

小样本协整检验的神经网络方法

杨宝臣, 张世英

(天津大学管理学院 天津 300072)

摘要: 采用 Monte Carlo 模拟方法, 给出了小样本容量下协整检验临界值的响应面 (response surface) 方程, 结果表明小样本协整检验的临界值不仅与样本容量有关, 还依赖于协整检验中的滞后阶数。进一步, 以样本容量、变量个数、滞后阶数为输入指标, 检验临界值为输出指标建立了神经网络模型。神经网络模型比响应面模型具有更高的精度。

关键词: 协整检验; 响应面方法; 神经网络; 小样本

中图分类号: F224.0

文献标识码: A

1 引言

协整理论^[5]的研究大多数都是建立在大样本基础上的, 模型的建立普遍基于月份或季度数据。文[3,4,6]等给出的协整关系的检验都是基于大样本的情形。小样本下经济变量间协整关系的检验, 尤其是涉及到数据量较少的年度数据时, 就很薄弱了。其主要原因是缺少用于小样本协整检验统计量的临界值, 而且相应的协整检验的势是未知的。

文[1]研究了小样本协整问题, 通过 Monte Carlo 实验得出结论, 不同的数据生成过程 (Data Generating Process, DGP) 会得到检验统计量的不同概率分布。由不同模型生成的数据之间及由它们得出的小样本下统计量概率分布之间的差异是显著的。文[7]以实际 DGP 为基础, 应用靴攀 (bootstrap) 方法, 得到了单位根检验的临界值及检验的势分布, 其方法只是针对不同的实际模型, 分别进行相应的单位根及协整检验, 没有建立普遍适用的协整检验的临界值表。

文[12]应用响应面方法^[14] (RSM) 得到了 EG 两步法在有限样本下的临界值, 对于任意样本容量下的临界值都可以通过该响应面方程计算出来。文[2]也引入 RSM, 研究了文[9-11]的迹统计量和最大特征根统计量在有限样本下的临界值, 得出的结论是, 在有限样本条件下, 协整检验的临界值不但与样本容量有关, 而且与模型的滞后阶数, 变量的个数有关。

本文研究小样本下的 ADF 协整检验问题。首先采用响应面方法, 研究样本容量 T 和滞后阶数 k 对小样本下协整检验临界值的影响, 给出了小样本条件下协整检验的响应面方程。提出了旨在提高小样本条件下协整检验精度和简化协整检验响应面方程数目的神经网络方法, 给出了小样本协整检验的 9 个神经网络模型, 并与响应面方法的精度进行了比较。

2 小样本协整检验的响应面方法^[16]

文[6]提出了协整检验统计量临界值的大小不仅依赖于样本容量的个数, 还与协整回归方程中变量的个数有关。因此, 考虑协整系统中存在多个变量的情形。考虑以下 DGP:

$$\begin{aligned} Y_t &= Y_{t-1} + \varepsilon_t \\ Y_t &= (y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tN}), N > 2 \end{aligned} \quad (1)$$

ε_t 为相互独立的标准正态分布的随机变量, 即 $\varepsilon_{it} \stackrel{i.i.d}{\sim} N(0,1)$ 。向量 Y_t 表示 N 个时间序列的第 t

期观测值，每一个分量都是一个一阶单整 $I(1)$ 序列。如果 Y 的各分量之间存在协整关系，则存在向量 α ，使 $z_t = \alpha'Y_t$ 为 $I(0)$ 序列。

在模拟分析中，样本容量 T 取以下值 $T=\{15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100\}$ ，滞后阶数 $k=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，实验共 $18 \times 5 = 90$ 组，对于每一组 T 与 k 实验分别重复 30000 次。

令 $x_0=0, y_0=0$ ，为了减少初值条件对数据生成过程的影响，采用重复删除法进行了系统模拟，即每次采样去掉前 50 个样本数据，而以第 51 个数据作为初始值，以消除初始状态对数据生成过程的影响。用 GAUSS 中的 RNDN 产生均值为 0，标准差为 1 的伪正态随机变量 $\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}$ 各 $T+50$ 个，经过一阶求和后生成关于 x_t 和 y_t 的时间序列，其分量分别为 $T+50$ 个，除去前 50 个观测值，结果就得到所需要的时间序列 $\{x_t\}$ 和 $\{y_t\}$ 。

