

考虑制造商竞争的闭环供应链回收合作模式研究 ——基于非合作-合作两型博弈

黄芸

(湖南师范大学, 湖南 长沙, 410081)

摘要: 本文针对由两个价格竞争的制造商和一个资金约束的回收商组成的闭环供应链, 考虑制造商可以以成本分担或任务分担的方式与回收商开展回收合作, 基于非合作-合作两型博弈方法, 研究闭环供应链中竞争与合作共存时最优回收合作策略的选择问题。首先, 在非合作博弈部分, 两个制造商独立制定分担策略和产品销售价格, 形成竞争局势。其次, 在合作博弈部分, 制造商与回收商进行分担比例和回收率的选择, 利用 Shapley 值分配利润, 得到的支付函数。然后, 参与主体将分配得到的利润作为非合作博弈部分的支付函数, 求解得到最优产品销售价格、最优回收率和最优利润等。再求解双矩阵博弈的纳什均衡得到制造商分担策略均衡。最后, 利用数值仿真分析制造商不同回收合作策略对回收商利润水平的影响以及回收商的偏好。

关键词: 制造商竞争; 闭环供应链; 回收合作; 非合作-合作两型博弈

中图分类号: F274

文献标识码: A

引 言

在循环经济的框架下, 再制造被视为一种非常有效的资源回收和再利用方式, 其在节约资源和减少污染物排放方面具有重要的战略意义。随着全球对可持续发展和环境保护意识的不断提升, 再制造业的理念和实践已经在实业界和学术界得到了广泛认可^[1], 成为实现可持续发展的重要途径^[2,3]。

随着专业性第三方回收商的大量涌现, 一个回收商服务多个生产制造商的情况在商业实践中日益普遍^[4]。多个制造商通过共享第三方回收商, 利用规模经济, 可能优于单个制造商的情形^[5], 这可能是因为在这种模式下, 通过集中回收和运输, 能够大幅降低单独操作时可能产生的重复投资和运营成本, 提高资源回收的整体效率。但同时, 也可能出现竞争性利益冲突, 容易导致一些“搭便车”行为, 削弱整体效益。另外, 对于回收主体来说, 其运营模式复杂, 涉及多个环节和参与者, 存在较重的资金成本^[6], 资金不足会对回收主体的积极性产生负面影响, 导致回收率降低, 从源头阻碍回收再制造产业的发展。这些因素都表明闭环供应链上的企业要实现可持续的长期发展, 不仅需要关注自身, 更应从全局角度考虑供应链的整体效益, 只有在确保各环节协同合作的基础上, 才能实现最大化的效益。

有学者已经考虑将回收责任延伸至更多成员, 强调成员之间的合作^[7,8]。现有研究通常仅聚焦于闭环供应链成员之间的成本分担, 研究其对成员决策的影响以及成员的偏好, 例如聂佳佳等^[9], 王文宾等^[10], 丁军飞等^[11]。与本文最为相关的文献中, Nie 等^[12]在第三方负责回收的情况下, 研究了包含制造商的成本分担和任务分担在内的三种模式对成员决策和利润的影响。黄宗盛等^[13]以非合作模式为参考, 在由单一制造商和单一零售商的二级闭环供应链中研究比较了两种回收合作模式。之后, 他们进一步将合作回收模型扩展到了时间动态的情况^[14]。根据他们的研究结果, 无论采用哪种合作回收模式, 都有利于产品需求和回收率的提

高,也表明制造商有支持回收活动的动力。然而,在多个制造商共享第三方回收商的情形下,制造商之间的价格竞争是否会影响其支持第三方回收活动的意愿,并且以何种方式开展合作更为有利,成为了值得深入探讨的问题。

在本文的设定中,由于涉及制造商的价格竞争以及制造商与回收商之间的合作两种行为,单独使用非合作博弈或者合作博弈都无法全面描述整个过程。2007年,Brandenburger和Stuart^[15]将非合作博弈与合作博弈结合起来,提出了“biform game”概念,旨在分析博弈者之间的合作与竞争关系。随后学者们对“biform game”进行了创新发展,提出非合作-合作两型博弈理论^[16-18],并将其应用于具体的供应链管理问题^[19,20],但针对闭环供应链的研究还很少。魏骊晓和李登峰^[21]采用非合作-合作两型博弈方法,在政府对制造商实施押金返还制度的背景下,研究闭环供应链中同时解决成员策略优化与利润分配的问题。但现有研究中非合作博弈部分的策略通常为离散型或连续型。而在本文的研究中,非合作博弈部分的策略包括制造商的产品价格和分担策略,产品价格是连续型变量,分担策略是离散型变量。

基于以上研究,本文聚焦于闭环供应链中竞争与合作并存时的策略选择问题,构建了一个非合作-合作两型博弈模型,旨在探讨以下几个方面:(1)不同回收合作策略情形下,制造商和回收商各自的策略选择和利润表现;(2)给定竞争制造商的策略选择时,制造商的回收合作策略对产品回收、价格和需求的影响;(3)竞争环境下,制造商是否有动机向回收商提供合作,以及更倾向于哪种合作形式;(4)资金约束的第三方回收商更偏好制造商为其提供成本分担还是任务分担。

非合作-合作两型博弈模型

1、问题描述与假设

本文考虑的是由两个价格竞争的制造商和一个资金约束的回收商组成的闭环供应链。两个制造商均可使用新材料生产新产品,也可以使用回收的废旧产品生产再制造产品。制造商 $m(m=1,2)$ 以一定的价格 p_i 将产品销售出去,经过消费者的使用,变成废旧产品,被回收商3以单位成本 c 回收,再被制造商 $m(m=1,2)$ 以一定的价格 ω_i 回购并用于再制造。

为提升产品的回收率,两个制造商考虑以成本分担或任务分担的形式与第三方回收商开展合作。因此,在竞争环境下,考虑两个制造商的9种策略情形:两个制造商均不分担(策略(N,N));两个制造商均成本分担(策略(C,C));两个制造商均任务分担(策略(T,T));一个制造商成本分担,另一个制造商不分担(策略(C,N)或策略(N,C));一个制造商任务分担,另一个制造商不分担(策略(T,N)或策略(N,T));一个制造商成本分担,另一个制造商任务分担(策略(C,T)或策略(T,C))。

主要假设:假设1:所有回收的废旧产品均可用于再制造,制造商会优先用完废旧产品,然后才会使用新材料进行生产,而且使用新材料生产出来的产品与使用废旧产品生产出来的产品对消费者来说是无差异的,以相同的价格出售。

假设2:设制造商 $m(m=1,2)$ 使用新材料生产产品的单位成本是 c_m^n 并且 $c_1^n = c_2^n = c^n$,使用废旧材料生产产品的单位成本为 c_m^r ,但只有在 $c_m^r < c_m^n < p_m$ 的条件下,制造商 $m(m=1,2)$ 才有可能正常生产产品并参与再制造活动。用 $\Delta_m = c_m^n - c_m^r$ 表示所节约的成本,并且考虑到制造商与回收商的利润为正,设 $\Delta_m > \omega_m > (1+r)c$ 。并且本文假设 $\Delta_1 > \Delta_2$ 。

假设3:两个制造商的市场需求函数分别为: $q_1 = \alpha - p_1 - \beta p_2$; $q_2 = \alpha - p_2 - \beta p_1$, α 表示潜在市场规模, β 表示两个制造商产品之间的替代系数。

假设4:回收商回收成本系数为 k_3 ,制造商 $m(m=1,2)$ 回收成本系数为 k_m ,回收商的回

收成本系数小于制造商的回收成本系数, 即 $0 < k_3 < k_m$ 。设回收商的回收投资成本为 $I = k_3 \tau_m^2$, τ_m 表示回收商对制造商 $m(m = 1, 2)$ 产品的回收率。如果制造商 $m(m = 1, 2)$ 使用策略 C, 将承担 $x_m k_3 \tau_m^2$ 的回收投资成本, 回收商 3 的回收投资成本为 $(1 - x_m) k_3 \tau_m^2$, 其中 $x_m (0 \leq x_m \leq 1)$ 为成本分担比例; 如果制造商 $m(m = 1, 2)$ 使用策略 T, 承担的回收投资成本为 $k_m (y_m \tau_m)^2$, 而回收商 3 用于回收制造商 $m(m = 1, 2)$ 产品的回收投资成本为 $k_3 [(1 - y_m) \tau_m]^2$, 其中 $y_m (0 \leq y_m \leq 1)$ 为任务分担比例。

假设 5 回收商 3 的初始资金为 0, 银行贷款利率为 r 。

相关符号及含义如表 2-1 所列:

表 2-1 符号说明

符号	含义
p_m	制造商 $m(m = 1, 2)$ 的销售价格
c	回收商 3 回收废旧产品的单位成本
ω_m	制造商 $m(m = 1, 2)$ 回收废旧产品的回购价
c_m^n	新产品的单位生产成本
c_m^r	再制造产品的单位生产成本
Δ_m	制造商 $m(m = 1, 2)$ 在再制造生产中的成本优势
r	银行贷款利率
α	潜在市场规模, $\alpha > 0$
β	两个制造商产品之间的替代系数, $0 < \beta < 1$
k_m	制造商 $m(m = 1, 2)$ 的回收成本系数
k_3	回收商 3 的回收成本系数
τ_m	回收商 3 对制造商 $m(m = 1, 2)$ 产品的回收率, $0 \leq \tau_m \leq 1$
x_m	制造商 $m(m = 1, 2)$ 的成本分担比例, $0 \leq x_m \leq 1$
y_m	制造商 $m(m = 1, 2)$ 的任务分担比例, $0 \leq y_m \leq 1$
π_m	制造商 $m(m = 1, 2)$ 的利润
π_3	回收商 3 的利润
v	联盟特征函数
f_m	制造商 $m(m = 1, 2)$ 的分配利润函数
f_3	回收商 3 的分配利润函数
i	制造商 1 的分担策略 ($i = N, C, T$)
j	制造商 2 的分担策略 ($j = N, C, T$)

2、模型构建与求解

考虑含两个竞争的制造商和一个回收商的闭环供应链, 其非合作-合作两型博弈模型由非合作博弈和合作博弈两部分相互交融组成。在非合作博弈部分, 局中人只有竞争的制造商, 两者分别对分担策略和产品销售价格进行决策, 形成任意竞争局势 (p_1^{ij}, p_2^{ij}) ; 然后考虑合作博弈部分的分配利润所形成的支付值, 分别决定各自策略 (i, j) 下的最优销售价格, 结合合作博弈部分的求解结果, 获取策略 (i, j) 下的最优利润等; 最后, 求解双矩阵博弈得到制造商分担策略均衡。在合作博弈部分, 局中人为两个制造商和共同的回收商, 考虑非合作博弈形成的任意竞争局势 (p_1^{ij}, p_2^{ij}) , 确定各局中人的分配利润, 并对分担比例、回购价和回收率进行决策。

(1) 策略 (N, N)

对于此种策略局势下的任意价格竞争局势(p_1^{NN} , p_2^{NN}) (为了简洁清楚地展示, 后续部分符号不进行策略上标), 制造商 1 和制造商 2 的利润函数分别为

$$\pi_1^{NN} = (1 - \tau_1)(p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + \tau_1(p_1 - \omega_1 - c_1^r)(\alpha - p_1 + \beta p_2) \quad (2-1)$$

$$\pi_2^{NN} = (1 - \tau_2)(p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) + \tau_2(p_2 - \omega_2 - c_2^r)(\alpha - p_2 + \beta p_1) \quad (2-2)$$

