

各种分割市场下的资本资产定价理论模型¹

张人骥，贾万程

(上海财经大学 会计与财务研究院，上海 201703; 上海财经大学 数量经济研究所，上海 200083)

摘要：由于制度因素，使资金不能在不同市场间自有流动，产生市场分割。在分割市场下，不同的投资者有不同的前沿组合，经典的 CAPM 模型将会失效。本文将从一般的效用函数出发，针对不同的市场分割方式，分别推导出几种不同市场分割下的资本资产定价模型。

关键词：市场分割 温和市场分割 完全市场分割

中国图书分类号：F2 **文献识别码：**A

1 引言

一般意义上, 市场分割是指市场上存在由于技术性的因素造成的屏障, 使部分或全部的资金无法在市场上自由流动。资金无法自由流动, 导致不同投资者产生不同的风险投资组合, 从而经典的 CAPM 模型失效。换句话说, 市场分割的表现形式是部分投资者对市场部分证券的投资部分或完全受限制。本文将两国家模型中, 对市场分割的几种不同的具体形式进行分析, 从一般性的的效用函数出发, 推导出不同分割市场中的资产定价模型。

对该问题的研究始于1985年，Vihang errunza 和 Etienne losq 在温和市场分割的假定下，首次建立了一个新的资产定价模型，以体现市场的分割，并通过对朝鲜，印度等七个发展中国家的证券市场对美国的数据检验该模型，来验证国际证券市场是否存在分割，以及分割的程度有多大，但由于各国间的巨大差异，他们的检验名不明显符合原假设。Cheol s.eun and s.janakiramanan 于1986年提出在部分购买限制的温和分割市场中的资产定价模型。后来，Cheol s.eun，Stijn claessens and kwang w.jun 在世界银行对发展中国家的研究报告中提出在完全分割存在国际证券市场下的资产定价模型。

本文首先从一般性的效用函数出发，根据分割市场的共性得到一个基础方程，然后在基础方程的基础上针对不同的分割形式给出各自的理论定价方程，并对方程进行分析和解释

2 分割市场下的资产定价的基础方程

2.1 前提假设

市场是完美的，无摩擦的（无交易费用，印花税，手续费等）；投资者的效用可用收益的期望值和方差来描述；自由借贷，每位投资者都可以自由的以同样的利率借贷资金；预期收益服从正态分布。下划线表示向量，上曲线表示随机变量

设投资者 k 的效用函数为 $U^k(E(\tilde{R}_m), \sigma_m^2)$ ，其中 $E(\tilde{R}_m)$ 为其投资组合的期望收益率， σ_m^2 为其投资组合的方差； $\tilde{R}$ 和 V 为该投资者可以投资的所有证券的收益率向量和方差协方差矩阵； $\underline{w}^k$ 为投资在风险资产上的投资组合，存在无风险资产收益率为 r 下，效用函数 $U^k(E(\tilde{R}_m), \sigma_m^2)$ 取最大值需满足条件：

$$E(\tilde{R}_m) - r \cdot \underline{1} = a^k \cdot V \cdot \underline{w}^k, \text{ 其中 } a^k = 2 \frac{\partial U^k / \partial \sigma_m^2}{\partial U^k / \partial E(\tilde{R}_m)} \text{ (证明见附录 1)}$$

由于 $\underline{w}^k = \frac{1}{M^k} \cdot \underline{W}^k$, M^k 为投资者 k 的资产总值, $\underline{W}^k$ 为投资者投资在风险资产上的绝对投资组合。设

$$A^k = a^k \cdot M^k = \frac{\partial U^k / \partial \sigma_m^2}{\partial U^k / \partial E(\tilde{R}_m)} \cdot \frac{1}{M^k}$$

上式变为: $E(\tilde{R}) - r \cdot \underline{1} = A^k V \underline{W}^k$ 。对于某一类投资者 D, 如果该类投资者可以投资的证券相同, 得到各市场下资产定价的基

础方程: $E(\tilde{R}) - r \cdot \underline{1} = A^d V \underline{W}^d$ 。其中, $\frac{1}{A^d} = \sum_{k \in D} \frac{1}{A^k}$, $\underline{W}^d = \sum_{k \in D} \underline{W}^k$ 。

