）定义 **DE2** 的**典范模型** M＝<W, N, [ ]>如下：

① W＝{w：w 是极大一致集}，

② N 是{K, B, [α], D}上的映射：对每一$\Delta \in$ {K, B, [α], D}，

N_Δ是一个从 W 到 P(P(W))中的映射使得

$|\varphi| \in N_\Delta(w) \Leftrightarrow \Delta\varphi \in w$，　对任意 $w \in W$ 和公式φ。

③ [p]＝|p|，　对每一原子公式 p。

（2）F＝<W, N>也称为 **DE2** 的**典范框架**。┤

说明：

据引理 7.3.2，**DE2** 是一致的，所以 W 非空。

定理 7.3.7　典范模型基本定理

令 M＝<W, N, [ ]>是 **DE2** 的典范模型。

（1）$\varphi \in w \Leftrightarrow w \in [\varphi]$，　对每一 $w \in W$ 和公式φ。

（2）$|\varphi| = [\varphi]$，　对每一公式φ。

证明：

（2）从（1）易得。所以我们只须证（1）。

施归纳于φ的结构。

原子公式的情况据上一定义的③。

布尔联结符¬和∧的情况如通常所证。

令φ＝Δψ。所以

$w \in [\varphi] \Leftrightarrow w \in [\Delta\psi]$

$\Leftrightarrow [\psi] \in N_\Delta(w)$　　据 7.2.2（3）

$\Leftrightarrow |\psi| \in N_\Delta(w)$　　据归纳假设

$\Leftrightarrow \Delta\psi \in w$　　据上一定义的②

$\Leftrightarrow \varphi \in w$。┤

定理 7.3.8

令 M 是 **DE2** 的典范模型。则对每一公式φ，我们有

$M \vDash \varphi \Leftrightarrow \vdash \varphi$。

证明：

$\vdash \varphi \Leftrightarrow |\varphi| = W$　　据引理 7.3.3（2）－（3）

$\Leftrightarrow [\varphi] = W$　　据上一定理

$\Leftrightarrow M \vDash \varphi$　　据有效性定义 7.2.4。┤

定义 7.3.9

（1）定义 **DE2** 的**适当结构**(proper structure) M＝<W, N, [ ]>如下。

① W＝{w：w 是极大一致集}；

② 对所有 $w \in W$，

$N_O(w) = \{X$：存在$O\varphi \in w$ 使得$|\varphi| \subseteq X\}$，　其中$O \in$ {K, B, [α]}，

$N_D(w) = \{|\varphi|$：存在 $D\varphi \in w\}$；

③ [p]＝|p|，　对每一原子公式 p。

（2）F＝<W, N>称为 **DE2** 的适当框架。┤

引理 7.3.10

令 M＝<W, N, [ ]>是 **DE2** 的适当结构。则 M 是 **DE2** 的典范模型。

证明：

据定义 7.3.6，只须证：对任意 $w\in W$ 和公式φ，

（1）　$|\varphi|\in N_\Delta(w) \Leftrightarrow \Delta\varphi\in w$。

“$\Leftarrow$”：设$O\varphi\in w$。因为$|\varphi|\subseteq|\varphi|$，所以据 $N_O(w)$的构造，有$|\varphi|\in N_O(w)$。