回收商 3 的利润函数为

$$\begin{aligned} \pi_3^{NN} &= \omega_1 \tau_1 (\alpha - p_1 + \beta p_2) - (1 + r)[c \tau_1 (\alpha - p_1 + \beta p_2) + k_3 \tau_1^2] \\ &\quad + \omega_2 \tau_2 (\alpha - p_2 + \beta p_1) - (1 + r)[c \tau_2 (\alpha - p_2 + \beta p_1) + k_3 \tau_2^2] \end{aligned} \quad (2-3)$$

在任意竞争局势(p_1^{NN} , p_2^{NN})下, 可以组成的联盟有 $\{\emptyset\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1,2\}$, $\{1,3\}$, $\{2,3\}$, $\{1,2,3\}$, 其中 $\emptyset$ 表示空集。据冯诺·依曼联盟特征函数方法求合作博弈的联盟特征函数。

联盟 $\{\emptyset\}$ 的特征函数为

$$v(p_1^{NN}, p_2^{NN})(\emptyset) = 0 \quad (2-4)$$

联盟 $\{1\}$ 的特征函数为 (其中 τ_1 取 0)

$$\begin{aligned} v(p_1^{NN}, p_2^{NN})(1) &= \max_{\omega_1} \min_{\omega_2, \tau_1, \tau_2} \{\pi_1^{NN}\} \\ &= \max_{\omega_1} \{(p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2)\} \\ &= (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) \end{aligned} \quad (2-5)$$

联盟 $\{2\}$ 的特征函数为 (其中 τ_2 取 0)

$$\begin{aligned} v(p_1^{NN}, p_2^{NN})(2) &= \max_{\omega_2} \min_{\omega_1, \tau_1, \tau_2} \{\pi_2^{NN}\} \\ &= \max_{\omega_2} \{(p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1)\} \\ &= (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) \end{aligned} \quad (2-6)$$

联盟 $\{3\}$ 的特征函数为 (此时 ω_1 、 ω_2 取 0)

$$\begin{aligned} v(p_1^{NN}, p_2^{NN})(3) &= \max_{\tau_1, \tau_2} \min_{\omega_1, \omega_2} \{\pi_3^{NN}\} \\ &= \max_{\tau_1, \tau_2} \{-(1+r)c\tau_1(\alpha - p_1 + \beta p_2) - (1+r)k_3\tau_1^2 \\ &\quad - (1+r)c\tau_2(\alpha - p_2 + \beta p_1) - (1+r)k_3\tau_2^2\} = 0 \end{aligned} \quad (2-7)$$

联盟 $\{1,2\}$ 的特征函数为 (τ_1 、 τ_2 取 0)

$$\begin{aligned} v(p_1^{NN}, p_2^{NN})(1,2) &= \max_{\omega_1, \omega_2} \min_{\tau_1, \tau_2} \{\pi_1^{NN} + \pi_2^{NN}\} \\ &= \max_{\omega_1, \omega_2} \{(p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1)\} \\ &= (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) \end{aligned} \quad (2-8)$$

联盟 $\{1,3\}$ 的特征函数为 (其中 ω_2 取 0)

$$\begin{aligned} v(p_1^{NN}, p_2^{NN})(1,3) &= \max_{\omega_1, \tau_1, \tau_2} \min_{\omega_2} \{\pi_1^{NN} + \pi_3^{NN}\} \\ &= \max_{\tau_1, \tau_2} \{[p_1 - c^n + \Delta_1 \tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - (1+r)k_3\tau_1^2 \\ &\quad - (1+r)c\tau_2(\alpha - p_2 + \beta p_1) - (1+r)k_3\tau_2^2\} \\ &= \max_{\tau_1} \{[p_1 - c^n + \Delta_1 \tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - (1+r)k_3\tau_1^2\} \end{aligned}$$

令 $\lambda_1 = [p_1 - c^n + \Delta_1 \tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - (1+r)k_3\tau_1^2$, 对 λ_1 关于 τ_1 求一阶导并令其等于 0, 可得 $\tau_1' = \frac{[\Delta_1 - (1+r)c](\alpha - p_1 + \beta p_2)}{2(1+r)k_3}$, 而 λ_1 关于 τ_1 的二阶导 $-2(1+r)k_3 < 0$, 所以当 $0 < [\Delta_1 - (1+r)c](\alpha - p_1 + \beta p_2) < 2(1+r)k_3$ 时, λ_1 在 τ_1' 处取得最大值, 将 τ_1' 带入 λ_1 得

$$v(p_1^{NN}, p_2^{NN})(1,3) = (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + \frac{[\Delta_1 - (1+r)c]^2 (\alpha - p_1 + \beta p_2)^2}{4(1+r)k_3} \quad (2-9)$$

同理，可以求得联盟{2,3}的特征函数为（其中 ω_1 取0）

$$\begin{aligned} v(p_1^{NN}, p_2^{NN})(2,3) &= \max_{\omega_2, \tau_1, \tau_2} \min_{\omega_1} \{ \pi_2^{NN} + \pi_3^{NN} \} \\ &= \max_{\tau_1, \tau_2} \{ [p_2 - c^n + \Delta_2 \tau_2 - (1+r)c\tau_2](\alpha - p_2 + \beta p_1) - (1+r)k_3 \tau_2^2 \\ &\quad - (1+r)c\tau_1(\alpha - p_1 + \beta p_2) - (1+r)k_3 \tau_1^2 \} \\ &= \max_{\tau_2} \{ [p_2 - c^n + \Delta_2 \tau_2 - (1+r)c\tau_2](\alpha - p_2 + \beta p_1) - (1+r)k_3 \tau_2^2 \} \\ &= (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) + \frac{[\Delta_2 - (1+r)c]^2 (\alpha - p_2 + \beta p_1)^2}{4(1+r)k_3} \end{aligned} \quad (2-10)$$

其中 $\tau_2' = \frac{[\Delta_2 - (1+r)c](\alpha - p_2 + \beta p_1)}{2(1+r)k_3}$ ，并且在 $0 < [\Delta_2 - (1+r)c](\alpha - p_2 + \beta p_1) < 2(1+r)k_3$

的条件下，联盟{2,3}的特征函数在 τ_2' 处取得最大值。

最后，大联盟{1,2,3}的特征函数为

$$\begin{aligned} v(p_1^{NN}, p_2^{NN})(1,2,3) &= \max_{\omega_1, \omega_2, \tau_1, \tau_2} \{ \pi_1^{NN} + \pi_2^{NN} + \pi_3^{NN} \} \\ &= \max_{\tau_1, \tau_2} \{ [p_1 - c^n + \Delta_1 \tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - (1+r)k_3 \tau_1^2 \\ &\quad + [p_2 - c^n + \Delta_2 \tau_2 - (1+r)c\tau_2](\alpha - p_2 + \beta p_1) - (1+r)k_3 \tau_2^2 \} \\ &= (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + \frac{[\Delta_1 - (1+r)c]^2 (\alpha - p_1 + \beta p_2)^2}{4(1+r)k_3} \\ &\quad + (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) + \frac{[\Delta_2 - (1+r)c]^2 (\alpha - p_2 + \beta p_1)^2}{4(1+r)k_3} \end{aligned} \quad (2-11)$$

其中

$$\tau_1' = \frac{[\Delta_1 - (1+r)c](\alpha - p_1 + \beta p_2)}{2(1+r)k_3} \quad (2-12)$$

$$\tau_2' = \frac{[\Delta_2 - (1+r)c](\alpha - p_2 + \beta p_1)}{2(1+r)k_3} \quad (2-13)$$

并且满足 $0 < [\Delta_1 - (1+r)c](\alpha - p_1 + \beta p_2) < 2(1+r)k_3$ 和 $0 < [\Delta_2 - (1+r)c](\alpha - p_2 + \beta p_1) < 2(1+r)k_3$ 的条件。

根据以上联盟特征函数可以发现，对于合作博弈的任意 n 个联盟 $s_1, s_2, \dots, s_n$ ，都满足

$$v(p_1^{NN}, p_2^{NN})(s_1 \cup \dots \cup s_n) + v(p_1^{NN}, p_2^{NN})(s_1 \cap \dots \cap s_n) \geq v(p_1^{NN}, p_2^{NN})(s_1) + \dots + v(p_1^{NN}, p_2^{NN})(s_n)$$

表明该合作博弈为凸合作博弈，合作博弈的 Shapley 值属于核心，分配的稳定性得到保证，因此可用 Shapley 值求解合作博弈部分各局中人在任意竞争局势 (p_1^{NN}, p_2^{NN}) 的利润分配。

制造商 1、制造商 2 和回收商 3 的分配利润分别为

$$f_1(p_1^{NN}, p_2^{NN}) = (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + \frac{[\Delta_1 - (1+r)c]^2 (\alpha - p_1 + \beta p_2)^2}{8(1+r)k_3} \quad (2-14)$$

$$f_2(p_1^{NN}, p_2^{NN}) = (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) + \frac{[\Delta_2 - (1+r)c]^2 (\alpha - p_2 + \beta p_1)^2}{8(1+r)k_3} \quad (2-15)$$

$$f_3(p_1^{NN}, p_2^{NN}) = \frac{[\Delta_1 - (1+r)c]^2 (\alpha - p_1 + \beta p_2)^2 + [\Delta_2 - (1+r)c]^2 (\alpha - p_2 + \beta p_1)^2}{8(1+r)k_3} \quad (2-16)$$

将制造商 1 的分配利润式(2-14)和制造商 2 的分配利润式(2-15)分别关于 p_1 和 p_2 求一阶偏导并令其等于零，即

$$(\alpha - p_1 + \beta p_2) - (p_1 - c^n) - \frac{H_1(\alpha - p_1 + \beta p_2)}{4H_3} = 0 \quad (2-17)$$

$$(\alpha - p_2 + \beta p_1) - (p_2 - c^n) - \frac{H_2(\alpha - p_2 + \beta p_1)}{4H_3} = 0 \quad (2-18)$$

其中 $H_1 = [\Delta_1 - c(1+r)]^2$, $H_2 = [\Delta_2 - c(1+r)]^2$, $H_3 = (1+r)k_3$, 且应满足 $4H_3 > H_1 > H_2 > 0$ 。

联立式(2-17)和式(2-18)求解, 可得制造商 1 和制造商 2 的最优销售价格分别为

$$p_1^{NN*} = \frac{4c^n H_3 [8H_3 - H_2 + \beta(4H_3 - H_1)] + \alpha(4H_3 - H_1)[8H_3 - H_2 + \beta(4H_3 - H_2)]}{(8H_3 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4H_3 - H_2)} \quad (2-19)$$

$$p_2^{NN*} = \frac{4c^n H_3 [8H_3 - H_1 + \beta(4H_3 - H_2)] + \alpha(4H_3 - H_2)[8H_3 - H_1 + \beta(4H_3 - H_1)]}{(8H_3 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4H_3 - H_2)} \quad (2-20)$$