3 各种分割市场下的资产定价模型

3.1 温和市场分割 (2*2 市场分割)

3.1.1 模型描述与前提假设:

市场存在两类投资者 (国内投资者 D 和国外投资者 F), 两类证券 (国内证券 D 和国外证券 F)。国外投资者可以投资国内国外两类证券, 国内投资者只能投资国内证券。

下标 d 表示单个国内证券, 下标 D 表示国内证券组合, 下标 f 表示单个国外证券, 下标 F 表示所有国外证券组合, 上标 d 表示国内投资者, 上标 f 表示国外投资者。

- 市场总市值: M ; 收益率: $\tilde{R}_m$; 实际投资组合: $\underline{W}$; 若 $\underline{1} = [1, \dots, 1]'$,

$$\text{则 } M = \underline{W}' \underline{1}$$

- 国内证券总市值: M_D ; 收益率: $\tilde{R}_D$; 其组合为: $\underline{W}_d$, $M_D = \underline{1}' \cdot \underline{W}_d$

- 国外证券总市值： M_F ；收益率： $\tilde{R}_F$ ；其组合为： $\underline{W}_f$ ， $M_F = \underline{1}' \cdot \underline{W}_f$
- $\tilde{\underline{R}}_m = \begin{bmatrix} \tilde{R}_d \\ \tilde{R}_f \end{bmatrix}$; $V = \begin{bmatrix} V_{dd}, V_{df} \\ V_{fd}, V_{ff} \end{bmatrix}$; $\underline{W} = \begin{bmatrix} \underline{W}_d \\ \underline{W}_f \end{bmatrix}$ ，由前提假设知 $\tilde{\underline{R}}$ 服从正态分布；V 为各股票的方差协方差矩阵。
- 国内投资者的投资组合 $\underline{W}^d = \begin{bmatrix} \underline{W}_d^d \\ 0 \end{bmatrix}$ ；国外投资者的投资组合 $\underline{W}^f = \begin{bmatrix} \underline{W}_d^f \\ \underline{W}_f \end{bmatrix}$ ； $\underline{W}_d^d + \underline{W}_d^f = \underline{W}_d$ 。

3.1.2 模型推导：由基础公式得，对于国内投资者有： $E(\tilde{R}_d) - r \cdot \underline{1} = A^d V_{dd} \underline{W}_d^d$ ；

对于国外投资者有： $E \left[\begin{pmatrix} \underline{R}_d \\ \underline{R}_f \end{pmatrix} - r \cdot \underline{1} \right] = A^f \begin{pmatrix} V_{dd} V_{df} \\ V_{fd} V_{ff} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{W}_d^f \\ \underline{W}_f \end{pmatrix}$

设 $\frac{1}{A} = \frac{1}{A^d} + \frac{1}{A^f}$ ，可以得到温和分割市场下的定价模型：

$$\bullet \quad \underline{W}^d = \begin{bmatrix} (A / A^d)(\underline{W}_d + V_{dd}^{-1} V_{df} \underline{W}_f) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\bullet \quad \underline{W}^f = \begin{pmatrix} (A / A^f) \underline{W}_d - (A / A^d) V_{dd}^{-1} V_{df} \underline{W}_f \\ \underline{W}_f \end{pmatrix} \quad (2)$$

- $E(\tilde{R}_d) - r = AM \text{cov}[\tilde{R}_e, \tilde{R}_M]$ (3)

- $E(\tilde{R}_f) - r = AM \text{cov}[\tilde{R}_f, \tilde{R}_M] + (A^f - A)M_F \text{cov}[\tilde{R}_f, \tilde{R}_M | \tilde{R}_d]$ (4)

3.1.3 对模型的解释:

3.1.3.1 当 $A^d / A^f \rightarrow \infty$, 从直观上看, 国外投资者成为强烈的风险偏好者而国内投资者成为强烈的风险厌恶者。从而:

- $\mu = A / A^d = (1 + A^d / A^f)^{-1} \rightarrow 0$, 公式 3.1, 3.2 退化为: $\underline{W}^f = \underline{W}$; $\underline{W}^d = 0$, 直观上说, 不受限投资者由于强烈风险偏好, 持有所有风险证券; 受限投资者强烈风险厌恶, 不持有任何风险证券。
- $(A^f - A) / A = A^f / A^d \rightarrow 0$, 公式 3.4 退化为: $E(\tilde{R}_f) - r = (AM) \text{Cov}[\tilde{R}_f, \tilde{R}_M]$, 半流通证券超额风险溢价消失, 市场没有可见分割。