由式 (1) 给出的 DGP 是形式最简单的数据生成过程，并没有考虑到 ε_{it} 含多余参数时的情况。文[12]考察了当 DGP 中的残差为 AR 或 MA 过程时的小样本 ADF 检验临界值变化情况。实验结果表明，只要 k 足够大以消除残差中的自相关，不同结构的残差得到的结果的差异是很小的。

由式 (1) 生成的 x_t 和 y_t 都为—阶单整序列 $I(1)$ ，如果 x_t 和 y_t 是协整的，则存在一个常数 α ，使 $z_t = y_t - \alpha x_t$ 为 $I(0)$ ；如果它们之间不存在协整关系，则 x_t 和 y_t 的任意线性组合将仍为一个—阶单整序列 $I(1)$ 。

协整检验的步骤为

第 1 步， 估计协整回归方程

首先估计协整回归方程

$$y_{1t} = \alpha_1 + \sum_{j=2}^N \alpha_j y_{jt} + z_t, N > 2 \quad (2)$$

因此得到的系数的估计值 $\hat{\alpha} = (\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_N)$ ，计算

$$\hat{z}_t = y_{1t} - \hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2 y_{2t} \cdots - \hat{\alpha}_N y_{Nt} \quad (3)$$

本文采用更一般的 ADF 检验形式

$$\Delta \hat{z}_t = (\rho - 1) \hat{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \sigma_i \Delta \hat{z}_{t-i} + u_t \quad (4)$$

$$\Delta \hat{z}_t = \mu + (\rho - 1) \hat{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \sigma_i \Delta \hat{z}_{t-i} + u_t \quad (5)$$

$$\Delta \hat{z}_t = \mu + \gamma t + (\rho - 1) \hat{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \sigma_i \Delta \hat{z}_{t-i} + u_t \quad (6)$$

其中 u_t 为白噪声。零假设 $H_0: \rho = 1$ ，即 z_t 有单位根；备择假设 $H_1: |\rho| < 1$ ，即序列为 $I(0)$ 序列或带有确定性趋势的 $I(0)$ 序列。式 (4)、(5)、(6) 三种情况分别为“无常数项和趋势项”，“带常数项”及“带常数项和趋势项”。

第 2 步，用得到的 z_t 序列作为样本按模型 (4)、(5)、(6) 分别去估计值 $\hat{\rho}$ ，并计算出相应的 ADF 检验统计量在 1%，5% 和 10% 显著性水平上的临界值。

在分析中，响应变量为小样本下的 ADF 检验的临界值，控制变量为样本容量 T 和滞后阶数 k 。选择一个合适的函数形式作为响应面方程对得到正确的临界值估计是十分重要的，而且需要满足一些约束条件，即滞后阶数 k 对临界值的影响必须随样本容量 T 的增大而减小，至 T 趋于无穷时，这种影响减至零。经过反复的实验与筛选，得到一个二阶多项式方程

$$CV = \alpha_0 + \alpha_1(1/T') + \beta_1(k/T') + \beta_2(k/T'^2) + \varepsilon \quad (7)$$

式中 CV 表示对应于样本容量 T 和滞后阶数 k 的临界值， $T' = T - k$ 为有效的观测值个数， ε 为残差项。

注意到如果控制变量采用样本容量个数 T 替代有效观测值个数 T' ，拟合优度会降低，所以采用有效观测值个数作为控制变量拟合响应面方程是合理的。

当变量个数 $N=2$ 时，三种不同显著性水平下的 ADF 检验的响应面方程结果见表 1，同时各种拟合结果的参数也列于表中，包括相关系数 R^2 ，残差平方和 (SSE)。在所有情况下， $1/T$ 与 k/T ， k/T'^2 项的系数在统计上都是显著的。

