建立在“笛卡尔公理”上的一个怀疑逻辑系统[1]

潘天群

（南京大学 哲学系，江苏 南京 210093）

摘要：怀疑逻辑是关于人们合理怀疑的逻辑。如果说知道逻辑、信念逻辑等是“正”的逻辑的话，怀疑逻辑则是“负”的逻辑。将怀疑算子 D 加于命题之上就构成怀疑命题。笛卡尔的“我思，故我在”可以作为怀疑逻辑的特征公理：某人怀疑 p，蕴涵着他对怀疑 p 是不可怀疑的——我们可以将之命名为“笛卡尔公理”。从该公理可以推论得到定理：某人不怀疑 p，蕴涵着他对不怀疑 p 是不可怀疑的。该定理与笛卡尔公理一起作为当下思维存在的自明性公理。我们可以建立一个以“笛卡尔公理”作为一个特征公理的怀疑逻辑系统 PD。笛卡尔公理与知道逻辑中的智慧公理（苏格拉底公理）在逻辑上是同构的,它们均对应于模态逻辑中的 E 公理。怀疑逻辑作为一种认知逻辑，有着广泛的运用,它可以运用到政策反驳、科学批判、法律推理等领域。

关键词：怀疑逻辑；怀疑命题；怀疑模态算子；模态逻辑；笛卡尔公理

中图分类号：B812　　**文献标识码**：A

1．导言

“怀疑”思维是人类独特的思维方式。在现实中的许多场合下人们是用“怀疑”来进行推理的。笛卡尔正是从“怀疑”开始建立他的哲学。笛卡尔的做法昭示给我们：“怀疑”不是否定一切；正确的怀疑思维是“合理的怀疑”。我们能否建立怀疑的逻辑呢？答案是能够的。

怀疑的逻辑是关于“合理”怀疑的。虽然是我们可以将怀疑定义成“不相信”，从而将怀疑的逻辑还原成信念逻辑，但这样的做法抹杀了人们现实中的一系列思维方式，因为人们关于怀疑上的思维方式是独特的，是信念逻辑所无法取代的。

下面我们利用模态逻辑，同时以“我思，故我在”作为怀疑公理，建立合理怀疑的逻辑。我们建立怀疑的逻辑旨在：一方面研究怀疑命题之间的关系，另外一方面研究从怀疑如何得到不怀疑的东西。

2．怀疑公理与含笛卡尔公理的怀疑逻辑系统 PD

2．1 怀疑模态词的引入及怀疑命题。

自模态逻辑建立以来，逻辑学家将模态算子“必然”(□)，解释成现实中的各种“模态”，而建立了各种逻辑系统，如认识论逻辑（知识逻辑、断定逻辑、信念逻辑）、时态逻辑、道义逻辑等等。这些非经典逻辑将模态逻辑算子“必然”给予语义解释，并将相应的完善的模态逻辑系统照搬过来。然而，现实中有一类模态词与“必然”差异很大。如果说与“必然”对应的“知道”“相信”“应当”等模态词是“正的”模态词的话，那么存在一类“负的”模态词。“怀疑”就是这样的“负的”认知模态词。

我们如何运用模态逻辑来达到我们的目的呢？

[1]作者简介：潘天群（1965—），男，江苏盐城人，南京大学哲学系逻辑学教研室教授，哲学博士。主要研究方向：哲学、逻辑学、博弈论。

首先，我们需要引入“怀疑”算子。我们用“D”表示“怀疑”模态算子，该模态算子作用于命题（原子命题和复合命题）之上，如同其他模态词一样，构成怀疑命题。如：p 为原子命题，“Dp”即为怀疑命题。“Dp”的语义解释是：某人“怀疑”命题 p 的真，或者：命题 p 真是“可疑的”。怀疑命题具有真值：或为真或为假。