设 $D\varphi\in w$。据 $N_D(w)$的构造，有$|\varphi|\in N_\Delta(w)$。

“$\Rightarrow$”：设$|\varphi|\in N_\Delta(w)$。因为等价类的代表元不是惟一的，所以据 $N_\Delta(w)$的构造，

（2）存在$O\varphi_0\in w$ 使得$|\varphi_0|\subseteq|\varphi|$，　且

（3）存在 $D\varphi_0\in w$ 使得$|\varphi_0|=|\varphi|$。

据（2），有$|\varphi_0|\subseteq|\varphi|$，所以据引理 7.3.5，有

$\vdash \varphi_0\to\varphi$。

据 RM_O，有

$\vdash O\varphi_0\to O\varphi$。

因为$O\varphi_0\in w$，所以$O\varphi\in w$。

据（3），有$|\varphi_0|=|\varphi|$，所以据引理 7.3.5，有

$\vdash \varphi_0\leftrightarrow\varphi$。

据 RDE，有

$\vdash D\varphi_0\leftrightarrow D\varphi$。

因为 $D\varphi_0\in w$，所以 $D\varphi\in w$。┤

引理 7.3.11

DE2 的适当框架 F 是 **de2-**框架。

证明：

下面我们来验证 F 满足定义 7.2.3 给出的框架条件。

验证$(c\delta)$。设 $X, Y\in N_\Delta(w)$。

情况 1　$\Delta\in\{K, B, [\alpha]\}$。则

（1）存在$\Delta\varphi\in w$ 使得$|\varphi|\subseteq X$，　且

（2）存在$\Delta\psi\in w$ 使得$|\psi|\subseteq Y$。

所以据 7.3.3（1），有$\Delta\varphi\wedge\Delta\psi\in w$，再据公理 C_Δ，易得

（3）存在$\Delta(\varphi\wedge\psi)\in w$ 使得$|\varphi\wedge\psi|\subseteq X\cap Y$。

所以 $X\cap Y\in N_\Delta(w)$。

情况 2　$\Delta=D$。则

（4）存在 $D\varphi\in w$ 使得$|\varphi|=X$，　且

（5）存在 $D\psi\in w$ 使得$|\psi|=Y$。

所以据 7.3.3（1），有$\Delta\varphi\wedge\Delta\psi\in w$，再据公理 C_Δ，易得

（6）存在 $D(\varphi\wedge\psi)\in w$ 使得$|\varphi\wedge\psi|=X\cap Y$。

所以 $X\cap Y\in N_D(w)$。

验证(de)。设 $X\in N_D(w)$。则

（1）存在 $D\varphi\in w$ 使得$|\varphi|=X$。

据公理 De，有

（2）$K\neg\varphi\wedge[\alpha]B\varphi\in w$。

因为$|\varphi|=X$，所以据（2），有

（3）存在 $K\neg\varphi\in w$ 使得$|\neg\varphi|\subseteq W-X=\underline{X}$。

下面先证：

（4）$|B\varphi|\subseteq\{u\in W：X\in N_B(u)\}$。

任给 $u\in|B\varphi|$，则 $B\varphi\in u$。要证（4），据 $N_B(u)$的构造，只须证：

（5）存在 $B\varphi\in u$ 使得$|\varphi|\subseteq X$。

而这是显然的，所以（4）得证。

据（4）和（2），有

（5）存在$[\alpha]B\varphi\in w$ 使得$|B\varphi|\subseteq\{u\in W：X\in N_B(u)\}$。

最后据（3）和（5），有

$\underline{X}\in N_K(w)$且$\{u\in W：X\in N_B(u)\}\in N_{[\alpha]}(w)$。

验证(dd)。设 $X\in N_D(w)$。则

（1）存在 $D\varphi\in w$ 使得$|\varphi|=X$。

再据公理 D_D，易见

（2）存在$\neg D\neg\varphi\in w$ 使得$|\varphi|=X$。

下证：

（3）$\underline{X}\notin N_D(w)$。

假设要证结果不成立。则 $\underline{X}\in N_D(w)$，所以

（4）存在 $D\psi\in w$ 使得$|\psi|=\underline{X}$。

因为$|\varphi|=X$，所以据 7.3.3（1），有

（5）$|\psi|=\underline{X}=|\neg\varphi|$。

所以据引理 7.3.5（4），有$\vdash\psi\leftrightarrow\neg\varphi$。再据 RDE，有

$\vdash D\psi\leftrightarrow D\neg\varphi$。

再据（4）和 7.3.3（1），有 $D\neg\varphi\in w$。而据（2），有$\neg D\neg\varphi\in w$。矛盾于 7.3.3（1）。

验证(tk)。设 $X\in N_K(w)$。

（1）存在 $K\varphi\in w$ 使得$|\varphi|\subseteq X$。

再据公理 T_K，有$\varphi\in w$。所以 $w\in|\varphi|$。因为$|\varphi|\subseteq X$，所以 $w\in X$。