将最优销售价格代入制造商 $m(m=1,2)$ 和回收商的分配利润式(2-14)、式(2-15)和式(2-16)可得到他们的最优利润为

$$f_1^{NN*} = \frac{2H_3(8H_3 - H_1)[\alpha - c^n(1-\beta)]^2[8H_3 - H_2 + \beta(4H_3 - H_2)]^2}{[(8H_3 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4H_3 - H_2)]^2} \quad (2-21)$$

$$f_2^{NN*} = \frac{2H_3(8H_3 - H_2)[\alpha - c^n(1-\beta)]^2[8H_3 - H_1 + \beta(4H_3 - H_1)]^2}{[(8H_3 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4H_3 - H_2)]^2} \quad (2-22)$$

$$f_3^{NN*} = \frac{2[\alpha - c^n(1-\beta)]^2 \{H_1 H_3 [8H_3 - H_2 + \beta(4H_3 - H_2)]^2 + H_2 H_3 [8H_3 - H_1 + \beta(4H_3 - H_1)]^2\}}{[(8H_3 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4H_3 - H_2)]^2} \quad (2-23)$$

然后将最优销售价格代入式(2-12)、式(2-13), 可得回收商对制造商 $m(m=1,2)$ 产品的最优回收率分别为

$$\tau_1^{NN*} = \frac{2\sqrt{H_1}[\alpha - c^n(1-\beta)][8H_3 - H_2 + \beta(4H_3 - H_2)]}{(8H_3 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4H_3 - H_2)} \quad (2-24)$$

$$\tau_2^{NN*} = \frac{2\sqrt{H_2}[\alpha - c^n(1-\beta)][8H_3 - H_1 + \beta(4H_3 - H_1)]}{(8H_3 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4H_3 - H_2)} \quad (2-25)$$

最后将两个最优销售价格和回收商对制造商 1 产品的最优回收率代入制造商 1 的利润函数, 并将其与制造商 1 的最优利润联立, 就可以求得制造商 1 的最优回购价为

$$\omega_1^{NN*} = \Delta_1 - \sqrt{H_1} / 4 \quad (2-26)$$

同理可以求得制造商 2 的最优回购价为

$$\omega_2^{NN*} = \Delta_2 - \sqrt{H_2} / 4 \quad (2-27)$$

(2) 策略 (C, C)

对于任意竞争局势 (p_1^{CC}, p_2^{CC}) , 制造商 1 和制造商 2 的利润函数分别为

$$\pi_1^{CC} = (1 - \tau_1)(p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + \tau_1(p_1 - \omega_1 - c_1^r)(\alpha - p_1 + \beta p_2) - x_1 k_3 \tau_1^2 \quad (2-28)$$

$$\pi_2^{CC} = (1 - \tau_2)(p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) + \tau_2(p_2 - \omega_2 - c_2^r)(\alpha - p_2 + \beta p_1) - x_2 k_3 \tau_2^2 \quad (2-29)$$

回收商 3 的利润函数为

$$\begin{aligned} \pi_3^{CC} = & \omega_1 \tau_1 (\alpha - p_1 + \beta p_2) - (1+r)[c\tau_1(\alpha - p_1 + \beta p_2) + (1-x_1)k_3\tau_1^2] \\ & + \omega_2 \tau_2 (\alpha - p_2 + \beta p_1) - (1+r)[c\tau_2(\alpha - p_2 + \beta p_1) + (1-x_2)k_3\tau_2^2] \end{aligned} \quad (2-30)$$

联盟 $\{\emptyset\}$ 的特征函数为

$$v(p_1^{CC}, p_2^{CC})(\emptyset) = 0 \quad (2-31)$$

联盟 $\{1\}$ 的特征函数为 (其中 τ_1 取 0)

$$\begin{aligned}
v(p_1^{CC}, p_2^{CC})(1) &= \max_{\omega_1, x_1} \min_{\omega_2, x_2, \tau_1, \tau_2} \{\pi_1^{CC}\} \\
&= \max_{\omega_1, x_1} \{(p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2)\} \\
&= (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2)
\end{aligned} \tag{2-32}$$

联盟{2}的特征函数为（其中 τ_2 取0）

$$\begin{aligned}
v(p_1^{CC}, p_2^{CC})(2) &= \max_{\omega_2, x_2} \min_{\omega_1, x_1, \tau_1, \tau_2} \{\pi_2^{CC}\} \\
&= \max_{\omega_2, x_2} \{(p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1)\} \\
&= (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1)
\end{aligned} \tag{2-33}$$

联盟{3}的特征函数为（其中 ω_1 、 x_1 、 ω_2 、 x_2 取0）

$$\begin{aligned}
v(p_1^{CC}, p_2^{CC})(3) &= \max_{\tau_1, \tau_2} \min_{\omega_1, x_1, \omega_2, x_2} \{\pi_3^{CC}\} \\
&= \max_{\tau_1, \tau_2} \{-(1+r)c\tau_1(\alpha - p_1 + \beta p_2) - (1+r)k_3\tau_1^2 \\
&\quad - (1+r)c\tau_2(\alpha - p_2 + \beta p_1) - (1+r)k_3\tau_2^2\} = 0
\end{aligned} \tag{2-34}$$

联盟{1,2}的特征函数为（其中 τ_1 和 τ_2 取0）

$$\begin{aligned}
v(p_1^{CC}, p_2^{CC})(1,2) &= \max_{\omega_1, \omega_2, x_1, x_2} \min_{\tau_1, \tau_2} \{\pi_1^{CC} + \pi_2^{CC}\} \\
&= \max_{\omega_1, \omega_2, x_1, x_2} \{(p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1)\} \\
&= (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1)
\end{aligned} \tag{2-35}$$

联盟{1,3}的特征函数为（其中 ω_2 、 x_2 取0）

$$\begin{aligned}
v(p_1^{CC}, p_2^{CC})(1,3) &= \max_{\omega_1, x_1, \tau_1, \tau_2} \min_{\omega_2, x_2} \{\pi_1^{CC} + \pi_3^{CC}\} \\
&= \max_{x_1, \tau_1, \tau_2} \{[p_1 - c^n + \Delta_1\tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - x_1k_3\tau_1^2 \\
&\quad - (1+r)(1-x_1)k_3\tau_1^2 - (1+r)c\tau_2(\alpha - p_2 + \beta p_1) - (1+r)k_3\tau_2^2\} \\
&= \max_{x_1, \tau_1} \{[p_1 - c^n + \Delta_1\tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - [x_1 + (1+r)(1-x_1)]k_3\tau_1^2\}
\end{aligned}$$

为最大化联盟利润，制造商1会选择分担回收商的全部回收投资成本，即 $x'_1 = 1$ ，则有

$$v(p_1^{CC}, p_2^{CC})(1,3) = \max_{\tau_1} \{[p_1 - c^n + \Delta_1\tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - k_3\tau_1^2\}$$

令 $\lambda_2 = [p_1 - c^n + \Delta_1\tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - k_3\tau_1^2$ ，对 λ_2 求关于 τ_1 的一阶导数并令其等于零，解得 $\tau'_1 = \frac{[\Delta_1 - (1+r)c](\alpha - p_1 + \beta p_2)}{2k_3}$ ，并且 λ_2 关于 τ_1 的二阶导数 $-2k_3 < 0$ ，故在 $0 < [\Delta_1 - (1+r)c](\alpha - p_1 + \beta p_2) < 2k_3$ 的条件下， λ_2 在 τ'_1 处取得最大值，则有

$$v(p_1^{CC}, p_2^{CC})(1,3) = (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + \frac{[\Delta_1 - (1+r)c]^2(\alpha - p_1 + \beta p_2)^2}{4k_3} \tag{2-36}$$

同理，可以求得联盟{2,3}的特征函数为（其中 ω_1 、 x_1 取0）

$$\begin{aligned}
v(p_1^{CC}, p_2^{CC})(2,3) &= \max_{\omega_2, x_2, \tau_1, \tau_2} \min_{\omega_1, x_1} \{\pi_2^{CC} + \pi_3^{CC}\} \\
&= \max_{x_2, \tau_1, \tau_2} \{[p_2 - c^n + \Delta_2\tau_2 - (1+r)c\tau_2](\alpha - p_2 + \beta p_1) - x_2k_3\tau_2^2 - (1+r)(1-x_2)k_3\tau_2^2 \\
&\quad - (1+r)c\tau_1(\alpha - p_1 + \beta p_2) - (1+r)(1-x_1)k_3\tau_1^2\} \\
&= \max_{x_2, \tau_2} \{[p_2 - c^n + \Delta_2\tau_2 - (1+r)c\tau_2](\alpha - p_2 + \beta p_1) - x_2k_3\tau_2^2 - (1+r)(1-x_2)k_3\tau_2^2\} \\
&= \max_{\tau_2} \{[p_2 - c^n + \Delta_2\tau_2 - (1+r)c\tau_2](\alpha - p_2 + \beta p_1) - k_3\tau_2^2\} \\
&= (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) + \frac{[\Delta_2 - (1+r)c]^2(\alpha - p_2 + \beta p_1)^2}{4k_3}
\end{aligned} \tag{2-37}$$

其中 $x'_2 = 1$ ， $\tau'_2 = \frac{[\Delta_2 - (1+r)c](\alpha - p_2 + \beta p_1)}{2k_3}$ ，应满足 $0 < [\Delta_2 - (1+r)c](\alpha - p_2 + \beta p_1) < 2k_3$ 。

大联盟的特征函数为

$$\begin{aligned}
 v(p_1^{CC}, p_2^{CC})(1, 2, 3) &= \max_{\omega_1, \omega_2, x_1, x_2, \tau_1, \tau_2} \{ \pi_1^{CC} + \pi_2^{CC} + \pi_3^{CC} \} \\
 &= \max_{x_1, x_2, \tau_1, \tau_2} \{ [p_1 - c^n + \Delta_1 \tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - x_1 k_3 \tau_1^2 - (1+r)(1-x_1)k_3 \tau_1^2 \\
 &\quad + [p_2 - c^n + \Delta_2 \tau_2 - (1+r)c\tau_2](\alpha - p_2 + \beta p_1) - x_2 k_3 \tau_2^2 - (1+r)(1-x_2)k_3 \tau_2^2 \} \\
 &= \max_{\tau_1, \tau_2} \{ [p_1 - c^n + \Delta_1 \tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - k_3 \tau_1^2 \\
 &\quad + [p_2 - c^n + \Delta_2 \tau_2 - (1+r)c\tau_2](\alpha - p_2 + \beta p_1) - k_3 \tau_2^2 \} \\
 &= (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + \frac{[\Delta_1 - (1+r)c]^2 (\alpha - p_1 + \beta p_2)^2}{4k_3} \\
 &\quad + (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) + \frac{[\Delta_2 - (1+r)c]^2 (\alpha - p_2 + \beta p_1)^2}{4k_3}
 \end{aligned} \quad (2-38)$$

其中

$$x_1' = 1, \quad x_2' = 1$$

$$\tau_1' = \frac{[\Delta_1 - (1+r)c](\alpha - p_1 + \beta p_2)}{2k_3} \quad (2-39)$$

$$\tau_2' = \frac{[\Delta_2 - (1+r)c](\alpha - p_2 + \beta p_1)}{2k_3} \quad (2-40)$$

且应满足 $0 < [\Delta_1 - (1+r)c](\alpha - p_1 + \beta p_2) < 2k_3$ 和 $0 < [\Delta_2 - (1+r)c](\alpha - p_2 + \beta p_1) < 2k_3$ 。