2．2 怀疑公理

根据模态逻辑，在怀疑算子之上建立的怀疑逻辑有如下公理(或定理——因为其中有些是不独立的)：

D1：命题逻辑公理；

D2：$Dq \to D(p \to q) \vee Dp$

D3：$\sim Dp \to D\sim p$

D4：$D(p \vee q) \to Dp \wedge Dq$

D5：$D(p \wedge q) \to Dp \vee Dq$

D6：$\sim D(p \vee \sim p)$

D7：$D(p \wedge \sim p)$

D8：$Dp \to \sim DDp$

D9：$\sim Dp \to \sim D\sim Dp$

我们来看一看这些公理的意涵。

公理 D1：命题逻辑公理为该系统里的公理。

公理 D2 为由模态逻辑 K 公理演变而来，其意思是，如果某人怀疑 q，那么他或者怀疑 p 蕴涵 q，或者怀疑前提 p。该公理还可以表示成如下公理或定理：

D10：$Dq \wedge \sim D(p \to q) \to Dp$

D10 表示的是，如果怀疑 q，但不怀疑前提 p 对蕴涵 q，那么怀疑前提 p。这是容易理解的，q 可以看成一个推理的结论，如果怀疑结论 q，并且推理不怀疑推理，那么推理得 q 的前提便是值得怀疑的。公理 D2 或者为：

D11：$Dq \wedge \sim Dp \to D(p \to q)$

D11 意为：怀疑 q，并且不怀疑 p，那么怀疑 p 蕴涵 q。

公理 D3 意为：如果不怀疑 p（相信 p)，那么怀疑非 p。但逆命题 $D\sim p \to \sim Dp$ 不成立：如果怀疑非 p，得不到不怀疑 p。即：人们能够既怀疑 p 又怀疑~p。从直观上，这也是显然的。

公理 D4：如果 p、q 的析取是可怀疑的，那么既怀疑 p 又怀疑 q。

公理 D5：如果 p、q 的合取是可怀疑的，那么或者怀疑 p，或者怀疑 q。该命题的逆命题也成立。

公理 D6 表明人们不怀疑排中律。

公理 D7 表明人们怀疑矛盾命题。

公理 D8：如果怀疑 p，那么对怀疑 p 是不可怀疑的。我们将该公理命名为“笛卡尔公理”。

因为笛卡尔说："我思，故我在"。即：我怀疑，但我怀疑是不可怀疑的。公理 D8 为"我思，故我在"的形式化。公理 D8 为当下怀疑活动的不可怀疑性公理。D8 对应于模态逻辑的 E 公理。

公理 D9 意即：如果某人不怀疑 p，那么他不怀疑自己不会怀疑 p。D9 对应于模态逻辑中的 4 公理（□p→□□p）。

D8 和 D9 表明，人们对当下思维活动（怀疑活动和不怀疑的活动）不可怀疑性的"认定"。它们是当下思维存在的自明性公理。D9 可以从 D8 中推理得到。这是一件有趣的事情：人们从对自己怀疑的思维活动的不可怀疑性可以得到，对自己不怀疑的思维活动的不可怀疑性。

公理 D1—D9 中有些不是独立的。为了方便，我们可以将这些不独立的定理作为系统的公理来使用。人们可以从中选择所有公理或其中的一部分公理作为特征公理，以建立怀疑逻辑系统。

对于怀疑命题有两点需要注意：第一，Dp 意即对 p 的真性表示怀疑，但并不是说，p 就是假的。我们没有这样的公理"Dp→~p"（这样的公理是不合理的），如同在信念逻辑中我们没有公理"Bp→p"一样；第二，怀疑是相对于某个理性主体而言的，命题 p 在主体 a 看来是"可疑的"，即 $D_a p$，但在 b 那里，p 不一定就是可疑的。我们这里只分析在一个主体那里怀疑命题之间的逻辑关系，而没有分析多个理性主体在怀疑命题上的逻辑关系。