用方程 (7) 估计得到的临界值与文[12, 4]进行比较。例如当 $k=5$ ， $T=50$ 时，估计得出的临界值为 -3.652 (1%)，-2.862 (5%) 和 -2.593 (10%)，而文[2]的为 -2.62 (1%)，-2.25 (5%) 和 -1.95 (10%)，文[12]的为 -4.231 (1%)，-3.496 (5%)，-3.144 (10%)，本文的估计值显然与文[4, 12] 的未考虑滞后阶数得到的临界值不同。但随样本容量增大这些差别将逐渐缩小，因为方程是 $1/T$ 和 k/T'^2 的函数。

表 1: $N=2$ 时临界值响应面的估计结果

方程系数	无常数项和趋势项			带常数项			带常数项和趋势项		
	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%
α_0	-3.366506 (0.012200)	-2.784632 (0.008068)	-2.48060 4 (0.00609)	-3.557953 (0.014134)	-2.969647 (0.008264)	-2.672650 (0.006479)	-4.093594 (0.019446)	-3.502505 (0.012121)	-3.201512 (0.009686)
α_1	-10.73815 1 (0.567699)	-6.684779 (2.375419)	-5.34255 5 (0.28339)	-6.114677 (0.657662)	-3.067052 (0.383694)	-1.803428 (0.301466)	-9.288471 (0.904850)	-4.604490 (0.564015)	-3.382569 (0.450686)
β_1	2.680396 (0.171946)	2.158801 (0.113708)	2.909287 (0.08583)	2.103123 (0.199194)	2.527371 (0.116214)	2.354348 (0.091309)	3.648660 (0.274063)	2.191316 (0.170830)	2.790942 (0.136505)
β_2	-12.48741 2 (2.505169)	-4.808964 (1.656668)	-2.05935 7 (1.25056)	-35.94430 7 (2.902163)	-16.70712 3 (1.693184)	-11.368299 (1.330323)	-67.05527 5 (3.992964)	-27.79045 1 (2.488910)	-17.675995 (1.988807)
R^2	0.926	0.898	0.930	0.955	0.876	0.871	0.971	0.924	0.836
SSE	0.035	0.023	0.017	0.040	0.023	0.018	0.055	0.034	0.027