3.1.3.2 将公式 3.4, 扩展到国内市场证券投资组合为: $E(\tilde{R}_F) - r = (AM) \text{Cov}[\tilde{R}_F, \tilde{R}_M] + (A^f - A)M_F \text{Var}[\tilde{R}_F | \tilde{R}_d]$,

设 ρ 为 $\tilde{R}_F$ 和向量 $\tilde{R}_d$ 的复相关系数, $\text{Var}[\tilde{R}_F | \tilde{R}_d] = (1 - \rho^2) \text{Var}[\tilde{R}_F]$, 于是有:

$$E(\tilde{R}_F - R_f) = (AM) \text{Cov}(\tilde{R}_F, \tilde{R}_M) + (A^f - A)M_F(1 - \rho^2) \text{Var}[\tilde{R}_F]。$$

- 当 $\rho \rightarrow 0$, 直观上看, $\tilde{R}_F$ 和向量 $\tilde{R}_d$ 不相关, 上式变为: $E(\tilde{R}_F) - r = A^f M_F \text{Var}[\tilde{R}_F]$; 公式 2 退化为: $E(\tilde{R}_f) - r = A^f M_F \text{Cov}[\tilde{R}_f, \tilde{R}_F]$ (此时, 由于半流通证券市场的证券市场线严格优于全流通证券市场线, 不受限投资者只持有半流通证券; 全流通证券全部由受限投资者持有。此时称为市场被双向完全分隔。

当 $\rho \rightarrow 1$, 公式 2 退化为: $E(\tilde{R}_f) - r = (AM) \text{Cov}[\tilde{R}_f, \tilde{R}_M]$, 直观上看, $\tilde{R}_F$ 和向量 $\tilde{R}_d$ 线性相关, $\tilde{R}_F$ 可依被 $\tilde{R}_d$ 线性表示, 半流通证券市场任一投资组合都可被全流通证券市场的投资组合代替。市场完全不分割。

3.2 完全国际市场分割 (2*3 市场分割)

3.2.1 模型描述与前提假设:

存在两类投资者（国内投资者 D 和国外投资者 F），三类证券（国内证券 D，国外证券 F 和国际证券 I）。国内投资者可以投资国内证券和国际证券，国外投资者可以投资国外证券和国际证券。

- 市场总市值: M ; 收益率: $\tilde{R}_m$; 实际投资组合: $\underline{W}$; 若 $\underline{1} = [1, \dots, 1]'$,

$$\text{则 } M = \underline{W}' \underline{1}$$

- 国内证券总市值: M_D ; 收益率: $\tilde{R}_D$; 其组合为: $\underline{W}_d$, $M_D = \underline{1}' \cdot \underline{W}_d$
- 国外证券总市值: M_F ; 收益率: $\tilde{R}_F$; 其组合为: $\underline{W}_f$, $M_F = \underline{1}' \cdot \underline{W}_f$

- 国际证券总市值: M_I ; 收益率: $\tilde{R}_I$; 其组合为: $\underline{W}_i$, $M_I = \underline{1}' \cdot \underline{W}_i$
- $\tilde{R}_m = \begin{bmatrix} \tilde{R}_d \\ \tilde{R}_f \\ \tilde{R}_i \end{bmatrix}$; $V = \begin{bmatrix} V_{dd} & V_{df} & V_{di} \\ V_{fd} & V_{ff} & V_{fi} \\ V_{id} & V_{if} & V_{ii} \end{bmatrix}$; $\underline{W} = \begin{bmatrix} \underline{W}_d \\ \underline{W}_f \\ \underline{W}_i \end{bmatrix}$, 由前提假设知 $\tilde{R}$ 服从正态分布; V 为各股票的方差协方差矩阵。
- 国内投资者的投资组合 $\underline{W}^d = \begin{bmatrix} \underline{W}_d \\ 0 \\ \underline{W}_i^d \end{bmatrix}$; 国外投资者的投资组合 $\underline{W}^f = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{W}_f \\ \underline{W}_i^f \end{bmatrix}$; $\underline{W}_i^d + \underline{W}_i^f = \underline{W}_i$ 。