2．3 建立在"笛卡尔公理"上的一个怀疑逻辑系统 PD

在公理 D2—D9 之中，有些是不独立的，我们选择 D2、D3 和 D8 作为特征公理构成一个怀疑逻辑系统，我们将之命名为 PD 系统。

PD：D2+D3+D8

PD 系统的公理与模态逻辑 S5 系统中的公理存在重叠，但不完全一致。PD 中包含了笛卡尔"我思，故我在"的公理 D8，它相当于模态逻辑中的 E 公理；D2 对应于模态逻辑中的 K 公理；D3 对应于模态逻辑中的 D 公理。模态逻辑中的 T 公理为 S5 系统中的特征公理，在 PD 中则没有相应的特征公理。

怀疑逻辑揭示怀疑命题之间的逻辑关系。上面已经表明，一个命题是可怀疑的，并不是说它必定是假的，同样一个命题是不可怀疑的（可信的），也并不表明它必定是真的。同时我们要表明的是，一个逻辑永真式是不可怀疑的，即对之怀疑的命题是假的；而一个逻辑永假式是可疑的，即对之怀疑的命题是真命题。

2．4 怀疑逻辑的必然化规则

我们这里的怀疑逻辑是以上述 9 个怀疑公理代入规则和分离规则和必然化规则而构成的一个系统。

我们首先来看一下怀疑逻辑的必然化规则。

在怀疑逻辑中，模态逻辑的必然化规则对于怀疑算子 D 无效。然而，必然化规则对"~D"是有效的。即：

$$\vdash A \Rightarrow \sim DA$$

即：在系统内一个公式被断定为真，它是不可怀疑的。即：任何永真式都是不可怀疑的。必然化法则也可表示成：

$$\vdash \varphi\to\psi$$

$$\vdash \sim D\varphi\to\sim D\psi$$

即：

$$\vdash (\varphi\to\psi)\to D\psi\to D\varphi)$$

上式为怀疑逻辑的必然化法则。

通过上式，我们可以得到许多定理。D6 可以由必然化规则得到；而 D7 可以由 D6 和 D3 得到。如：对命题逻辑中的公理 p→（q→p），利用上面的必然化法则（并利用代入规则），我们有：

D12：D（p→q）→Dq

D13 意涵：如果对 p→q 表示怀疑，那么怀疑 q。这是容易理解的：只有 q 假时，p 蕴涵 q 才是假的。

我们由~p→（p→q），得到对蕴涵怀疑的另外一条定理：

D13：D（p→q）→D~p

由 D12、D13 合并：

D14：D（p→q）→Dq∧D~p

2．5 怀疑逻辑的三段论

怀疑逻辑的三段论的公式为 D10，推理形式为：

~ D(p→q)

Dq

———————————————

Dp

上式意即：人们不怀疑 p→q，但怀疑 q，那么怀疑 p。该三段论为人们在反驳时经常用到的论证方式。卡尔·波普的批判理性主义或证伪主义即是建立在这样的演绎结构上的。