注：对于每一组 T 与 k ，实验分别重复 30000 次

应用式 (7)，分别估计 $N=3, 4, 5, 6$ 下的 ADF 临界值的响应面方程，结果见表 2，其中 $S.E$ 分别表示每个参数的标准差。

表 2: $N=3, 4, 5, 6$ 时临界值响应面的估计结果

N	响应面方程	$\alpha(\%)$	α_0	标准差 <i>S.E</i>	α_1	标准差 <i>S.E</i>	β_1	标准差 <i>S.E</i>	β_2	标准差 <i>S.E</i>
3	无常数项和趋势项	1	-3.901599	0.015635	-14.971972	0.727519	4.810935	0.220353	-19.419715	3.210431
		5	-3.325914	0.010772	-9.382795	0.501220	3.870052	0.151810	-10.22042	2.211805
		10	-3.029270	0.008587	-7.40187	0.399566	3.522845	0.121021	-7.529447	1.763224
3	带常数项	1	-3.967799	0.017275	-10.579268	0.803826	4.263872	0.243464	-41.267087	3.547160
		5	-3.385296	0.011116	-6.015794	0.517245	3.319929	0.156664	-20.946716	2.282522
		10	-3.092103	0.008497	-4.190991	0.395371	3.053045	0.119751	-16.513091	1.744712
3	带常数项和趋势项	1	-4.275280	0.024424	-9.292095	1.136500	4.736282	0.344225	-75.679100	5.015200
		5	-3.664531	0.013108	-5.814335	0.609915	3.160492	0.184732	-32.663704	2.691459
		10	-3.365174	0.010519	-3.961433	0.489445	2.631782	0.148244	-21.148896	2.159846
4	无常数项和趋势项	1	-4.281729	0.018142	-20.902325	0.84417	6.604161	0.255687	-18.644406	3.725230
		5	-3.732137	0.019410	-13.273459	0.903183	5.650421	0.273558	-14.130556	3.985605
		10	-3.439591	0.021342	-10.405695	0.550929	5.003619	0.166867	-9.766540	2.431166
4	带常数项	1	-3.760024	0.021342	-9.360548	0.993062	5.063535	0.300781	-23.900824	4.382231
		5	-3.760024	0.019736	-12.38744	0.738221	7.429824	0.253878	-25.986236	4.30433
		10	-3.622029	0.013422	-5.788496	0.624564	3.968644	0.189169	-23.994685	2.756106
4	带常数项和趋势项	1	-4.529792	0.028067	-12.187445	1.305986	6.256605	0.395560	-78.414492	5.763113
		5	-3.911970	0.016056	-8.358554	0.747118	4.509975	0.226289	-33.845875	3.296917
		10	-3.622029	0.013422	-5.788496	0.624564	3.968644	0.189169	-23.994685	2.756106
5	无常数项和趋势项	1	-4.635735	0.021091	-24.005624	0.981412	8.289911	0.297252	-26.565554	4.330818
		5	-4.098316	0.032518	-17.865938	1.496383	8.149249	0.453227	-32.386286	6.603305
		10	-3.798313	0.016041	-12.701873	0.746427	6.488877	0.226079	-14.553347	3.293866
5	带常数项	1	-4.672689	0.022261	-19.134605	1.035857	8.097197	0.313742	-48.295880	4.571077
		5	-4.108383	0.018327	-11.827841	0.852774	6.578644	0.258290	-27.077642	3.763158
		10	-3.811818	0.016306	-9.796227	0.758743	6.126018	0.229810	-20.067649	3.348215
5	带常数项和趋势项	1	-4.786863	0.025209	-16.193421	1.173032	7.803923	0.355290	-75.510248	5.176409
		5	-4.207208	0.017942	-9.680842	0.834881	6.055418	0.252871	-40.213767	3.684203
		10	-3.912037	0.015388	-7.495009	0.716004	5.543628	0.216877	-29.395472	3.159792
6	无常数项和趋势项	1	-4.640878	0.021130	-23.769008	0.983214	8.280772	0.297798	-27.032709	4.338770
		5	-4.093828	0.017674	-15.656407	0.822412	7.100859	0.249094	-18.243338	3.629178
		10	-3.912868	0.015600	-7.629997	0.725904	5.609507	0.219863	-29.946564	3.203304
	带常数项	1	-4.682733	0.021650	-18.682446	1.007408	8.118645	0.305126	-49.010089	4.445536

6		5	-4.114059	0.018067	-11.986421	0.840706	6.722860	0.254635	-27.770511	3.709905
		10	-3.816515	0.015818	-9.430826	0.736033	6.160254	0.222931	-21.513200	3.248000
6	带常数项和趋势项	1	-4.804878	0.026436	-15.192262	1.230119	7.861203	0.372581	-79.595848	5.428326
		5	-4.207232	0.018186	-10.142028	0.846203	6.161485	0.256300	-39.632279	3.734164
		10	-3.912868	0.015600	-7.629997	0.725904	5.609507	0.219863	-29.946564	3.203304

注：表 2 中，N 表示变量个数， α 表示检验的显著性水平，对于每一组 T 与 k，实验分别重复 30000 次。

如果响应面方程还是回归变量个数 N 的函数，将 N 作为控制变量之一增加加入响应面方程，则响应面方程的个数会减少一半，这就明显提高了响应面方程的普遍适用性，但该法在确定建立响应面方程时存在较大困难。在下一节本文利用神经网络方法研究此问题。

3 小样本协整检验的神经网络方法

3.1 基本原理

本节利用神经网络的方法建立小样本条件下的临界值的神经网络模型。神经网络由于其很强的非线性映射能力和对任意函数的一致逼近性能，利用神经网络方法建立小样本条件下的协整关系存在性检验的临界值，可以避免在响应面方法中确定响应面方程形式的困难，另一方面，可以简化小样本协整关系检验的临界值模型的个数，提高检验的精度。

在计量经济领域中主要考虑的神经网络模型是单隐含层的前馈神经网络。

其模型的一般形式为

$$g(X, \theta) = G\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^q F(w_{j0} + \sum_{k=1}^p w_{jk} x_k)\beta_j\right) \quad (8)$$