3.2.2 模型推导:

$$\text{由基础公式, 对于国内投资者有: } E \begin{pmatrix} \tilde{R}_d \\ \tilde{R}_i \end{pmatrix} - r \cdot \underline{1} = A^d \begin{bmatrix} V_{dd} & V_{di} \\ V_{id} & V_{ii} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \underline{W}_d \\ \underline{W}_i^d \end{pmatrix}$$

$$\text{对于国外投资者有: } E \begin{pmatrix} \tilde{R}_f \\ \tilde{R}_i \end{pmatrix} - r \cdot \underline{1} = A^f \begin{bmatrix} V_{ff} & V_{fi} \\ V_{if} & V_{ii} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \underline{W}_f \\ \underline{W}_i^f \end{pmatrix} ;$$

设 $\frac{1}{A} = \frac{1}{A^d} + \frac{1}{A^f}$ ，得到定价模型为：

$$\text{国内投资者的投资组合为 } \underline{W}^d = \begin{pmatrix} \underline{W}_d \\ 0 \\ \frac{A}{A^d}(\underline{W}_i + V_{ii}^{-1}V_{if}\underline{W}_f) - \frac{A}{A^k}V_{ii}^{-1}V_{id}\underline{W}_d \end{pmatrix};$$

$$\text{国外投资者的投资组合为 } \underline{W}^f = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{W}_f \\ \frac{A}{A^k}(\underline{W}_i + V_{ii}^{-1}V_{id}\underline{W}_d) - \frac{A}{A^d}V_{ii}^{-1}V_{if}\underline{W}_f \end{pmatrix}。$$

$$E(\tilde{R}_d) - r = A \cdot M_M \cdot \text{cov}(\tilde{R}_d, \tilde{R}_M) + (A^d - A) \cdot M_D \cdot \text{cov}[(\tilde{R}_d, \tilde{R}_M) | \tilde{R}_i] - A \cdot M_D \cdot \text{cov}[(\tilde{R}_d, \tilde{R}_F | \tilde{R}_i]$$

$$E(\tilde{R}_f) - r = A \cdot M_M \cdot \text{cov}(\tilde{R}_f, \tilde{R}_M) + (A^f - A) \cdot M_F \cdot \text{cov}[(\tilde{R}_f, \tilde{R}_M) | \tilde{R}_i] - A \cdot M_F \cdot \text{cov}[(\tilde{R}_f, \tilde{R}_D | \tilde{R}_i]$$

$$E(\tilde{R}_i) - r = AM_M \cdot \text{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_M)$$

3.2.3 模型的解释：

3.2.3.1 若 $A^d / A^f \rightarrow \infty$ ，国内投资者成为强烈的风险厌恶者，国外投资者成为强烈的风险偏好者，将会导致：

- $A/A^d \rightarrow 0$, $A/A^f \rightarrow 1$, 国内投资者在国际市场上卖空, 以平衡其在国内市场投资产生的风险; 国外投资者大量购买国际市场的证券, 包括国内投资者的卖空, 以高风险换取高利润。其投资组合变为:

$$\begin{aligned} \text{国内投资者的投资组合为: } \underline{W}^d &= \begin{pmatrix} \underline{W}_d \\ \underline{0} \end{pmatrix}; \\ \text{国外投资者的投资组合为: } \underline{W}^f &= \begin{pmatrix} \underline{W}_f A^f \\ \underline{W}_d A^d \end{pmatrix} V_{ii}^{-1} V_{id} \underline{W}_d \end{aligned}$$

- $(A^d - A)/A \rightarrow 0$, $(A^f - A)/A \rightarrow 0$, 各分割市场内证券的定价方程变为:

$$\begin{aligned} E(\tilde{R}_d) - r &= A^d \cdot M_D \cdot \text{cov}[(\tilde{R}_d, \tilde{R}_M) | \tilde{R}_i] \\ E(\tilde{R}_f) - r &= A \cdot M_M \cdot \text{cov}(\tilde{R}_f, \tilde{R}_M) - A \cdot M_F \cdot \text{cov}[(\tilde{R}_f, \tilde{R}_D) | \tilde{R}_i] \\ E(\tilde{R}_i) - r &= A M_M \cdot \text{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_M) \end{aligned}$$