3． 怀疑逻辑的双重怀疑算子的处理

当出现双重怀疑算子的消除，我们如何消除？

由命题逻辑定理（p→q）→（~q→~p），和公理 D8，并由代入规则（p/DP，q/~DDp），我们有定理：

D15：DDp→~Dp

上述定理意即：如果某人对自己怀疑 p 抱有怀疑，那么他不应怀疑 p。同样，我们可以从公理 D9 推理得到：

D16：D~Dp→Dp

D16 意即：如果某人怀疑自己不怀疑 p，那么怀疑 p。

D15 和 D16 可以用来作为取消双重怀疑算子的法则。如果我们不选择 D8 或 D9 作为特征公理，此时，系统中将包含有双重的怀疑算子。

我们再来看几个双重怀疑算子的定理。由 D15 及 D3，我们有：

$$D17：DDp \to D\sim p$$

上式的意义为：如果某人怀疑自己怀疑 p，那么他应怀疑~p。

我们由 D8 及 D3：

$$D18：Dp \to D\sim Dp$$

上式的意义为：如果某人怀疑 p，那么他应怀疑自己不怀疑 p。

同样地，由 D9 及 D3：

$$D19： \sim Dp \to DDp$$

上式的意义为：如果某人不怀疑 p，那么他应对自己怀疑 p 表示怀疑。

4． 关于笛卡尔公理与智慧公理之间的逻辑同构

笛卡尔的理性主义哲学建立在“我思，故我在”这个阿基米德点之上。公理 D8 为笛卡尔公理的形式化，意即：我对某个命题的怀疑是不可怀疑的。该公理对应于模态逻辑中的 E 公理。

在知道逻辑中有一条公理，被称为“智慧公理”，或“苏格拉底公理”。苏格拉底是最有智慧的人。苏格拉底发现，之所以他具有智慧，是因为他知道自己是无知。“智慧公理”为“~Kp→K~Kp”（“K”为“知道算子”）——如果某人不知道 p，那么他知道自己不知道 p。该智慧公理也是与模态逻辑 E 公理相对应。

由此可见，智慧公理与怀疑逻辑的笛卡尔公理均源于模态逻辑 S5 的特征公理 E 公理。或者说它们是 E 公理的不同“解释”。因此，智慧公理和笛卡尔公理这两条公理是逻辑上同构的。E 公理为◇p→□◇p（如果可能 p，那么“可能 p”就是必然的）。如果“知道”为这里的“必然□”模态词，那么它就是智慧公理；而如果“不怀疑”（即“相信”）为这里的“必然□”模态，那么它就成了笛卡尔公理。

这两条公理是两个系统里的公理，其意义是不同的。如果将知识、信念及怀疑纳入一个系统，这两条公理能否独立存在？或者说，是否其中的一个不是独立的公理，而是定理？

我们看到，如果“不知道 p=怀疑 p”（~Kp↔Dp）这样的关系成立，那么，我们只要保留其中的一个作为公理，另外一条公理就不是必须的，而可以成为推理得到的定理。

~Kp↔Dp 是什么意思？它为：（a）~Kp→Dp：人们不知道命题 p，意味着他怀疑 p；并且，（b）Dp→~Kp：某人怀疑 p，意味着他不知道 p。

（b）合理性是显明的，它也可以从已知的公理中得到。该式的另外的形式为：某人知道 p，意味着他相信 p。即所有知识均是信念。

而（a）则不是合理的：如果某人不知道 p，那么他怀疑 p，即不相信 p。该式的另外一个说法是：如果某人相信 p，那么他就知道 p，即：Bp→Kp。即信念均是知识。只有绝对有智慧的人才能够做到这一点，而通常人们的信念不能够构成知识。

~Kp↔Dp 为“所有的知识均是信念”并且“所有的信念均是知识”。当我们有这样的公理时，从“智慧公理”中我们能够推理出“笛卡尔公理”，同样可以从“笛卡尔公理”中推理

得到“智慧公理”。这是一个很有趣的现象。苏格拉底和笛卡尔均是有智慧的人，在他们那里“知无知”和“我思，故我在”是一个东西，但是否笛卡尔的名言之得出源于苏格拉底的“知无知”，我们不得而知。

通常来说，人们的信念与人们的知识不等同，我们用逻辑来刻画人们的推理时，可以将“智慧公理”与“笛卡尔公理”均当作独立的两条公理来运用。

5．怀疑逻辑的现实运用

在许多领域里，人们要运用怀疑逻辑。在论辩时如政策论辩，人们为了驳倒对手，往往要通过“怀疑”对手的某个论点来进行；在科学活动中，科学家为了清除错误的理论往往是通过怀疑“基础命题”即证据开始，而上溯到对假说的怀疑的；在法官办案中，法官更是要用到合理的怀疑……。