其中 $X = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T$ ，p 为输入变量个数， $G: R \rightarrow R$ 是输出转换函数； β_j ($j = 0, 1, 2, \dots, q$) 是从隐含层 j 到输出层连接权重； $W_j = (w_{j0}, w_{j1}, \dots, w_{jp})^T$ 是各输入到隐含层 j 的连接权重； $\theta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_q, W_1^T, W_2^T, \dots, W_q^T)^T$ 是由所有权重组成的向量；q 是隐含层单元数。

$G(\cdot), F(\cdot)$ 的取法为 $G(x) = x, F(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ 。

文[8]指出，在一定条件下，三层的神经网络可以逼近任何的非线性映射关系。文[13]等对神经网络方法与回归方法的预测精度进行了比较，得到了神经网络要优于回归方法的结论。因此可以利用神经网络来建立小样本情况下协整检验的临界值的神经网络模型。

3.2 小样本协整检验的神经网络模型

为得到小样本下的临界值 CV 与变量个数 N、滞后阶数 k、样本容量 T 之间的映射关系，我们采用三层神经网络，即包括输入层，一个隐含层，输出层。输入节点的输入变量为样本容量 T、变量个数 N、滞后阶数 k，输出节点的输出变量为小样本协整检验的临界值 CV。采用 BP 网络进行训练，选择较为合适的隐含层单元数为 8 个，网络的结构如图 1 所示。

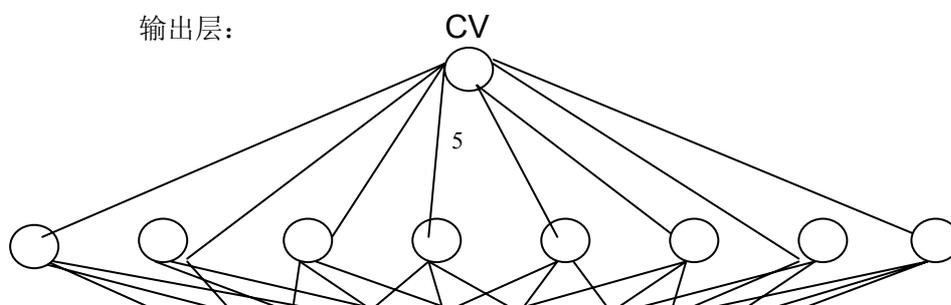




图 1: 小样本协整检验临界值的网络结构

对应协整回归方程

$$y_{1t} = \alpha_1 + \sum_{j=2}^N \alpha_j y_{jt} + z_t, \quad (9)$$

分别取 $N=2, 3, 4, 5, 6, 7$, 利用 OLS 方法, 得到相应的系数的估计值 $\hat{\alpha} = (\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_n)'$, 计算

$$\hat{z}_t = y_{1t} - \hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2 y_{2t} \cdots - \hat{\alpha}_N y_{Nt} \quad (10)$$

利用 \hat{z}_t 按 (4)、(5)、(6) 三种不同的数据生成过程通过上节中的 Monte Carlo 模拟分别得到在不同的滞后阶数 k , 不同的样本容量 T 和变量个数 N 下相应 ADF 统计量在 1%、5% 和 10% 下的临界值。对应于 (4), (5), (6) 中每一种形式, 分别将 ADF 统计量在 1%、5% 和 10% 下的临界值数据和输入变量分为训练数据和检验数据两组, 将 $N=2,3,4,6, T=20,25,\dots,100, k=1,2,3,4$ 是模拟输出的临界值作为训练数据, 其他模拟输出结果作为检验数据, 1%、5%、10% 水平下 (4), (5), (6) 的共九个神经网络模型, 限于篇幅, 这里给出 1% 显著性水平的结果, 见表 3。表中的数据为网络隐含层与输入层之间的连接权重, 以及隐含层与输出层之间的连接权重, 模型的解析式这里不再给出。

有了这些权值, 根据隐含层与输入层之间, 隐含层与输出节点之间的连接函数, 就可以很方便地确定样本 T 在 15--100 这一范围内的任意模型形式的协整检验临界值了。