3.2.3.2 若 $A^d/A^f \rightarrow 0$, 国内投资者成为强烈风险偏好者, 国外投资者成为强烈风险厌恶者, 将导致: 国外投资者在国际市场上卖空, 以平衡其在国外市场上投资产生的风险; 国内投资者大量购买国际市场上的证券, 包括国际投资者的卖空。以高风险换取高利润, 两类投资者的投资组合及市场新的定价方程与 1, 情况相似, 这里不再列出。

3.3 完全市场分割 (3*2 市场分割)

3.3.1 模型描述与前提假设:

存在三类投资者 (国内投资者 D, 国外投资者 F 和国际投资者 I), 两类证券 (国内证券 D 和国外证券 F), 国内投资者只能投资国内证券, 国外投资者只能投资国外证券, 国际投资者可以投资国内国外两种证券。

- 市场总市值: M ; 收益率: $\tilde{R}_m$; 实际投资组合: $\underline{W}$; 若 $\underline{1} = [1, \dots, 1]'$,

$$\text{则 } M = \underline{W}' \underline{1}$$

- 国内证券总市值: M_D ; 收益率: $\tilde{R}_D$; 其组合为: $\underline{W}_d$, $M_D = \underline{1}' \cdot \underline{W}_d$

- 国外证券总市值： M_F ；收益率： $\tilde{R}_F$ ；其组合为： $\underline{W}_f$ ， $M_F = \underline{1}' \cdot \underline{W}_f$

- $\tilde{\underline{R}}_m = \begin{bmatrix} \tilde{R}_d \\ \tilde{R}_f \end{bmatrix}$; $V = \begin{bmatrix} V_{dd} & V_{df} \\ V_{fd} & V_{ff} \end{bmatrix}$; $\underline{W} = \begin{bmatrix} \underline{W}_d \\ \underline{W}_f \end{bmatrix}$ ，由前提假设知 $\tilde{\underline{R}}$ 服从正态分布；V 为各股票的方差协方差矩阵。
- 国内投资者的投资组合 $\underline{W}^d = \begin{bmatrix} \underline{W}_d^d \\ \underline{W}_f^d \end{bmatrix}$ ；国外投资者的投资组合 $\underline{W}^f = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{W}_f^f \end{pmatrix}$ ；
国际投资者的投资组合： $\underline{W}^i = \begin{bmatrix} \underline{W}_d^i \\ \underline{W}_f^i \end{bmatrix}$ ； $\underline{W}_d^d + \underline{W}_d^i = \underline{W}_d$ ， $\underline{W}_f^d + \underline{W}_f^i = \underline{W}_f$ 。

3.3.2 模型推导：

由基础方程得，对于国内投资者有： $E(\tilde{R}_d) - r \cdot \underline{1} = A^d V_{dd} \underline{W}_d^d$ ；

对于国外投资者有： $E(\tilde{R}_f) - r \cdot \underline{1} = A^f V_{ff} \underline{W}_f^f$ ；

对于国际投资者有： $E \left[\begin{pmatrix} \underline{R}_d \\ \underline{R}_f \end{pmatrix} - r \cdot \underline{1} \right] = A^i \begin{pmatrix} V_{dd} & V_{df} \\ V_{fd} & V_{ff} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{W}_d^i \\ \underline{W}_f^i \end{pmatrix}$ 。

设 $k_1 = \frac{A^d}{A^i}$ ， $k_2 = \frac{A^f}{A^i}$ ，资产定价模型为：

$$\text{国内投资者的投资组合： } \underline{W}^d = \begin{bmatrix} (I - \frac{k_1}{k_1 + 1} \Pi^{-1}) \underline{W}_d + \frac{k_2}{(k_2 + 1)(k_1 + 1)} \Pi^{-1} V_{dd}^{-1} V_{df} \underline{W}_f \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{国外投资者的投资组合: } \underline{W}^f = \begin{bmatrix} 0 \\ (I - \frac{k_2}{k_2+1}\Omega^{-1})\underline{W}_f + \frac{k_1}{(k_2+1)(k_1+1)}\Omega^{-1}V_{ff}^{-1}V_{fd}\underline{W}_d \end{bmatrix}$$