制造商 1、制造商 2 和回收商 3 的分配利润分别为

$$f_1(p_1^{CC}, p_2^{CC}) = (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + \frac{[\Delta_1 - (1+r)c]^2 (\alpha - p_1 + \beta p_2)^2}{8k_3} \quad (2-41)$$

$$f_2(p_1^{CC}, p_2^{CC}) = (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) + \frac{[\Delta_2 - (1+r)c]^2 (\alpha - p_2 + \beta p_1)^2}{8k_3} \quad (2-42)$$

$$f_3(p_1^{CC}, p_2^{CC}) = \frac{[\Delta_1 - (1+r)c]^2 (\alpha - p_1 + \beta p_2)^2}{8k_3} + \frac{[\Delta_2 - (1+r)c]^2 (\alpha - p_2 + \beta p_1)^2}{8k_3} \quad (2-43)$$

将分配利润 $f_1(p_1^{CC}, p_2^{CC})$ 和 $f_2(p_1^{CC}, p_2^{CC})$ 分别关于 p_1 和 p_2 求一阶偏导并令其等于零，即

$$(\alpha - p_1 + \beta p_2) - (p_1 - c^n) - \frac{H_1(\alpha - p_1 + \beta p_2)}{4k_3} = 0 \quad (2-44)$$

$$(\alpha - p_2 + \beta p_1) - (p_2 - c^n) - \frac{H_2(\alpha - p_2 + \beta p_1)}{4k_3} = 0 \quad (2-45)$$

其中 H_1 、 H_2 和 $4k_3$ 应满足 $4k_3 > H_1 > H_2 > 0$ 。

联立求解，可得制造商 1 和制造商 2 的最优销售价格分别为

$$p_1^{CC*} = \frac{4c^n k_3 [8k_3 - H_2 + \beta(4k_3 - H_1)] + \alpha(4k_3 - H_1)[8k_3 - H_2 + \beta(4k_3 - H_2)]}{(8k_3 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4k_3 - H_2)} \quad (2-46)$$

$$p_2^{CC*} = \frac{4c^n k_3 [8k_3 - H_1 + \beta(4k_3 - H_2)] + \alpha(4k_3 - H_2)[8k_3 - H_1 + \beta(4k_3 - H_1)]}{(8k_3 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4k_3 - H_2)} \quad (2-47)$$

后续的求解过程与策略 (N, N) 情形下类似。

制造商 $m(m = 1, 2)$ 和回收商的最优利润分别为

$$f_1^{CC*} = \frac{2k_3(8k_3 - H_1)[\alpha - c^n(1 - \beta)]^2 [8k_3 - H_2 + \beta(4k_3 - H_2)]^2}{[(8k_3 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4k_3 - H_2)]^2} \quad (2-48)$$

$$f_2^{CC*} = \frac{2k_3(8k_3 - H_2)[\alpha - c^n(1 - \beta)]^2 [8k_3 - H_1 + \beta(4k_3 - H_1)]^2}{[(8k_3 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4k_3 - H_2)]^2} \quad (2-49)$$

$$f_3^{CC*} = \frac{2[\alpha - c^n(1-\beta)]^2 \{H_1 k_3 [8k_3 - H_2 + \beta(4k_3 - H_2)]^2 + H_2 k_3 [8k_3 - H_1 + \beta(4k_3 - H_1)]^2\}}{(8k_3 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4k_3 - H_2)^2} \quad (2-50)$$

回收商对制造商 $m(m=1,2)$ 产品的最优回收率分别为

$$\tau_1^{CC*} = \frac{2\sqrt{H_1}[\alpha - c^n(1-\beta)][8k_3 - H_2 + \beta(4k_3 - H_2)]}{(8k_3 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4k_3 - H_2)} \quad (2-51)$$

$$\tau_2^{CC*} = \frac{2\sqrt{H_2}[\alpha - c^n(1-\beta)][8k_3 - H_1 + \beta(4k_3 - H_1)]}{(8k_3 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4k_3 - H_2)} \quad (2-52)$$

制造商 1 和制造商 2 的最优回购价分别为

$$\omega_1^{CC*} = \Delta_1 - 3\sqrt{H_1} / 4 \quad (2-53)$$

$$\omega_2^{CC*} = \Delta_2 - 3\sqrt{H_2} / 4 \quad (2-54)$$

(3) 策略 (T, T)

对于任意竞争局势 (p_1^{TT}, p_2^{TT}) , 制造商 1 和制造商 2 的利润函数分别为

$$\pi_1^{TT} = (1-\tau_1)(p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + \tau_1(p_1 - \omega_1 - c_1^r)(\alpha - p_1 + \beta p_2) - k_1(y_1 \tau_1)^2 \quad (2-55)$$

$$\pi_2^{TT} = (1-\tau_2)(p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) + \tau_2(p_2 - \omega_2 - c_2^r)(\alpha - p_2 + \beta p_1) - k_2(y_2 \tau_2)^2 \quad (2-56)$$

回收商 3 的利润函数为

$$\begin{aligned} \pi_3^{TT} = & \omega_1 \tau_1 (\alpha - p_1 + \beta p_2) - (1+r) \{c \tau_1 (\alpha - p_1 + \beta p_2) + k_3 [(1-y_1) \tau_1]^2\} \\ & + \omega_2 \tau_2 (\alpha - p_2 + \beta p_1) - (1+r) \{c \tau_2 (\alpha - p_2 + \beta p_1) + k_3 [(1-y_2) \tau_2]^2\} \end{aligned} \quad (2-57)$$

联盟 $\{\emptyset\}$ 的特征函数为

$$v(p_1^{TT}, p_2^{TT})(\emptyset) = 0 \quad (2-58)$$

联盟 $\{1\}$ 的特征函数为 (其中 τ_1 取 0)

$$\begin{aligned} v(p_1^{TT}, p_2^{TT})(1) = & \max_{\omega_1, y_1} \min_{\omega_2, y_2, \tau_1, \tau_2} \{\pi_1^{TT}\} \\ = & \max_{\omega_1, y_1} \{(p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2)\} \\ = & (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) \end{aligned} \quad (2-59)$$

联盟 $\{2\}$ 的特征函数为 (其中 τ_2 取 0)

$$\begin{aligned} v(p_1^{TT}, p_2^{TT})(2) = & \max_{\omega_2, y_2} \min_{\omega_1, y_1, \tau_1, \tau_2} \{\pi_2^{TT}\} \\ = & \max_{\omega_2, y_2} \{(p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1)\} \\ = & (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) \end{aligned} \quad (2-60)$$

联盟 $\{3\}$ 的特征函数为 (其中 ω_1 、 ω_2 、 y_1 、 y_2 取 0)

$$\begin{aligned} v(p_1^{TT}, p_2^{TT})(3) = & \max_{\tau_1, \tau_2} \min_{\omega_1, \omega_2, y_1, y_2} \{\pi_3^{TT}\} \\ = & \max_{\tau_1, \tau_2} \{-(1+r)c\tau_1(\alpha - p_1 + \beta p_2) - (1+r)k_3\tau_1^2 \\ & - (1+r)c\tau_2(\alpha - p_2 + \beta p_1) - (1+r)k_3\tau_2^2\} = 0 \end{aligned} \quad (2-61)$$

联盟 $\{1,2\}$ 的特征函数为 (其中 τ_1 和 τ_2 取 0)

$$\begin{aligned} v(p_1^{TT}, p_2^{TT})(1,2) = & \max_{\omega_1, \omega_2, y_1, y_2} \min_{\tau_1, \tau_2} \{\pi_1^{TT} + \pi_2^{TT}\} \\ = & \max_{\omega_1, \omega_2, y_1, y_2} \{(p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1)\} \\ = & (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) \end{aligned} \quad (2-62)$$

联盟{1,3}的特征函数为（其中 ω_2 和 y_2 取0）

$$\begin{aligned} v(p_1^{TT}, p_2^{TT})(1,3) &= \max_{\omega_1, y_1, \tau_1, \tau_2} \min_{\omega_2, y_2} \{\pi_1^{TT} + \pi_3^{TT}\} \\ &= \max_{y_1, \tau_1, \tau_2} \{[p_1 - c^n + \Delta_1 \tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) \\ &\quad - k_1 y_1^2 \tau_1^2 - (1+r)k_3(1-y_1)^2 \tau_1^2 - (1+r)c\tau_2(\alpha - p_2 + \beta p_1) - (1+r)k_3 \tau_2^2\} \\ &= \max_{y_1, \tau_1} \{[p_1 - c^n + \Delta_1 \tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - [k_1 y_1^2 + (1+r)k_3(1-y_1)^2] \tau_1^2\} \end{aligned}$$

其中， $-[k_1 y_1^2 + (1+r)k_3(1-y_1)^2]$ 关于 y_1 求一阶导数并令其等于零，求得 $y_1' = \frac{(1+r)k_3}{(1+r)k_3 + k_1}$ ，并且 $-[k_1 y_1^2 + (1+r)k_3(1-y_1)^2]$ 关于 y_1 的二阶导数 $-2k_1 - 2(1+r)k_3 < 0$ ，因此该式在 y_1' 处取得最大值，将 y_1' 代入联盟{1,3}特征函数得到

$$v(p_1^{TT}, p_2^{TT})(1,3) = \max_{\tau_1} \{[p_1 - c^n + \Delta_1 \tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - \frac{(1+r)k_3 k_1}{(1+r)k_3 + k_1} \tau_1^2\}$$

令 $\lambda_3 = [p_1 - c^n + \Delta_1 \tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - \frac{(1+r)k_3 k_1}{(1+r)k_3 + k_1} \tau_1^2$ ，对 λ_3 关于 τ_1 求一阶导并令其等于零，得到 $\tau_1' = \frac{[\Delta_1 - (1+r)c][(\alpha - p_1 + \beta p_2)]}{2(1+r)k_3 k_1}$ ， λ_3 关于 τ_1 的二阶导数小于零，故在 $0 < [\Delta_1 - (1+r)c][(\alpha - p_1 + \beta p_2)] < 2(1+r)k_3 k_1$ 的条件下，联盟{1,3}的特征函数在 τ_1' 处取得最大值

$$v(p_1^{TT}, p_2^{TT})(1,3) = (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + \frac{[\Delta_1 - (1+r)c]^2[(1+r)k_3 + k_1](\alpha - p_1 + \beta p_2)^2}{4(1+r)k_3 k_1} \quad (2-63)$$

同理，可以求得联盟{2,3}的特征函数为（其中 ω_1 和 y_1 取0）

$$\begin{aligned} v(p_1^{TT}, p_2^{TT})(2,3) &= \max_{\omega_2, y_2, \tau_1, \tau_2} \min_{\omega_1, y_1} \{\pi_2^{TT} + \pi_3^{TT}\} \\ &= \max_{y_2, \tau_1, \tau_2} \{[p_2 - c^n + \Delta_2 \tau_2 - (1+r)c\tau_2](\alpha - p_2 + \beta p_1) \\ &\quad - k_2 y_2^2 \tau_2^2 - (1+r)k_3(1-y_2)^2 \tau_2^2 - (1+r)c\tau_1(\alpha - p_1 + \beta p_2) - (1+r)k_3 \tau_1^2\} \\ &= \max_{y_2, \tau_2} \{[p_2 - c^n + \Delta_2 \tau_2 - (1+r)c\tau_2](\alpha - p_2 + \beta p_1) - [k_2 y_2^2 + (1+r)k_3(1-y_2)^2] \tau_2^2\} \\ &= \max_{\tau_2} \{[p_2 - c^n + \Delta_2 \tau_2 - (1+r)c\tau_2](\alpha - p_2 + \beta p_1) - \frac{(1+r)k_3 k_2}{k_3(1+r) + k_2} \tau_2^2\} \\ &= (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) + \frac{[\Delta_2 - c(1+r)]^2[k_3(1+r) + k_2](\alpha - p_2 + \beta p_1)^2}{4(1+r)k_3 k_2} \quad (2-64) \end{aligned}$$