3.3 小样本协整检验的神经网络模型预测效果分析

以 $N=5, K=5$ 时的 1% 水平下的临界值的预测为例比较响应面方法与神经网络方法的预测精度。表 4 给出了相应的预测结果。

表 3: 1% 显著性水平下对应的网络隐含层权重与输出层权重

模型 (4)								
隐含层	1	2	3	4	5	6	7	8
变量个数 N	0.2865	0.3587	0.3597	0.6524	0.5721	0.9432	0.02874	0.9521
样本容量 T	0.5249	0.2158	0.6247	0.3425	0.7524	0.8532	0.05672	0.1584
滞后阶数 k	0.6542	0.2594	0.1587	0.8947	0.3478	0.2698	0.5894	0.6874
输出 CV	0.2584	0.6584	0.9452	0.2541	0.5814	0.6279	0.3965	0.7256

模型 (5)								
隐含层	1	2	3	4	5	6	7	8
变量个数 N	0.5784	0.2584	0.3468	0.6527	0.6987	0.2358	0.9965	0.1687
样本容量 T	0.3587	0.3546	0.9554	0.6845	0.5574	1.0057	0.1549	0.6544
滞后阶数 k	0.6542	0.3545	0.9658	0.2455	0.3987	0.6478	0.9654	0.1347
输出 CV	0.6987	0.5648	0.2564	0.6589	0.3458	0.8795	0.1879	0.2154
模型 (6)								
隐含层	1	2	3	4	5	6	7	8
变量个数 N	0.2547	0.3956	0.4664	0.9857	0.3654	0.5879	0.8576	0.1254
样本容量 T	0.6548	0.3587	0.3235	0.6284	0.3255	0.6587	0.8567	0.3634
滞后阶数 k	0.9857	0.3546	0.6584	0.5565	0.8745	0.3214	0.6545	0.8755
输出 CV	0.8576	0.3674	0.5874	0.6587	0.9877	1.2546	0.1445	0.5874

表 4: 两种方法预测值比较表 (N=5, K=5 时的 1%水平下的临界值)

Model	T	临界值	RS 预测值	预测误差	网络预测值	预测误差
no const. no trend	20	-4.1531034	-4.09561	0.013844	-4.1493673	0.0009
	25	-4.0993939	-4.1505	0.012467	-4.0927538	0.00162
	30	-4.1652174	-4.20186	0.008797	-4.1636709	0.000371
	35	-4.2418182	-4.24577	0.000931	-4.2356286	0.001459
	40	-4.2457143	-4.28265	0.0087	-4.2442109	0.000354
	45	-4.2748718	-4.31369	0.00908	-4.2711148	0.000879
	50	-4.2776471	-4.33999	0.014574	-4.2760843	0.000365
	55	-4.3588889	-4.36248	0.000824	-4.3530674	0.001336
	60	-4.3423529	-4.3819	0.009107	-4.3370487	0.001222
	65	-4.3347826	-4.39881	0.01477	-4.3344715	7.18E-05
	70	-4.3941176	-4.41364	0.004444	-4.3892368	0.001111
	75	-4.3845161	-4.42676	0.009635	-4.377963	0.001495
	80	-4.404878	-4.43844	0.007619	-4.4035581	0.0003
	85	-4.4287179	-4.4489	0.004556	-4.4285311	4.22E-05
		90	-4.4276923	-4.45831	0.006916	-4.4258888
	95	-4.4232558	-4.46683	0.009852	-4.4194937	0.000851
	100	-4.4435294	-4.47458	0.006987	-4.440193	0.000751

平均相对误差			0.008418		0.000796
--------	--	--	----------	--	----------

由表 4 可以看出,对于(4)、(5)、(6)来说,采用响应面方法预测的平均相对误差分别为 0.008418, 0.009336, 0.003204, 说明响应面方程得到的拟合效果是令人满意的。而神经网络预测的平均相对误差则分别为 0.000796, 0.000781, 0.000271, 说明采用神经网络方法得到的临界值的预测精度要大大优于用响应面方法的预测精度。这为进一步提高小样本情况下的协整关系的检验的准确性提供了很好的基础,而且协整检验的模型由响应面方法的 18 个减少到神经网络方法的 9 个。其他情况下的预测效果与此结果类似,限于篇幅,这里不再给出。