验证(db)。据公理 D_B 和 7.3.3（2），对每一 $w\in W$，有

（1）$\neg B\bot\in w$。

下证：

（2）$\varnothing\notin N_B(w)$。

假设要证结果不成立。则$\varnothing\in N_B(w)$，所以

（3）存在 $B\varphi\in w$ 使得$|\varphi|\subseteq\varnothing$。

易见$|\varphi|=\varnothing$，所以据 7.3.5（1），有$|\bot|=|\varphi|$，据 7.3.5（4），有$\vdash\varphi\leftrightarrow\bot$。再据 7.1.5（1）的 RE_O，我们有

$\vdash B\varphi\leftrightarrow B\bot$。

再据（3）和 7.3.3（1），有 $B\bot\in w$。矛盾于（1）和 7.3.3（1）。

验证(rmo)。设 $X\in N_O(w)$且 $X\subseteq Y$。则

（1）存在$O\varphi\in w$使得$|\varphi|\subseteq X$。

因为 $X\subseteq Y$，所以

（2）存在$O\varphi\in w$使得$|\varphi|\subseteq Y$。

所以 $Y\in N_O(w)$。┤

定理 7.3.12　框架完全性定理

DE2 相对框架类 Frame(**de2**)是完全的。

证明：

只须证：

（%）　若A不是 **DE2** 的内定理，则 A 在某个 **de2**-框架中不有效。

令 M＝<W, N, [ ]>是 **DE2** 的适当结构，且令 F＝<W, N>是 **DE2** 的适当框架。据引理 7.3.10，M 是 **DE2** 的典范模型。

设 A不是 **DE2** 的内定理。据定理 7.3.8，有 $M\nvDash A$，所以 $F\nvDash A$。再据上一引理，F 是 **de2**-框架，所以有要证结果。┤

我们下一步要考虑下列问题：

1、扩充上述系统。例如，加入下列公理：

（KD）　$K_Y\neg\varphi\to\neg D\varphi$，　如果在 7.1.1（2）的形式语言中加入“你知道”算子 K_Y，

（N_K）　$K\top$，

（$\mathbf{4}_K$）　$K\varphi\to KK\varphi$，

（$\mathbf{4}_B$）　$B\varphi\to BB\varphi$，

（$\mathbf{5}_K$）　$\neg K\neg\varphi\to K\neg K\neg\varphi$，

（$\mathbf{5}_B$）　$\neg B\neg\varphi\to B\neg B\neg\varphi$，

（$A_\cup$）　$[\alpha\cup\beta]\varphi\leftrightarrow[\alpha]\varphi\wedge[\beta]\psi$，[7]

（$A_;$）　$[\alpha;\beta]\varphi\leftrightarrow[\alpha][\beta]\varphi$，

（$A_?$）　$[\psi?]\varphi\leftrightarrow(\psi\to\varphi)$，

（A_*）　$\varphi\wedge[\alpha][\alpha^*]\varphi\leftrightarrow[\alpha^*]\varphi$，

（IA_*）　$\varphi\wedge[\alpha^*](\varphi\to[\alpha]\varphi)\to[\alpha^*]\varphi$。　（*-归纳公理）

2、把上述结果推广到相应的多主体逻辑，研究一群主体如何成功欺骗另一群主体（后者是在军事上经常使用的手段）。

参考文献:

［**1**］D. Harel, D. Kozen, J. Tiuryn. Dynamic Logic[M]. The MIT Press, 2000.

［**2**］R. Fagin, J. Y. Halpern, Y. Moses and M. Y. Vardi. Reasoning about Knowledge[M]. The MIT Press, 1995.

［**3**］J. –J. Ch. Meyer, W. van der Hoek. Epistemic Logic for AI and Computer Science[M]. Cambridge University Press, 1995.

［**4**］李小五. 条件句逻辑[M]. 北京:人民出版社, 2003.

[7] 引入此类公理还要在对象语言增加若干原子活动并规定生成复合型活动的规则。见参考文献［1］p.164－173。

Deception and Self-deception

LI Xiao-wu

(Institute of Logic and Cognition of Zhongshan University 510275, Guangdong, China)

Abstract： Firstly, we discuss the week deception and strong deception between two agents. Secondly, we discuss the week deception and strong deception between two groups of agents. Thirdly, we discuss the week self-deception and strong self-deception of single agent. Finally, we give out a nonconservative extensive system **DE2**.

Key words： deception; self-deception; nonconservative extensive system