其中 $y_2' = \frac{(1+r)k_3}{(1+r)k_3 + k_2}$ ， $\tau_2' = \frac{[\Delta_2 - (1+r)c][(\alpha - p_2 + \beta p_1)]}{2(1+r)k_3 k_2}$ ，满足 $0 < [\Delta_2 - (1+r)c][(\alpha - p_2 + \beta p_1)] < 2(1+r)k_3 k_2$ 的条件。

大联盟{1,2,3}的特征函数为

$$\begin{aligned} v(p_1^{TT}, p_2^{TT})(1,2,3) &= \max_{\omega_1, \omega_2, y_1, y_2, \tau_1, \tau_2} \{\pi_1^{TT} + \pi_2^{TT} + \pi_3^{TT}\} \\ &= \max_{y_1, y_2, \tau_1, \tau_2} \{[p_1 - c^n + \Delta_1 \tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - [k_1 y_1^2 + (1+r)k_3(1-y_1)^2] \tau_1^2 \\ &\quad + [p_2 - c^n + \Delta_2 \tau_2 - (1+r)c\tau_2](\alpha - p_2 + \beta p_1) - [k_2 y_2^2 + (1+r)k_3(1-y_2)^2] \tau_2^2\} \\ &= \max_{\tau_1, \tau_2} \{[p_1 - c^n + \Delta_1 \tau_1 - (1+r)c\tau_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) - \frac{(1+r)k_3 k_1}{k_3(1+r) + k_1} \tau_1^2 \\ &\quad + [p_2 - c^n + \Delta_2 \tau_2 - (1+r)c\tau_2](\alpha - p_2 + \beta p_1) - \frac{(1+r)k_3 k_2}{k_3(1+r) + k_2} \tau_2^2\} \\ &= (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + \frac{[\Delta_1 - (1+r)c]^2[k_3(1+r) + k_1](\alpha - p_1 + \beta p_2)^2}{4(1+r)k_3 k_1} \\ &\quad + (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) + \frac{[\Delta_2 - (1+r)c]^2[k_3(1+r) + k_2](\alpha - p_2 + \beta p_1)^2}{4(1+r)k_3 k_2} \quad (2-65) \end{aligned}$$

其中

$$y_1^* = \frac{(1+r)k_3}{(1+r)k_3 + k_1}, \quad y_2^* = \frac{(1+r)k_3}{(1+r)k_3 + k_2}$$

$$\tau_1^* = \frac{[\Delta_1 - (1+r)c][(1+r)k_3 + k_1](\alpha - p_1 + \beta p_2)}{2(1+r)k_3k_1} \quad (2-66)$$

$$\tau_2^* = \frac{[\Delta_2 - (1+r)c][(1+r)k_3 + k_2](\alpha - p_2 + \beta p_1)}{2(1+r)k_3k_2} \quad (2-67)$$

满足 $0 < [\Delta_1 - (1+r)c][(1+r)k_3 + k_1](\alpha - p_1 + \beta p_2) < 2(1+r)k_3k_1$ 和 $0 < [\Delta_2 - (1+r)c][(1+r)k_3 + k_2](\alpha - p_2 + \beta p_1) < 2(1+r)k_3k_2$ 的条件。

制造商 1、制造商 2 和回收商 3 的分配利润分别为

$$f_1(p_1^{TT}, p_2^{TT}) = (p_1 - c^n)(\alpha - p_1 + \beta p_2) + \frac{[\Delta_1 - (1+r)c]^2[(1+r)k_3 + k_1](\alpha - p_1 + \beta p_2)^2}{8(1+r)k_3k_1} \quad (2-68)$$

$$f_2(p_1^{TT}, p_2^{TT}) = (p_2 - c^n)(\alpha - p_2 + \beta p_1) + \frac{[\Delta_2 - (1+r)c]^2[(1+r)k_3 + k_2](\alpha - p_2 + \beta p_1)^2}{8(1+r)k_3k_2} \quad (2-69)$$

$$f_3(p_1^{TT}, p_2^{TT}) = \frac{[\Delta_1 - (1+r)c]^2[(1+r)k_3 + k_1](\alpha - p_1 + \beta p_2)^2}{8(1+r)k_3k_1} + \frac{[\Delta_2 - (1+r)c]^2[(1+r)k_3 + k_2](\alpha - p_2 + \beta p_1)^2}{8(1+r)k_3k_2} \quad (2-70)$$

将分配利润 $f_1(p_1^{TT}, p_2^{TT})$ 和 $f_2(p_1^{TT}, p_2^{TT})$ 分别关于 p_1 和 p_2 求一阶偏导并令其等于零，即

$$(\alpha - p_1 + \beta p_2) - (p_1 - c^n) - \frac{H_1(\alpha - p_1 + \beta p_2)}{4H_4} = 0 \quad (2-71)$$

$$(\alpha - p_2 + \beta p_1) - (p_2 - c^n) - \frac{H_2(\alpha - p_2 + \beta p_1)}{4H_5} = 0 \quad (2-72)$$

其中 $H_4 = \frac{H_3k_1}{H_3+k_1} = \frac{(1+r)k_3k_1}{(1+r)k_3+k_1}$, $H_5 = \frac{H_3k_2}{H_3+k_2} = \frac{(1+r)k_3k_2}{(1+r)k_3+k_2}$, 应有 $4H_4 > H_1 > 0$, $4H_5 > H_2 > 0$ 。

联立求解，可得制造商 1 和制造商 2 的最优销售价格分别为

$$p_1^{TT*} = \frac{4c^n[H_4(8H_5 - H_2) + \beta H_5(4H_4 - H_1)] + \alpha(4H_4 - H_1)[8H_5 - H_2 + \beta(4H_5 - H_2)]}{(8H_4 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4H_5 - H_2)} \quad (2-73)$$

$$p_2^{TT*} = \frac{4c^n[H_5(8H_4 - H_1) + \beta H_4(4H_5 - H_2)] + \alpha(4H_5 - H_2)[8H_4 - H_1 + \beta(4H_4 - H_1)]}{(8H_4 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4H_5 - H_2)} \quad (2-74)$$

后续的求解过程与策略 (N, N) 情形下类似。

制造商 $m(m = 1, 2)$ 和回收商的最优利润分别为

$$f_1^{TT*} = \frac{2H_4(8H_4 - H_1)[\alpha - c^n(1 - \beta)]^2[8H_5 - H_2 + \beta(4H_5 - H_2)]^2}{[(8H_4 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4H_5 - H_2)]^2} \quad (2-75)$$

$$f_2^{TT*} = \frac{2H_5(8H_5 - H_2)[\alpha - c^n(1 - \beta)]^2[8H_4 - H_1 + \beta(4H_4 - H_1)]^2}{[(8H_4 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4H_5 - H_2)]^2} \quad (2-76)$$

$$f_3^{TT*} = \frac{2[\alpha - c^n(1 - \beta)]^2\{H_1H_4[8H_5 - H_2 + \beta(4H_5 - H_2)]^2 + H_2H_5[8H_4 - H_1 + \beta(4H_4 - H_1)]^2\}}{[(8H_4 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4H_5 - H_2)]^2} \quad (2-77)$$

回收商对制造商 $m(m = 1, 2)$ 产品的最优回收率分别为

$$\tau_1^{TT*} = \frac{2\sqrt{H_1}[\alpha - c^n(1 - \beta)][8H_5 - H_2 + \beta(4H_5 - H_2)]}{(8H_4 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4H_5 - H_2)} \quad (2-78)$$

$$\tau_2^{TT*} = \frac{2\sqrt{H_2}[\alpha - c^n(1 - \beta)][8H_4 - H_1 + \beta(4H_4 - H_1)]}{(8H_4 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4H_5 - H_2)} \quad (2-79)$$

制造商 1 和制造商 2 的最优回购价分别为

$$\omega_1^{TT*} = \Delta_1 - \frac{\sqrt{H_1}(2H_4 + k_1)}{4k_1} \quad (2-80)$$

$$\omega_2^{TT*} = \Delta_2 - \frac{\sqrt{H_2}(2H_5 + k_2)}{4k_2} \quad (2-81)$$

(4) 策略 (C, N)

后续六种情形的构建与求解与前面类似，正文中只展示模型的解。

制造商 1 和制造商 2 的最优销售价格分别为

$$p_1^{CN*} = \frac{4c^n[k_3(8H_3 - H_2) + \beta H_3(4k_3 - H_1)] + \alpha(4k_3 - H_1)[8H_3 - H_2 + \beta(4H_3 - H_2)]}{(8k_3 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4H_3 - H_2)} \quad (2-82)$$

$$p_2^{CN*} = \frac{4c^n[H_3(8k_3 - H_1) + \beta k_3(4H_3 - H_2)] + \alpha(4H_3 - H_2)[8k_3 - H_1 + \beta(4k_3 - H_1)]}{(8k_3 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4H_3 - H_2)} \quad (2-83)$$

制造商 1、制造商 2 和回收商 3 的最优利润分别为

$$f_1^{CN*} = \frac{2k_3(8k_3 - H_1)[\alpha - c^n(1 - \beta)]^2[8H_3 - H_2 + \beta(4H_3 - H_2)]^2}{[(8k_3 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4H_3 - H_2)]^2} \quad (2-84)$$

$$f_2^{CN*} = \frac{2H_3(8H_3 - H_2)[\alpha - c^n(1 - \beta)]^2[8k_3 - H_1 + \beta(4k_3 - H_1)]^2}{[(8k_3 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4H_3 - H_2)]^2} \quad (2-85)$$

$$f_3^{CN*} = \frac{2[\alpha - c^n(1 - \beta)]^2 \{H_1 k_3 [8H_3 - H_2 + \beta(4H_3 - H_2)]^2 + H_2 H_3 [8k_3 - H_1 + \beta(4k_3 - H_1)]^2\}}{[(8k_3 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4H_3 - H_2)]^2} \quad (2-86)$$

回收商 3 对制造商 1 和制造商 2 产品的最优回收率分别为

$$\tau_1^{CN*} = \frac{2\sqrt{H_1}[\alpha - c^n(1 - \beta)][8H_3 - H_2 + \beta(4H_3 - H_2)]}{(8k_3 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4H_3 - H_2)} \quad (2-87)$$

$$\tau_2^{CN*} = \frac{2\sqrt{H_2}[\alpha - c^n(1 - \beta)][8k_3 - H_1 + \beta(4k_3 - H_1)]}{(8k_3 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4H_3 - H_2)} \quad (2-88)$$

制造商 1 和制造商 2 的最优回购价分别为

$$\omega_1^{CN*} = \Delta_1 - 3\sqrt{H_1} / 4 \quad (2-89)$$

$$\omega_2^{CN*} = \Delta_2 - \sqrt{H_2} / 4 \quad (2-90)$$

(5) 策略 (N, C)

制造商 1 和制造商 2 的产品最优销售价格分别为

$$p_1^{NC*} = \frac{4c^n[H_3(8k_3 - H_2) + \beta k_3(4H_3 - H_1)] + \alpha(4H_3 - H_1)[8k_3 - H_2 + \beta(4k_3 - H_2)]}{(8H_3 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4k_3 - H_2)} \quad (2-91)$$

$$p_2^{NC*} = \frac{4c^n[k_3(8H_3 - H_1) + \beta H_3(4k_3 - H_2)] + \alpha(4k_3 - H_2)[8H_3 - H_1 + \beta(4H_3 - H_1)]}{(8H_3 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4k_3 - H_2)} \quad (2-92)$$