4 结论

小样本条件下的协整检验是在宏观经济分析中经常遇到的问题,应用常规的基于大样本的检验临界值经常会得到错误的结论,因而直接影响到经济分析的结果。本文首先采用 Monte Carlo 模拟方法,给出了小样本容量下协整检验临界值的响应面(response surface)方程。进一步,提出了旨在提高小样本条件下协整检验精度和简化协整检验响应面方程数目的神经网络方法,以样本容量、变量个数、滞后阶数为输入指标,检验临界值为输出指标建立了 9 个神经网络模型,并与响应面方法的精度进行了比较,结果表明,神经网络模型比响应面模型具有更高的精度。

参考文献

- [1] Blangiewicz M, Charemza WW. Cointegration in small samples: empirical percentiles, drifting moments and customized testing [J]. Bulletin, 1990, 52: 303-315.
- [2] Cheung YW, Lai KS. Finite sample sizes of Johansen's likelihood ratio tests for cointegration [J]. Bulletin, 1993, 55: 313-328.
- [3] Dickey DA, Fuller WA. Distribution of the estimation for autoregressive time series with a unit root [J]. Journal of the American Statistical Association, 1979, 74: 427-431.
- [4] Dickey DA, Fuller WA. Likelihood ratio statistics for autoregression time series with a unit root [J]. Econometrica, 1981, 49: 1057-1072.
- [5] Engle RF, Granger CWJ. Co-integration and error correction: representation, estimation and testing [J]. Econometrica, 1987, 55: 251-276.
- [6] Engle RF, Yoo BS. Forecasting and testing in co-integration systems [J]. Journal of Econometrics, 1987, 35: 143-159.
- [7] Harris RID. Small sample testing for unit roots [J]. Bulletin, 1992, 54: 615-625.
- [8] Honik, K., M.Stinchcombe, and H.White. Universal approximation of an unknown mapping and its derivatives using multi-layer feedforward networks[J]. Neural Networks, 1990, 3: 551-560.
- [9] Johansen S, Juselius K. Maximum likelihood estimation and inference on cointegration-with application to the demand for money [J]. Bulletin, 1990, 52: 169-210.
- [10] Johansen S. Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in gaussian vector autogressive models [J]. Econometrica, 1991, 59: 1551-1580.
- [11] Johansen S. Statistical analysis of cointegration vectors [J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 1988, 12: 231-254.

- [12] MacKinnon, J.G. Critical values for cointegration test in long-run economic relationships: reading in cointegration[M]. Oxford: Oxford University Press, 1990, 266-276.
- [13] Marquez, L., et al. Neural network model as an alternative to regression[A], in Proceeding of the 2-th Hawaii International Conference on Systems Science, 1991, 4: 129-135.
- [14] Mayers RH, Khuri AI, Carter WH. Response surface methodology: 1966-1988 [J]. Technometrics, 1989, 31: 137-165.
- [15] 杨宝臣, 张世英. 小样本协整系统的检验[J]. 管理科学学报, 2002, 5(1): 70-75.

Cointegration test with small sample: comparison of response surface and neural network approaches

YANG Bao-chen, ZHANG Shi-ying

(School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: In this paper, we first developed the response surface equations for determination of critical value for cointegration test in small sample using Monte Carlo simulation, the results indicate that the critical values for cointegration test are related with the sample size, as well as the lagged order. And then, we established the neural network model for cointegration test with small sample, where the sample size, number of variables, and lagged order were employed as inputs and critical values as outputs. Evidence shows that the neural network approach is more accurate than the response surface model which is commonly used in critical value determination for critical values.

Key words: cointegration test; response surface method; neural network; small sample

收稿日期: 2004-2-11;

基金项目: 国家自然科学基金资助 (79400014)

作者简介: 杨宝臣 (1966-), 男, 天津大学管理学院博士后, 教授。