$$\text{国际投资者的投资组合: } \underline{W}^i = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{k_1+1}\Pi^{-1}\underline{W}_d + \frac{k_2}{(k_2+1)(k_1+1)}\Pi^{-1}V_{dd}^{-1}V_{df}\underline{W}_f \\ \frac{k_2}{k_2+1}\Omega^{-1}\underline{W}_f + \frac{k_1}{(k_2+1)(k_1+1)}\Omega^{-1}V_{ff}^{-1}V_{fd}\underline{W}_d \end{bmatrix}$$

$$E(\tilde{R}_d) - r \cdot \underline{1} = A^d V_{dd} \underline{W}_d - A^d \frac{k_1}{k_1+1} V_{dd} \Pi^{-1} \underline{W}_d + A^d \frac{k_2}{(k_1+1)(k_2+1)} V_{dd} \Pi^{-1} V_{dd}^{-1} V_{df} \underline{W}_f ;$$

$$E(\tilde{R}_f) - r \cdot \underline{1} = A^f V_{ff} \underline{W}_f - A^f \frac{k_2}{k_2+1} V_{ff} \Omega^{-1} \underline{W}_f + A^f \frac{k_1}{(k_1+1)(k_2+1)} V_{ff} \Omega^{-1} V_{ff}^{-1} V_{fd} \underline{W}_d .$$

$$\text{其中: } \Pi = I - \frac{V_{dd}^{-1}V_{df}V_{ff}^{-1}V_{fd}}{(k_1+1)(k_2+1)}; \quad \Omega = I - \frac{V_{ff}^{-1}V_{fd}V_{dd}^{-1}V_{df}}{(k_1+1)(k_2+1)}$$

3.3.3 模型的解释:

3.3.3.1 若 $k_1 = \frac{A^d}{A^i} \rightarrow 0$, $k_2 = \frac{A^f}{A^i} \rightarrow 0$, 直观上说, 国际投资者成为强烈的风险厌恶者, 不投资任何证券; 国内投资者和国外投资者成为强烈的风险偏好者, 分别投资国内和国外两个市场的所有证券。这时市场完全双向分隔。其投资组合变为:

$$\text{国内投资者: } \underline{W}^d = \begin{bmatrix} \underline{W}_d \\ 0 \end{bmatrix}; \text{ 国外投资者: } \underline{W}^f = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{W}_f \end{bmatrix}; \text{ 国际投资者: } \underline{W}^i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{资产定价模型变为: } E(\tilde{R}_d) - r = A^d \cdot M_D \cdot \text{cov}[(\tilde{R}_d, \tilde{R}_D)]$$

$$E(\tilde{R}_f) - r = A^f \cdot M_F \cdot \text{cov}[(\tilde{R}_f, \tilde{R}_F)]$$

3.3.3.2 若 $k_1 = \frac{A^d}{A^i} \rightarrow \infty$, $k_2 = \frac{A^f}{A^i} \rightarrow \infty$, 直观上说, 国际投资者成为强烈的风险偏好者, 投资国际国内两个市场的所有证券; 国内投资者和国际投资者成为强烈的风险厌恶者, 不投资任何证券。这时市场不发生分割, 其投资组合为:

$$\text{国内投资者: } \underline{W}^d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \text{ 国外投资者: } \underline{W}^f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \text{ 国际投资者: } \underline{W}^i = \begin{bmatrix} \underline{W}_d \\ \underline{W}_f \end{bmatrix}$$

$$\text{资产定价模型为: } E(\tilde{R}_t) - r = A^i \cdot M \cdot \text{cov}[(\tilde{R}_t, \tilde{R}_M)] \quad (t = d \text{ 或 } f)$$

4 结论

本文分三种不同的情况, 对市场分割下的资产定价模型进行讨论, 可以看出市场产生分割, 必将影响投资者的投资组合, 不同类型的投资者的投资组合不再满足 sharpe 定理, 然而同一类型的投资者仍然满足 sharpe 定理, 即如果同一类型的每个投资者对于收益率的概率分布有一致的看法, 那么它们都有同一个最优的纯风险资产的资产组合。根据这个定理本文推导出了上述三个理论方程及其中两个的经验方程。由于缺少适当的数据, 本文未对模型进行实证检验。