制造商 1、制造商 2 和回收商 3 的最优利润分别为

$$f_1^{NC*} = \frac{2H_3(8H_3 - H_1)[\alpha - c^n(1 - \beta)]^2[8k_3 - H_2 + \beta(4k_3 - H_2)]^2}{[(8H_3 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4k_3 - H_2)]^2} \quad (2-93)$$

$$f_2^{NC*} = \frac{2k_3(8k_3 - H_2)[\alpha - c^n(1 - \beta)]^2[8H_3 - H_1 + \beta(4H_3 - H_1)]^2}{[(8H_3 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4k_3 - H_2)]^2} \quad (2-94)$$

$$f_3^{NC*} = \frac{2[\alpha - c^n(1 - \beta)]^2 \{H_1 H_3 [8k_3 - H_2 + \beta(4k_3 - H_2)]^2 + H_2 k_3 [8H_3 - H_1 + \beta(4H_3 - H_1)]^2\}}{[(8H_3 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4k_3 - H_2)]^2} \quad (2-95)$$

回收商 3 对制造商 1 和制造商 2 产品的最优回收率分别为

$$\tau_1^{NC*} = \frac{2\sqrt{H_1}[\alpha - c^n(1-\beta)][8k_3 - H_2 + \beta(4k_3 - H_2)]}{(8H_3 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4k_3 - H_2)} \quad (2-96)$$

$$\tau_2^{NC*} = \frac{2\sqrt{H_2}[\alpha - c^n(1-\beta)][8H_3 - H_1 + \beta(4H_3 - H_1)]}{(8H_3 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4k_3 - H_2)} \quad (2-97)$$

制造商 1 和制造商 2 的最优回购价分别为

$$\omega_1^{NC*} = \Delta_1 - \sqrt{H_1} / 4 \quad (2-98)$$

$$\omega_2^{NC*} = \Delta_2 - 3\sqrt{H_2} / 4 \quad (2-99)$$

(6) 策略 (T, N)

制造商 1 和制造商 2 的最优销售价格分别为

$$p_1^{TN*} = \frac{4c^n[H_4(8H_3 - H_2) + \beta H_3(4H_4 - H_1)] + \alpha(4H_4 - H_1)[8H_3 - H_2 + \beta(4H_3 - H_2)]}{(8H_4 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4H_3 - H_2)} \quad (2-100)$$

$$p_2^{TN*} = \frac{4c^n[H_3(8H_4 - H_1) + \beta H_4(4H_3 - H_2)] + \alpha(4H_3 - H_2)[8H_4 - H_1 + \beta(4H_4 - H_1)]}{(8H_4 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4H_3 - H_2)} \quad (2-101)$$

制造商 1、制造商 2 和回收商 3 的最优利润分别为

$$f_1^{TN*} = \frac{2H_4(8H_4 - H_1)[\alpha - c^n(1-\beta)]^2[8H_3 - H_2 + \beta(4H_3 - H_2)]^2}{[(8H_4 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4H_3 - H_2)]^2} \quad (2-102)$$

$$f_2^{TN*} = \frac{2H_3(8H_3 - H_1)[\alpha - c^n(1-\beta)]^2[8H_4 - H_1 + \beta(4H_4 - H_1)]^2}{[(8H_4 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4H_3 - H_2)]^2} \quad (2-103)$$

$$f_3^{TN*} = \frac{2[\alpha - c^n(1-\beta)]^2\{H_1H_4[8H_3 - H_2 + \beta(4H_3 - H_2)]^2 + H_2H_3[8H_4 - H_1 + \beta(4H_4 - H_1)]^2\}}{[(8H_4 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4H_3 - H_2)]^2} \quad (2-104)$$

回收商 3 对制造商 1 和制造商 2 产品的最优回收率分别为

$$\tau_1^{TN*} = \frac{2\sqrt{H_1}[\alpha - c^n(1-\beta)][8H_3 - H_2 + \beta(4H_3 - H_2)]}{(8H_4 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4H_3 - H_2)} \quad (2-105)$$

$$\tau_2^{TN*} = \frac{2\sqrt{H_2}[\alpha - c^n(1-\beta)][8H_4 - H_1 + \beta(4H_4 - H_1)]}{(8H_4 - H_1)(8H_3 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4H_3 - H_2)} \quad (2-106)$$

制造商 1 和制造商 2 的最优回购价分别为

$$\omega_1^{TN*} = \Delta_1 - \frac{\sqrt{H_1}(2H_4 + k_1)}{4k_1} \quad (2-107)$$

$$\omega_2^{TN*} = \Delta_2 - \sqrt{H_2} / 4 \quad (2-108)$$

(7) 策略 (N, T)

制造商 1 和制造商 2 的最优销售价格分别为

$$p_1^{NT*} = \frac{4c^n[H_3(8H_5 - H_2) + \beta H_5(4H_3 - H_1)] + \alpha(4H_3 - H_1)[8H_5 - H_2 + \beta(4H_5 - H_2)]}{(8H_3 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4H_5 - H_2)} \quad (2-109)$$

$$p_2^{NT*} = \frac{4c^n[H_5(8H_3 - H_1) + \beta H_3(4H_5 - H_2)] + \alpha(4H_5 - H_2)[8H_3 - H_1 + \beta(4H_3 - H_1)]}{(8H_3 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4H_5 - H_2)} \quad (2-110)$$

制造商 1、制造商 2 和回收商 3 的最优利润分别为

$$f_1^{NT*} = \frac{2H_3(8H_3 - H_1)[\alpha - c^n(1-\beta)]^2[8H_5 - H_2 + \beta(4H_5 - H_2)]^2}{[(8H_3 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4H_5 - H_2)]^2} \quad (2-111)$$

$$f_2^{NT*} = \frac{2H_5(8H_5 - H_2)[\alpha - c^n(1-\beta)]^2[8H_3 - H_1 + \beta(4H_3 - H_1)]^2}{[(8H_3 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4H_5 - H_2)]^2} \quad (2-112)$$

$$f_3^{NT*} = \frac{2[\alpha - c^n(1-\beta)]^2 \{H_1 H_3 [8H_5 - H_2 + \beta(4H_5 - H_2)]^2 + H_2 H_5 [8H_3 - H_1 + \beta(4H_3 - H_1)]^2\}}{[(8H_3 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4H_5 - H_2)]^2} \quad (2-113)$$

回收商 3 对制造商 1 和制造商 2 产品的最优回收率分别为

$$\tau_1^{NT*} = \frac{2\sqrt{H_1}[\alpha - c^n(1-\beta)][8H_5 - H_2 + \beta(4H_5 - H_2)]}{(8H_3 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4H_5 - H_2)} \quad (2-114)$$

$$\tau_2^{NT*} = \frac{2\sqrt{H_2}[\alpha - c^n(1-\beta)][8H_3 - H_1 + \beta(4H_3 - H_1)]}{(8H_3 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4H_3 - H_1)(4H_5 - H_2)} \quad (2-115)$$

制造商 1 和制造商 2 的最优回购价分别为

$$\omega_1^{NT*} = \Delta_1 - \sqrt{H_1} / 4 \quad (2-116)$$

$$\omega_2^{NT*} = \Delta_2 - \frac{\sqrt{H_2}(2H_5 + k_2)}{4k_2} \quad (2-117)$$

(8) 策略 (C, T)

制造商 1 和制造商 2 的最优销售价格分别为

$$p_1^{CT*} = \frac{4c^n[k_3(8H_5 - H_2) + \beta H_5(4k_3 - H_1)] + \alpha(4k_3 - H_1)[8H_5 - H_2 + \beta(4H_5 - H_2)]}{(8k_3 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4H_5 - H_2)} \quad (2-118)$$

$$p_2^{CT*} = \frac{4c^n[H_5(8k_3 - H_1) + \beta k_3(4H_5 - H_2)] + \alpha(4H_5 - H_2)[8k_3 - H_1 + \beta(4k_3 - H_1)]}{(8k_3 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4H_5 - H_2)} \quad (2-119)$$

制造商 1、制造商 2 和回收商 3 的最优利润分别为

$$f_1^{CT*} = \frac{2k_3(8k_3 - H_1)[\alpha - c^n(1-\beta)]^2[8H_5 - H_2 + \beta(4H_5 - H_2)]^2}{[(8k_3 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4H_5 - H_2)]^2} \quad (2-120)$$

$$f_2^{CT*} = \frac{2H_5(8H_5 - H_2)[\alpha - c^n(1-\beta)]^2[8k_3 - H_1 + \beta(4k_3 - H_1)]^2}{[(8k_3 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4H_5 - H_2)]^2} \quad (2-121)$$

$$f_3^{CT*} = \frac{2[\alpha - c^n(1-\beta)]^2 \{H_1 k_3 [8H_5 - H_2 + \beta(4H_5 - H_2)]^2 + H_2 H_5 [8k_3 - H_1 + \beta(4k_3 - H_1)]^2\}}{[(8k_3 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4H_5 - H_2)]^2} \quad (2-122)$$

回收商 3 对制造商 1 和制造商 2 产品的最优回收率分别为

$$\tau_1^{CT*} = \frac{2\sqrt{H_1}[\alpha - c^n(1-\beta)][8H_5 - H_2 + \beta(4H_5 - H_2)]}{(8k_3 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4H_5 - H_2)} \quad (2-123)$$

$$\tau_2^{CT*} = \frac{2\sqrt{H_2}[\alpha - c^n(1-\beta)][8k_3 - H_1 + \beta(4k_3 - H_1)]}{(8k_3 - H_1)(8H_5 - H_2) - \beta^2(4k_3 - H_1)(4H_5 - H_2)} \quad (2-124)$$

制造商 1 和制造商 2 的最优回购价分别为

$$\omega_1^{CT*} = \Delta_1 - 3\sqrt{H_1} / 4 \quad (2-125)$$

$$\omega_2^{CT*} = \Delta_2 - \frac{\sqrt{H_2}(2H_5 + k_2)}{4k_2} \quad (2-126)$$

(9) 策略 (T, C)

制造商 1 和制造商 2 的最优销售价格分别为

$$p_1^{TC*} = \frac{4c^n[H_4(8k_3 - H_2) + \beta k_3(4H_4 - H_1)] + \alpha(4H_4 - H_1)[8k_3 - H_2 + \beta(4k_3 - H_2)]}{(8H_4 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4k_3 - H_2)} \quad (2-127)$$

$$p_2^{TC*} = \frac{4c^n[k_3(8H_4 - H_1) + \beta H_4(4k_3 - H_2)] + \alpha(4k_3 - H_2)[8H_4 - H_1 + \beta(4H_4 - H_1)]}{(8H_4 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4k_3 - H_2)} \quad (2-128)$$

制造商 1 和制造商 2 和回收商 3 的最优利润分别为

$$f_1^{TC*} = \frac{2H_4(8H_4 - H_1)[\alpha - c^n(1 - \beta)]^2[8k_3 - H_2 + \beta(4k_3 - H_2)]^2}{[(8H_4 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4k_3 - H_2)]^2} \quad (2-129)$$

$$f_2^{TC*} = \frac{2k_3(8k_3 - H_2)[\alpha - c^n(1 - \beta)]^2[8H_4 - H_1 + \beta(4H_4 - H_1)]^2}{[(8H_4 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4k_3 - H_2)]^2} \quad (2-130)$$

$$f_3^{TC*} = \frac{2[\alpha - c^n(1 - \beta)]^2\{H_1H_4[8k_3 - H_2 + \beta(4k_3 - H_2)]^2 + H_2k_3[8H_4 - H_1 + \beta(4H_4 - H_1)]^2\}}{[(8H_4 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4k_3 - H_2)]^2} \quad (2-131)$$