科学、论辩及法律推理等领域里的这些推理，存在一个共同特点，那就是：从某个可怀疑的证据、观点等出发推理出其他可怀疑的观点或证据等，这就够了；而不必得出所谓“真”或“假”的观点、证据。如：在法律推理中，法官通过“合理的”怀疑得出，犯罪嫌疑人的辩护律师提供的证据是“可疑的”(而实际上这些证据有可能是“真”的)，那么他将不采用该证据。怀疑的逻辑就是提出来刻画人们的这种特点的推理。

如：在论辩中，某人反驳对手时，根据对手的观点（p)，构造一个推理（$p\rightarrow q$)，这个推理过程是有效的（$\sim D(p\rightarrow q)$——“不可怀疑的”)，但所得结论（q）是“可怀疑的”(Dq)，这样，根据公理 D11 或怀疑逻辑的三段论 $Dq\wedge\sim D(p\rightarrow q)\rightarrow Dp$，得到：前提（p）是可怀疑的（Dp)。

这里要说明的是，所谓一个观点、证据等是可怀疑的，它不一定是假的，而是指反驳者与对手均不能相信的命题（当然一个命题为有逻辑矛盾的命题，它是反驳者和对手对之均不能相信的)。反驳者反驳对手往往从一个双方均认为可疑的观点开始反驳，很有可能的是，反驳者将一个观点（p）视为可疑的（Dp)，对手也认为如此，但实际上，p 是真命题——这当然只有在事后才知道。这样，在怀疑逻辑基础上的论辩逻辑更注重论辩者之间的主体间性，而不是像传统逻辑中注重命题真或假的绝对性。

在上面我们已经表明，人们不能同时相信两个矛盾命题，即$\sim Dp\wedge\sim D\sim p$ 在上述系统中是永假式，人们相信一个命题，该命题的矛盾命题就不能相信。但是，人们可以同时怀疑两个矛盾命题，即 $Dp\wedge D\sim p$ 则不一定是永假式。这符合人们在科学推理、法庭辩论中的情况。

6．结语

最后，需要说明的是，“怀疑”只是一个“负的”算子，这里的怀疑逻辑系统也只是参照模态逻辑建立起来的一个“负的”逻辑系统。我们同样可以建立“否定”(或“拒绝”) 的逻辑。还有其他像这样“负”的逻辑吗？这需要我们作进一步探索。

（本文得益于与南京大学哲学系张建军教授的探讨，在此表示感谢！)

参考文献

[1]张家龙.模态逻辑与哲学[M].北京:中国社会出版社，2003.

[2]周北海.模态逻辑导论[M].北京:北京大学出版社,1997.

A doubting logic system contained Descartes Axiom

PAN Tian-qun

(Department of Philosophy, Nanjing University,Nanjing 210093)

Abstract: Doubting logic is a logic that is to study how people doubt something rationally. Logic such as knowledge logic, belief logic, deontic logic and so on, can be regarded as 'positive' logic, and doubting logic can be regarded as 'negative' one. Doubting logic is a kind of epistemic logic. By loading doubting operator D on a proposition, we obtain a doubting proposition. The famous Descartes' sentence 'cogito ergo sum' can be employed as an axiom of doubting logic system, which is named 'Descartes axiom'. The axiom means that if someone doubts a proposition p, he shouldn't doubt the activity of his doubting p. A theorem can be derived from Descartes axiom that if someone doesn't doubt p, such a doubt ing activity can't be doubted . The theorem and 'Descartes axiom' show that existing of present thinking of person is self-evident. Descartes axiom and wisdom axiom in knowledge logic are isomorphic, both of which are corresponding to axiom E in modal logi c. A Doubting logic PD contained Descartes axiom has been established, which has a widely applying range.

Key words: doubting logic, doubting proposition, doubting modal operator, modal logic, Descartes axiom.