附录 1: $\text{Max } U^k(E(\tilde{R}_m), \sigma_m^2)$

s. t. $E(\tilde{R}_m) = r + \underline{w}^{k'} \cdot (E(\tilde{R}) - r \cdot \underline{1})$

$$\sigma_m^2 = \underline{w}^{k'} \cdot V \cdot \underline{w}^k$$

极值问题的一阶条件为: $\frac{\partial U^k}{\partial E(\tilde{R}_m)} \frac{\partial E(\tilde{R}_m)}{\partial \underline{w}^k} + \frac{\partial U^k}{\partial \sigma_m^2} \frac{\partial \sigma_m^2}{\partial \underline{w}^k} = 0$

$$\text{得: } \frac{\partial U^k}{\partial E(\tilde{R}_m)} (E(\tilde{R}) - r \cdot \underline{1}) + \frac{\partial U^k}{\partial \sigma_m^2} 2 \cdot V \cdot \underline{w}^k = 0$$

$$\text{得; } E(\tilde{R}) - r \cdot \underline{1} = 2 \left[\frac{\partial U / \partial \sigma_m^2}{\partial U / \partial E(\tilde{R}_m)} \right] \cdot V \cdot \underline{w}^k$$

$$\text{设 } 2 \frac{\partial U^k / \partial \sigma_m^2}{\partial U^k / \partial E(\tilde{R}_m)} = a^k$$

$$E(\tilde{R}) - r \cdot \underline{1} = a^k \cdot V \cdot \underline{w}^k$$

参考文献

[1] Vihang Errunza and Etienne Losq “Intrnational Asset Pricing under mild Segmentation: Theory and Test” the journal of

finance (1985) 105–124.

[2] Cheol S. Eun, Stijn Claessens and Kwang W. Jun “International trade of Assets, Pricing Externalities, and the Cost of Capital” world bank working paper “portfolio investment in developing country”

[4] Rene M. Stulz “On the Effects of Barriers to International Investment”

the Journal of Finance (1981) 923–934.

[5] B. H. Solnik. “An Equilibrium Model of the International Capital Market.”

Journal of Economic Theory (1974), 500–524..

[6] Cheol S. Eun and Janakiraman “A Model of International Asset Pricing with a Constraint on the Foreign Equity Ownership” the Journal of Finance (1986) 897–914.

[7] F. Black. “International Capital Market Equilibrium with Investment Barriers.” Journal of Financial Economics 1 (December 1974), 337–352.

[8] R. Roll. “A critique of the Asset Pricing Theory’s tests.” Journal of Financial Economics 4 (1977), 129–176

[9] E. Fama. Foundations of Finance. New York: Basic Books Inc., 1976

[10] V. Errunza. “effects and the Program to Develop Capital Markets—The Brazilian Experience.” Journal of Banking and Finance 3 (1979), 355–382.

[11] R. Stulz. “A Model of International Asset Pricing.” Journal of Financial Economics 9 (1981), 383–403.

[12] R. Stehle. “An Empirical Test of the Alternative hypotheses of national and International Pricing of Risky Asset.” Journal of

Finance 32 (1977), 493–502.

[13] 吴文峰 朱云 吴冲锋 芮萌 “B 股向境内居民开放对 A, B 股市场分割的影响”, 经济研究 (2002) 第 12 期 33–41.

[14] 邹功达 陈浪南 “中国 A 股与 B 股的市场分割性检验”, 经济研究 (2002) 第 4 期 51–59.

Capital Asset Pricing under Chinese Mild Segmentation Market and Complete Segmentation Market

Zhang Ren-Ji¹, Jia Wan-Cheng²

(1. Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 201702, China; 2. Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 200083, China)

abstract: Capital markets tend to be segmented due to the existence of various barriers to international capital flows. Under the market segmentation, the classic CAPM is going to be invalidation. This paper conducts theoretical asset pricing models for several kinds of segment markets.

Key words: segmentation mild segmentation complete segmentation

作者简介： 张人骥 男（汉族） 上海财经大学财务与会计研究院
贾万程 男（汉族） 上海财经大学数量经济研究所

¹本文系教育部人文社科重点研究基地重大项目“市场分割的理论模型与经济影响”（批准号：01JAZJD630001）的部分成果。