回收商 3 对制造商 1 和制造商 2 产品的最优回收率分别为

$$\tau_1^{TC*} = \frac{2\sqrt{H_1}[\alpha - c^n(1 - \beta)][8k_3 - H_2 + \beta(4k_3 - H_2)]}{(8H_4 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4k_3 - H_2)} \quad (2-132)$$

$$\tau_2^{TC*} = \frac{2\sqrt{H_2}[\alpha - c^n(1 - \beta)][8H_4 - H_1 + \beta(4H_4 - H_1)]}{(8H_4 - H_1)(8k_3 - H_2) - \beta^2(4H_4 - H_1)(4k_3 - H_2)} \quad (2-133)$$

制造商 1 和制造商 2 的最优回购价分别为

$$\omega_1^{TC*} = \Delta_1 - \frac{\sqrt{H_1}(2H_4 + k_1)}{4k_1} \quad (2-134)$$

$$\omega_2^{TC*} = \Delta_2 - 3\sqrt{H_2} / 4 \quad (2-135)$$

均衡分析

1、均衡比较

本小节比较分析不同策略情形下的均衡结果。

引理 1 给定对手制造商的策略选择, 各策略的废旧产品回收率关系如下

1) 当 $k_1 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $\tau_1^{NN*} < \tau_1^{CN*} < \tau_1^{TN*}$ 、 $\tau_1^{NC*} < \tau_1^{CC*} < \tau_1^{TC*}$ 和 $\tau_1^{NT*} < \tau_1^{CT*} < \tau_1^{TT*}$;

当 $k_1 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $\tau_1^{NN*} < \tau_1^{TN*} < \tau_1^{CN*}$ 、 $\tau_1^{NC*} < \tau_1^{TC*} < \tau_1^{CC*}$ 和 $\tau_1^{NT*} < \tau_1^{TT*} < \tau_1^{CT*}$ 。

2) 当 $k_2 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $\tau_2^{NN*} < \tau_2^{NC*} < \tau_2^{NT*}$ 、 $\tau_2^{CN*} < \tau_2^{CC*} < \tau_2^{CT*}$ 和 $\tau_2^{TN*} < \tau_2^{TC*} < \tau_2^{TT*}$;

当 $k_2 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $\tau_2^{NN*} < \tau_2^{NT*} < \tau_2^{NC*}$ 、 $\tau_2^{CN*} < \tau_2^{CT*} < \tau_2^{CC*}$ 和 $\tau_2^{TN*} < \tau_2^{TT*} < \tau_2^{TC*}$ 。

引理 2 给定对手制造商的策略选择, 各策略的产品需求量关系如下

1) 当 $k_1 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $q_1^{NN*} < q_1^{CN*} < q_1^{TN*}$ 、 $q_1^{NC*} < q_1^{CC*} < q_1^{TC*}$ 和 $q_1^{NT*} < q_1^{CT*} < q_1^{TT*}$;

当 $k_1 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $q_1^{NN*} < q_1^{TN*} < q_1^{CN*}$ 、 $q_1^{NC*} < q_1^{TC*} < q_1^{CC*}$ 和 $q_1^{NT*} < q_1^{TT*} < q_1^{CT*}$ 。

2) 当 $k_2 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $q_2^{NN*} < q_2^{NC*} < q_2^{NT*}$ 、 $q_2^{CN*} < q_2^{CC*} < q_2^{CT*}$ 和 $q_2^{TN*} < q_2^{TC*} < q_2^{TT*}$;

当 $k_2 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $q_2^{NN*} < q_2^{NT*} < q_2^{NC*}$ 、 $q_2^{CN*} < q_2^{CT*} < q_2^{CC*}$ 和 $q_2^{TN*} < q_2^{TT*} < q_2^{TC*}$ 。

引理 3 给定对手制造商的策略选择, 各策略的销售价格关系如下

1) 当 $k_1 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $p_1^{TN*} < p_1^{CN*} < p_1^{NN*}$ 、 $p_1^{TC*} < p_1^{CC*} < p_1^{NC*}$ 和 $p_1^{TT*} < p_1^{CT*} < p_1^{NT*}$;

当 $k_1 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $p_1^{CN*} < p_1^{TN*} < p_1^{NN*}$ 、 $p_1^{CC*} < p_1^{TC*} < p_1^{NC*}$ 和 $p_1^{CT*} < p_1^{TT*} < p_1^{NT*}$ 。

2) 当 $k_2 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $p_2^{NT*} < p_2^{NC*} < p_2^{NN*}$ 、 $p_2^{CT*} < p_2^{CC*} < p_2^{CN*}$ 和 $p_2^{TT*} < p_2^{TC*} < p_2^{TN*}$;

当 $k_2 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $p_2^{NC*} < p_2^{NT*} < p_2^{NN*}$ 、 $p_2^{CC*} < p_2^{CT*} < p_2^{CN*}$ 和 $p_2^{TC*} < p_2^{TT*} < p_2^{TN*}$ 。

引理 1、引理 2 和引理 3 表明只要制造商为回收商进行分担, 总是能提高回收商对废旧产品的回收率, 也都会有利于产品需求的提高和销售价格的降低。无论竞争制造商作何选择, 当制造商自身回收成本系数较小时, 任务分担下相较于成本分担下的回收率 and 产品需求更高、销售价格更低; 而当自身回收难度特别大时, 成本分担下的回收率 and 产品需求更高、销售价格更低。

2、制造商分担策略均衡

本小节从制造商视角探究什么条件下存在均衡策略。故先分别分析两个制造商的策略偏好。

命题 1 当制造商 2 选择策略 N、C 或 T 时，制造商 1 的策略偏好为

- 1) 当 $k_1 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $f_1^{NN*} < f_1^{CN*} < f_1^{TN*}$; 当 $k_1 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $f_1^{NN*} < f_1^{TN*} < f_1^{CN*}$ 。
- 2) 当 $k_1 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $f_1^{NC*} < f_1^{CC*} < f_1^{TC*}$; 当 $k_1 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $f_1^{NC*} < f_1^{TC*} < f_1^{CC*}$ 。
- 3) 当 $k_1 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $f_1^{NT*} < f_1^{CT*} < f_1^{TT*}$; 当 $k_1 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $f_1^{NT*} < f_1^{TT*} < f_1^{CT*}$ 。

命题 2 当制造商 1 选择策略 N、C 或 T 时，制造商 2 的策略偏好为

- 1) 当 $k_2 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $f_2^{NN*} < f_2^{NC*} < f_2^{NT*}$; 当 $k_2 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $f_2^{NN*} < f_2^{NT*} < f_2^{NC*}$ 。
- 2) 当 $k_2 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $f_2^{CN*} < f_2^{CC*} < f_2^{CT*}$; 当 $k_2 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $f_2^{CN*} < f_2^{CT*} < f_2^{CC*}$ 。
- 3) 当 $k_2 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $f_2^{TN*} < f_2^{TC*} < f_2^{TT*}$; 当 $k_2 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时, $f_2^{TN*} < f_2^{TT*} < f_2^{TC*}$ 。

命题 1 和命题 2 表明对于制造商而言，存在一个临界回收成本系数 ($\frac{1+r}{r}k_3$)，给定竞争制造商策略选择，当自身回收成本系数低于该临界值时，任务分担策略可以获得更多的收益。这是因为采用任务分担策略对利润的正向影响（例如产品需求增加）超过了负向影响（例如销售价格下降）。反之，成本分担策略更有利。

将给定对手制造商 2 的策略，制造商 1 的策略偏好以及给定对手制造商 1 的策略，制造商 2 的策略偏好进行比较，得到引理 4 的四种情形。根据引理 4，可得制造商策略均衡，如命题 3 所示。

引理 4

- 1) 当 $k_1 < \frac{1+r}{r}k_3$ 且 $k_2 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时，有 $f_1^{NN*} < f_1^{CN*} < f_1^{TN*}$, $f_1^{NC*} < f_1^{CC*} < f_1^{TC*}$, $f_1^{NT*} < f_1^{CT*} < f_1^{TT*}$; $f_2^{NN*} < f_2^{NC*} < f_2^{NT*}$, $f_2^{CN*} < f_2^{CC*} < f_2^{CT*}$, $f_2^{TN*} < f_2^{TC*} < f_2^{TT*}$ 。
- 2) 当 $k_1 < \frac{1+r}{r}k_3$ 且 $k_2 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时，有 $f_1^{NN*} < f_1^{CN*} < f_1^{TN*}$, $f_1^{NC*} < f_1^{CC*} < f_1^{TC*}$, $f_1^{NT*} < f_1^{CT*} < f_1^{TT*}$; $f_2^{NN*} < f_2^{NC*} < f_2^{NT*}$, $f_2^{CN*} < f_2^{CC*} < f_2^{CT*}$, $f_2^{TN*} < f_2^{TT*} < f_2^{TC*}$ 。
- 3) 当 $k_1 > \frac{1+r}{r}k_3$ 且 $k_2 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时，有 $f_1^{NN*} < f_1^{TN*} < f_1^{CN*}$, $f_1^{NC*} < f_1^{TC*} < f_1^{CC*}$, $f_1^{NT*} < f_1^{TT*} < f_1^{CT*}$; $f_2^{NN*} < f_2^{NC*} < f_2^{NT*}$, $f_2^{CN*} < f_2^{CC*} < f_2^{CT*}$, $f_2^{TN*} < f_2^{TC*} < f_2^{TT*}$ 。
- 4) 当 $k_1 > \frac{1+r}{r}k_3$ 且 $k_2 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时，有 $f_1^{NN*} < f_1^{TN*} < f_1^{CN*}$, $f_1^{NC*} < f_1^{TC*} < f_1^{CC*}$, $f_1^{NT*} < f_1^{TT*} < f_1^{CT*}$; $f_2^{NN*} < f_2^{NC*} < f_2^{NT*}$, $f_2^{CN*} < f_2^{CT*} < f_2^{CC*}$, $f_2^{TN*} < f_2^{TT*} < f_2^{TC*}$ 。

命题 3 制造商的策略均衡为

- 1) 当 $k_1 < \frac{1+r}{r}k_3$ 且 $k_2 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时，(T, T) 是唯一的纳什均衡；
- 2) 当 $k_1 < \frac{1+r}{r}k_3$ 且 $k_2 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时，(T, C) 是唯一的纳什均衡；
- 3) 当 $k_1 > \frac{1+r}{r}k_3$ 且 $k_2 < \frac{1+r}{r}k_3$ 时，(C, T) 是唯一的纳什均衡；
- 4) 当 $k_1 > \frac{1+r}{r}k_3$ 且 $k_2 > \frac{1+r}{r}k_3$ 时，(C, C) 是唯一的纳什均衡。

命题 3 表明两个制造商的均衡策略与回收成本系数大小有关。临界值与回收商的回收成本系数和利率有关。当制造商 1 和 2 的回收成本系数都低于临界值时，(T, T) 是唯一的纳什均衡；当制造商 1 的回收成本系数低于临界值而制造商 2 高于临界值时，(T, C) 是唯一的纳什均衡；当制造商 1 的回收成本系数高于临界值而制造商 2 低于临界值时，(C, T) 是唯一的纳什均衡；当制造商 1 和 2 的回收成本系数都高于临界值时，(C, C) 是唯一

的纳什均衡。

3、制造商的分担策略对回收商利润的影响

由于供应商利润情况较为复杂，下面将借助数值仿真的方法进行分析。参数设置为 $c^n = 20$, $\alpha = 50$, $\beta = 0.5$, $c = 5$, $\Delta_1 = 7$, $\Delta_2 = 6$ 。以上参数图中共用的参数，每幅图的上方还给出了该图所用的其他参数值。

给定对手制造商策略选择，分析制造商分担策略对回收商利润的影响。

结果 1: 如图 3-1 所示，对回收商存在一个临界值 $k'_3(k_m)$ ，使得：当 $k_3 > k'_3(k_m)$ 时， $f_3^T > f_3^C > f_3^N$ ；当 $k_3 < k'_3(k_m)$ 时， $f_3^C > f_3^T > f_3^N$ 。

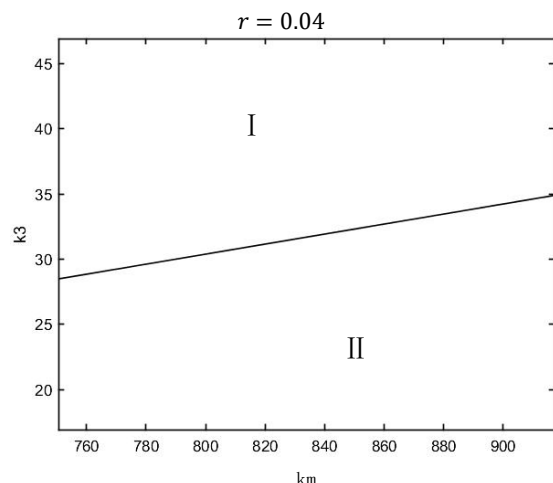


图 3-1 k_m 和 k_3 对回收商利润影响

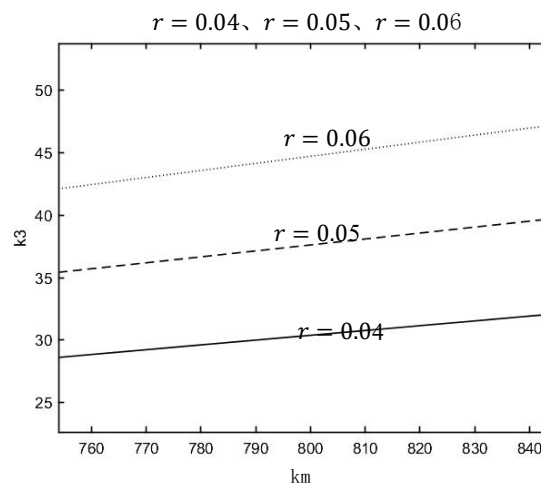


图 3-2 r 变化时 k_m 和 k_3 对回收商利润影响

结果 1 表明：（1）给定对手制造商策略选择的情况下，制造商不论是采取成本分担还是任务分担均有利于回收商利润的提高。结合前面的命题进一步说明，在闭环供应链内，制造商与回收商通过合理的合作与分担，可以促进资源的循环利用，实现互利共赢。（2）在区域 I，回收商更偏好任务任务；在区域 II，回收商更偏好成本分担。（3）同时，图 3-2 给出了当利率变化时区域的变化情况。当利率增高时，成本分担更有利的区域会扩大，而任务分担更有利的区域会相应缩小。这说明，当利率较高时，成本分担更可能对回收商更有利。

总结与展望

1、研究结论

本文在回收商主导回收的背景下，考虑价格竞争的制造商可以采取不分担、成本分担或任务分担与回收商进行回收合作，共形成九种策略情形，对比分析了不同策略情形下的废旧产品回收率、产品需求、销售价格以及利润。研究发现：（1）制造商的回收合作策略总能有利于闭环供应链系统回收率的提高，产品销售价格的降低以及需求的增加。（2）制造商为回收商提供合作回收总是有利于其自身利润水平的提高。当制造商自身回收成本系数较小时，进行任务分担对制造商更有利；当制造商回收难度较大时，进行成本分担更有利。（3）通过数值仿真发现：只有当回收商的回收成本系数相对于制造商的回收成本系数足够小，回收商才更偏好成本分担，并且，随着利率的减小，成本分担更有利的区域会相应减小。

2、研究展望

基于以上研究，未来可以从以下几点进一步扩展：（1）研究分析如何构建非合作-合作两型博弈模型，能够同时解决更多成员或渠道在内的复杂闭环供应链的定价与利润分配问

题。(2) 将链内竞争的情形扩展为多个成员之间的竞争等更为复杂的情形, 然后分析不同闭环供应链各成员之间的非合作和合作关系, 并构建融合非合作博弈与合作博弈的非合作-合作两型博弈模型, 研究分析闭环供应链的最优回收合作策略选择问题。(3) 此外, 还可以结合市场的复杂特性, 考虑消费者喜好、回收产品质量以及闭环供应链上各成员主导地位不同等情形, 深入探究这些因素是否影响非合作-合作两型博弈模型下的闭环供应链及其相应的策略选择。

参考文献

- [1] Zhao S, Zhu Q. Remanufacturing supply chain coordination under the stochastic remanufacturability rate and the random demand[J]. *Annals of Operations Research*, 2017, 257(1-2): 661-695.
- [2] Duberg J V, Johansson G, Sundin E, et al. Prerequisite factors for original equipment manufacturer remanufacturing[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2020, 270: 122309.
- [3] Atasu A, Guide Jr V D R, Van Wassenhove L N. Product reuse economics in closed-loop supply chain research[J]. *Production and Operations Management*, 2008, 17(5): 483-496.
- [4] 王竟竟, 许民利. 回收目标责任制下考虑梯队优势的闭环供应链决策研究[J]. *管理工程学报*, 2024, 38(04): 222-238.
- [5] Chu X, Zhong Q, Li X. Reverse channel selection decisions with a joint third-party recycler[J]. *International Journal of Production Research*, 2018, 56(18): 5969-5981.
- [6] Jaber M Y, Zanon S, Zavanella LE. A consignment stock coordination scheme for the production, remanufacturing and waste disposal problem[J]. *International Journal of Production Research*, 2014, 52(1): 50-65.
- [7] Jacobs B W, Subramanian R. Sharing responsibility for product recovery across the supply chain[J]. *Production and Operations Management*, 2012, 21(1): 85-100.
- [8] Cheng J, Li B, Gong B, et al. The optimal power structure of environmental protection responsibilities transfer in remanufacturing supply chain[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2017, 153: 558-569.
- [9] 聂佳佳, 石园. 第三方负责回收闭环供应链的回收责任分担策略选择[J]. *系统科学与数学*, 2011, 31(11): 1550-1563.
- [10] 王文宾, 范玲玲, 杨斯奇等. 制造商分担回收投资成本对闭环供应链决策的影响[J]. *统计与决策*, 2018, 34(18): 57-61.
- [11] 丁军飞, 浦徐进, 曹雨馨, 等. EPR 制度下新能源汽车闭环供应链的回收成本分担机制研究[J/OL]. *中国管理科学*, 1-14[2024-11-05].
- [12] Nie J, Huang Z, Zhao Y, et al. Collective Recycling Responsibility in Closed-Loop Fashion Supply Chains with a Third Party: Financial Sharing or Physical Sharing?[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, 2013(1): 176130.
- [13] 黄宗盛, 聂佳佳, 赵映雪. 再制造闭环供应链产品回收合作模式研究[J]. *管理工程学报*, 2019, 33(03): 147-152.
- [14] 黄宗盛, 张媛. 资金支持还是劳动联合? 第三方回收动态闭环供应链合作模式选择[J/OL]. *中国管理科学*, 1-18[2024-12-09].
- [15] Brandenburger A, Stuart H. Biform games[J]. *Management Science*, 2007, 53(4): 537-549.
- [16] Summerfield N S, Dror M. Biform game: Reflection as a stochastic programming problem[J]. *International Journal of Production Economics*, 2013, 142(1): 124-129.
- [17] 南江霞, 王盼盼, 李登峰. 非合作-合作两型博弈的 Shapley 值纯策略纳什均衡求解方法[J]. *中国管理科学*, 2021, 29(05): 202-210.

- [18] 李登峰. 非合作-合作两性博弈方法及其在供应链管理中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2023.
- [19] Zheng X, Li D F. A new biform game-based investment incentive mechanism for eco-efficient innovation in supply chain[J]. *International Journal of Production Economics*, 2023, 258: 108795.
- [20] 杨洁, 曾子豪, 吴林炜, 等. 限制交流结构下供应链碳减排策略的非合作-合作两型博弈研究[J]. *系统工程理论与实践*, 2023, 43(10): 2928-2940.
- [21] 魏骊晓, 李登峰. 押金返还制度下再制造闭环供应链的非合作-合作两型博弈模型[J]. *管理工程学报*, 2024, 38(04): 283-301.

Research on Cooperation Recovery Strategies in Closed-loop Supply Chain Considering Manufacturers' Competition——Based on Noncooperative-cooperative Biform Game

Huang hui

School of Business, Hunan Normal University, Changsha 410081, China

Abstract: With the increasingly serious problems of resource waste and environmental pollution, promoting sustainable development has become a common goal of governments, enterprises and social organizations. In this context, Closed-Loop Supply Chain (CLSC), as one of the key strategies to achieve this goal, has been paid attention to by all circles, and the research on CLSC in the academic world has been developed considerably. The academic research on CLSC has also made great development. However, there are still some problems in the development of CLSC, such as the double marginalization effect due to the fact that the chain members only consider maximizing their own interests, the low motivation of recycling due to the financial constraints faced by the recycling body, and the lack of in-depth research on the complex closed-loop supply chain where competition exists, etc. Therefore, it is necessary to actively explore the management model. Therefore, it is necessary to actively explore the optimization of the management mode, strengthen the synergy of all stakeholders, improve the efficiency of resource recycling and reuse, promote the closed-loop supply chain to better adapt to the contemporary economic environment, and give full play to its role in sustainable development.

In this paper, for the closed-loop supply chain composed of two price-competitive manufacturers and one capital-constrained recycler, consider that the manufacturer can carry out Cooperation Recovery with the recycler in the form of cost sharing and responsibility sharing, and use the Noncooperative-cooperative Biform Game method to study the optimal cooperative recovery strategy selection problem of the closed-loop supply chain with the coexistence of competition and cooperation. First, in the non-cooperative part, the two manufacturers independently set sharing strategies and product selling prices to form a competitive situation. Secondly, in the cooperative part, the manufacturer and the recycler choose different sharing ratios and recovery rates, establish a cooperative game for the closed-loop supply chain to portray the competition between manufacturers and the cooperation between manufacturers and recyclers, and allocate the profits using the Shapley value to obtain the payment function. Then, the participating subjects use the allocated profits as the payment function of the non-cooperative part, and solve to get the optimal product sales price, optimal recovery rate and optimal profits. Then, the Nash equilibrium of the bimatrix game is solved to obtain the manufacturer sharing

strategy equilibrium. Finally, numerical simulation is used to analyze the impact of different cooperation recovery strategies of manufacturers on the profit level of recyclers and the preference of recyclers.

Keywords: Manufacturers' Competition; Closed-loop Supply Chain; Cooperation Recovery; Noncooperative-cooperative Biform Game